

**WYDZIAŁ ZARZĄDZANIA**

Katedra Informatyki Biznesowej i Inżynierii Zarządzania

Projekt dyplomowy

*Aplikacja mobilna do nauki matematyki dla szkoły podstawowej z wykorzystaniem machine learningu do rozpoznawania odpowiedzi pisanych ręcznie*

*A mobile math learning app for elementary school using machine learning to recognize handwritten answers*

Autor: *Monika Helena Etrych*

Kierunek studiów: Informatyka i Ekonometria

Opiekun pracy: *dr Beata Basiura*

Kraków, 2023 r.

Spis treści

[Spis rysunków 3](#_Toc135982394)

[Spis tabel 3](#_Toc135982395)

[Wstęp 4](#_Toc135982396)

[1. Rozpoznawanie cyfr i ich interpretacja 5](#_Toc135982397)

[1.1. Interpretacja obrazów przez komputer 5](#_Toc135982398)

[1.2. Wielowarstwowy perceptron - MLP 6](#_Toc135982399)

[1.3. Inne metody uczenia maszynowego do rozpoznawania cyfr 7](#_Toc135982400)

[1.4. Obróbka obrazów z cyframi 9](#_Toc135982401)

[1.4.1. Wstępne przetwarzanie obrazów 9](#_Toc135982402)

[1.4.2. Augmentacja 10](#_Toc135982403)

[1.5. Weryfikacja modelu do rozpoznawania cyfr 11](#_Toc135982404)

[2. Model aplikacji do nauki uczenia matematyki 14](#_Toc135982405)

[2.1.1. Założenia modelu aplikacji 14](#_Toc135982406)

[2.1.2. Architektura aplikacji 15](#_Toc135982407)

[2.2. Wybrane technologie zastosowane do budowy aplikacji 18](#_Toc135982408)

[2.2.1. Android 18](#_Toc135982409)

[2.2.2. Java 19](#_Toc135982410)

[2.2.3. Pozostałe narzędzia: 19](#_Toc135982411)

[2.3. Wybrane metody uczenia maszynowego zastosowane w aplikacji 20](#_Toc135982412)

[2.3.1. Zestaw danych MNIST 20](#_Toc135982413)

[2.3.2. Augmentacja 21](#_Toc135982414)

[2.3.3. Podział obrazów liczb na cyfry oraz przygotowanie danych 23](#_Toc135982415)

[2.3.4. Model i badanie skuteczności 24](#_Toc135982416)

[2.4. Korzystanie z modelu ML poprzez API HTTP 29](#_Toc135982417)

[3. Opis implementacji i działania aplikacji 30](#_Toc135982418)

[3.1. Ekran startowy i podstawowe funkcjonalności 30](#_Toc135982419)

[3.2. Schematy, opisy poszczególnych funkcjonalności, opis kodów 33](#_Toc135982420)

[3.3. Przykłady zastosowania aplikacji w konkretnych zadaniach 34](#_Toc135982421)

[Zakończenie 35](#_Toc135982422)

[Bibliografia 36](#_Toc135982423)

[Aneks (kod, tabelka z danymi, treść ankiety) 38](#_Toc135982424)

# Spis rysunków

[Rysunek 1.1 Cztery podstawowe reprezentacje pikseli 6](#_Toc136071201)

[Rysunek 1.2 Losowy obrót obrazów 11](#_Toc136071202)

[Rysunek 1.3 Macierz błędu dla dwóch klas 13](#_Toc136071203)

[Rysunek 1.4 Macierz błędu dla wielu klas 14](#_Toc136071204)

[Rysunek 2.1 Działania 15](#_Toc136071205)

[Rysunek 2.2 Zadania tekstowe 15](#_Toc136071206)

[Rysunek 2.3 Diagram klas - Aktywności 17](#_Toc136071207)

[Rysunek 2.4 Diagram klas – fragment i widok 18](#_Toc136071208)

[Rysunek 2.5 Diagram klas 18](#_Toc136071209)

[Rysunek 2.6 Popularność smartfonów 20](#_Toc136071210)

[Rysunek 2.7 Przykładowe dane z zestawu MNIST 21](#_Toc136071211)

