Économétrie 1
Régression Linéaire:
Propriétés asymptotiques de l’ estimateur des moindres carrés

Michal W. Urdanivia*

*Université de Grenoble Alpes, Faculté d’Économie, GAEL,
e-mail: michal.wong-urdanivia@univ-grenoble-alpes.fr

8 novembre 2020

Contenu

Contenu

Contenu

Contenu

Contenu

Section 1

Le modèle

Conditions

Condition C1

Les données $\{(Y_i, X_i), i = 1, ..., n\}$ sont un échantillon i.i.d.

Condition C2

Y_i et X_i vérifient,

$$Y_i = X_i^\top \beta + U_i \quad i = 1, ..., n$$

où U_i est une variable inobservée(ou terme d'erreur) vérifiant $\mathrm{E}(U_i) = 0$.

Condition C3

X_i est (faiblement)exogène par rapport à U_i,

$$\mathrm{E}(X_i U_i) = 0$$

Condition C4

La matrice $\mathrm{E}(X_i X_i^\top)$ est finie et définie positive.

Condition C5

$\mathrm{E}(X_{i,k}^4) < \infty$, pour tout $k = 1, ..., K$.

Conditions

Condition C6
$\mathrm{E}(U_i^4) < \infty$

Condition C7
$\mathrm{E}(U_i^2 X_i X_i^\top)$ est définie positive.

Section 2

Convergence

Propriété P1

*(**Convergence de l'estimateur des moindres carrés**) Sous les hypothèses C1 - C4,* $\widehat{\beta}_n \xrightarrow{P} \beta$.

Section 3

Distribution asymptotique

Propriété P2

*(**Normalité asymptotique**) Sous les hypothèses C1-C7,*

$$n^{1/2}(\widehat{\beta}_n - \beta) \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0, V)$$

où

$$V = Q^{-1}\Omega Q^{-1}, \quad Q = \mathrm{E}(X_i X_i^\top), \quad \Omega = \mathrm{E}(U_i^2 X_i X_i^\top)$$

Section 4

Estimation de la matrice des variances-covariances

Estimation de la variance V

A partir d'un estimateur de β, nous pouvons construire les résidus $\widehat{U}_i = Y_i - X_i^\top \widehat{\beta}_n$.

Considérons l'estimateur suivant de V obtenu par application du principe d'analogie,

$$\widehat{V}_n = \widehat{Q}_n^{-1} \widehat{\Omega}_n \widehat{Q}_n^{-1}$$

où,

$$\widehat{Q}_n = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} X_i X_i^\top \quad , \quad \widehat{\Omega}_n = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} \widehat{U}_i^2 X_i X_i^\top$$

On peut alors montrer que cet estimateur est convergent pour V(voir notes de cours).

Section 5

Inférence

Voir notes de cours.