

Labor 4: Optimierung

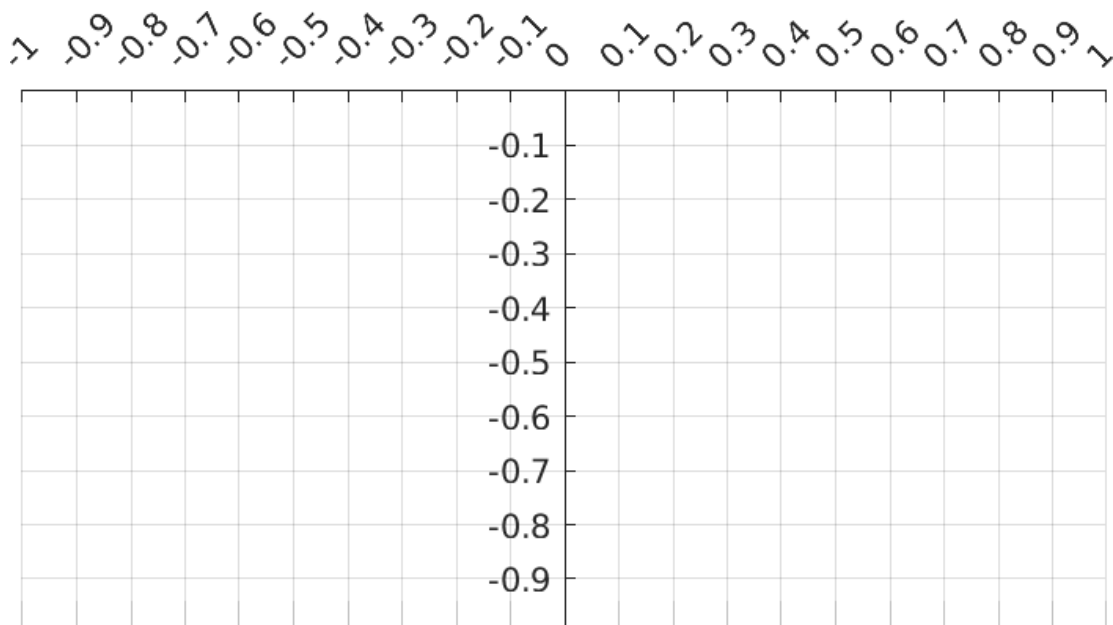
Thema: Newton-Verfahren

- (a) Definieren Sie eine Funktion $f(x)$, deren Nullstelle Sie berechnen wollen. Wählen Sie fürs Erste etwas, wovon Ihnen die Nullstelle bekannt ist oder ein Beispiel aus der Vorlesung.
- (b) Definieren Sie die Ableitungsfunktion $df(x)$ von $f(x)$.
- (c) Implementieren Sie das Newton-Verfahren in ein Programm `MyNewton.m` in einer `while`-Schleife mit $|f(x)| < \text{TOL}$ als Abbruchkriterium, wobei TOL als Parameter gegeben ist; etwa $1.0e - 12$.
- (d) Geben Sie in jeder Schleife die Nummer des Iterationsschrittes, die Näherung x und das Residuum $|f(x)|$ aus.

Prüfungsübungsaufgabe

Gesucht ist der Punkt auf dem Graphen $\cos(x - 3)$, der dem Ursprung am nächsten ist.

- (a) Skizzieren Sie die Situation im Achsenkreuz, die die Fragestellung darstellt.



- (b) Formulieren Sie Ihr Optimierungsproblem mathematisch.

(c) Die Funktion $f(x)$, deren Nullstelle gesucht ist lautet

$f(x) =$

(d) Berechnen Sie eine Näherung der gesuchten Größe mit dem Newton-Verfahren. Verwenden Sie als Startwert $x_0 = 0$ und als Toleranz für $|f(x)|$ den Wert $TOL = 10^{-08}$.

Geben Sie Ihre Ergebnisse an:

$x \approx$	Iterationen:	$ f(x) \approx$
-------------	--------------	------------------

Skizzieren Sie Ihre Lösung in das Achsenkreuz in (a).

Welches ist die gesuchte Größe in der Fragestellung?

Wie lautet Ihr Newton-Verfahren mit Startwert, Toleranzabfrage und den konkreten Funktionen f und df :

(e) Was passiert mit Startwert $x_0 = 3$ und warum passiert das?



Eine ertrinkende Person ruft von A Meter Entfernung zum Ufer um Hilfe. B Meter entfernt entlang des Ufers steht eine Rettungsschwimmerin, die ihrerseits mit C Meter Entfernung vom Ufer auf Land steht und nach dem Ertrinkenden Ausschau hält. Wie lange braucht die Rettungsschwimmerin mindestens, um den Ertrinkenden zu erreichen, wenn er D Meter pro Sekunde im Sand rennen und E Meter pro Sekunde im Wasser schwimmen kann? Welchen Weg wählt sie?

- (i) Skizzieren Sie die Situation und erstellen Sie eine Formel für die benötigte Zeit.
- (ii) Überlegen Sie von welcher Funktion f Sie die Nullstelle suchen und definieren Sie f und f' im Programm `MyNewton`.
- (iii) Überlegen Sie welches Intervall relevant ist für die Betrachtung und wählen Sie dann einen "vernünftigen" Startwert für das Newton-Verfahren.
- (iv) Wählen Sie Parameter A bis E, die nicht gleich derer sind, die in der Vorlesung verwendet wurden.
- (v) Wenden Sie das Newton-Verfahren an, geben Sie die Antwort auf die jeweiligen Fragestellung mit `fprintf` aus und plotten Sie einen aussagekräftigen Graphen samt Ergebniswert.
- (vi) Untersuchen Sie jeweils die Auswirkung auf die Laufzeit wenn Sie die Parameter C oder D verändern. Stellen Sie zwei Ergebnisse Ihrer Wahl gegenüber.
- (vii) Stellen Sie Ihr Ergebnisse graphisch dar, so dass sowohl das mathematische Ergebnis als auch die gegebenen Situation verständlich ist.