[Rysunek 2.8 Rozkład cyfr w MNIST 22](#_Toc136071212)

[Rysunek 2.9 Wyniki augmentacji 23](#_Toc136071213)

[Rysunek 2.10 Rozkład cyfr po augmentacji 23](#_Toc136071214)

[Rysunek 2.11 Podział liczby na cyfry 24](#_Toc136071215)

[Rysunek 2.12 Cyfra po dopisaniu pustego pola 25](#_Toc136071216)

[Rysunek 2.13 Liczba po obróbce 25](#_Toc136071217)

[Rysunek 2.14 Diagram zastosowanej sieci neuronowej 26](#_Toc136071218)

[Rysunek 2.15 Wykresy funkcji dokładności i funkcji strat 27](#_Toc136071219)

[Rysunek 2.16 Macierz błędu 28](#_Toc136071220)

[Rysunek 2.17 Schemat architektury aplikacji z modelem ML 30](#_Toc136071221)

[Rysunek 3.1 Ekran startowy 31](#_Toc136071222)

[Rysunek 3.2 Ekran wyboru trybu gry 32](#_Toc136071223)

[Rysunek 3.3 Główny ekran 33](#_Toc136071224)

[Rysunek 3.4 Pozostałe tryby 34](#_Toc136071225)

[Rysunek 3.7 Ustawienia 35](#_Toc136071226)

[Rysunek 3.6 Widok tabletu 36](#_Toc136071227)

[Rysunek 3.5 Brak odpowiedzi 39](#_Toc136071228)

# Spis tabel

[Tabela 2.1 Zsumowane wartości tablicy błędów 28](#_Toc135982858)

[Tabela 2.2 Czułość, specyficzność i precyzja 28](#_Toc135982859)

# Wstęp

Niniejsza praca prezentuje proces budowy, uczenia oraz badania modelu rozpoznawania cyfr ręcznie pisanych. Praca przedstawia zastosowanie wyuczonego modelu w sposób graficzny, za pomocą aplikacji dla dzieci służącej do nauki matematyki. Wykorzystanie w aplikacji rozpoznawania liczb ręcznie pisanych jest dobrym połączeniem tradycyjnego uczenia matematyki, gdzie uczeń może rozpisać dane zadanie na kroki wykorzystując pole do pisania jako brudnopis. Jednocześnie aplikacja jest stworzona na urządzenia mobilne towarzyszące na co dzień większości ludzi. Dzięki aplikacji uczniowie mają możliwość nauki w dowolnym dla nich momencie, wykorzystując nowoczesne technologie, które przyciągają ich uwagę i mogą zachęcić do nauki.

Rozpoznawanie odpowiedzi ręcznie pisanych jest złożonym procesem. Ręczne pismo cechuje się dużą różnorodnością, można wyróżnić pismo różnej wielkości oraz pochyłe pod różnymi kątami. Niektórzy piszą te same cyfry zaczynając od góry inni od dołu. Na charakter pisma składa się wiele składników takich jak cechy osobowości czy różnice kulturowe. Wpływ na pismo mają nie tylko indywidualne predyspozycje również ma znaczenie w jakiej lokalizacji na świecie chodziliśmy do szkoły. W zależności od regionu cyfry wyglądają nieco inaczej. Dla przykładu w USA jedynka najczęściej jest pisana jako pionowa kreska.

# Rozpoznawanie cyfr i ich interpretacja

## Interpretacja obrazów przez komputer

Obrazy reprezentowane przez komputer składają z pikseli - kwadratów, które posiadają kilka wartości określających kolor. Wyróżnia się 4 podstawowe reprezentacje: binarną, monochromatyczną (ang. grayscale), RGB i RGBA (rys. 1.1).

Reprezentacja binarna oraz monochromatyczna składają się tylko z jednej wartości dla danego piksela. W przypadku reprezentacji binarnej wartość jest zerojedynkowa, gdzie 0 oznacza, że pixel ma kolor czarny, natomiast 1 to kolor biały. W reprezentacji monochromatycznej wartość jest z zakresu od 0 do 255. W tym przypadku 0 oznacza kolor czarny, 255 - biały, natomiast wartości pośrednie, to odcienie szarości.

RGB zawiera trzy wartości określające zawartość koloru: czerwonego, zielonego i niebieskiego. RGBA posiada dodatkowo jedną wartość, która określa poziom przezroczystości [1].

Rysunek 1.1 Cztery podstawowe reprezentacje pikseli



źródło: <https://maxcandocia.com/article/2016/Apr/06/how-computers-recognize-images/>

Kontrast odgrywa ważną rolę w reprezentacji i rozpoznawaniu obrazów, ponieważ wpływa on na percepcję. Reprezentowany jest jako różnica pomiędzy najjaśniejszym obszarem a najciemniejszym, pozwala na wyraźne odróżnienie obiektu od tła. Wysoki kontrast ułatwia rozpoznawanie kształtów oraz detali, co jest istotne w uczeniu maszynowym. Dzięki wyraźnym obrazom modele uczenia maszynowego mogą lepiej rozpoznawać wzorce, co przekłada się na lepszą skuteczność ich działania. W przypadku niskiego kontrastu kontury dwóch elementów są zbliżonego koloru, co może prowadzić do błędnego rozpoznania dwóch elementów jako jednego [2].

Wymiary obrazu oraz rozdzielczość (ilość pikseli na cal) wpływają na fizyczny rozmiar pliku, a co za tym idzie na złożoność procesów uczenia maszynowego. Im większe obrazy i im bardziej dokładne tym więcej czasu komputer potrzebuje na ich przetworzenie. Jednak obrazy o zbyt małych wymiarach i rozdzielczości mogą tracić ważnych informacje. Dlatego ważne jest zachowanie równowagi pomiędzy minimalizacją czasu uczenia modelu oraz zachowywaniem jak największej ilości potrzebnych danych.

Fizyczny rozmiar obrazu zależy również od ilości informacji o nim, które są przechowywane. Wyróżnia się formaty bezstratne, takie jak TIFF, które przechowują wszystkie informacje o obrazie. Formaty z kompresją stratną, takie jak JPG, PNG czy GIF pozwalają na stworzenie stosunkowo dobrej jakości obrazu przy małym rozmiarze poprzez redukcję niektórych informacji [3].

## Wielowarstwowy perceptron - MLP

Wielowarstwowy perceptron sieci neuronowej składa się z trzech podstawowych warstw: warstwy wejściowej, warstw ukrytych oraz warstwy wyjściowej. Liczba warstw ukrytych zależy od złożoności problemu. Warstwy składają się z neuronów oraz funkcji aktywacji. Neurony są podstawowymi jednostkami przetwarzającymi informacje zawarte w danych. W warstwach wejściowych neurony odbierają dane i przekazują je do warstwy ukrytej. Każdy neuron może odpowiadać danej cesze lub atrybutowi. Neurony w warstwach ukrytych dokonują obliczeń na podstawie dostarczonych danych. Zbierają sygnały dostarczone z poprzedniej warstwy, przemnażają przez wagę, a następnie przekazują wynik do funkcji aktywacji.

Neurony uczą się dobierania odpowiednich wag, tak aby cechy bardziej istotne wpływały w większym stopniu na wynik. Do uczenia wykorzystywana jest propagacja wsteczna błędu, czyli porównywanie wyników sieci z wartościami oczekiwanymi i aktualizowaniu wag tak aby zminimalizować błąd predykcji. Kolejne iteracje tego procesu są nazywane epokami. W uczeniu maszynowym ważny jest odpowiedni dobór liczby epok, tak aby model został wystarczająco wyuczony, ale nie został przeuczony.

W uczeniu modelu istotny jest dobór rozmiaru partii, czyli liczby próbek, które będą przetwarzane przez model jednocześnie w trakcie jednej iteracji. Większe rozmiary partii wpływają na lepsze uogólnienie problemu, jednak wymagają większej ilości pamięci do dokonywania równoległych operacji. Przy większym rozmiarze partii istnieje większe prawdopodobieństwo, że wagi będą bardziej stabilne, ponieważ są wyliczane na podstawie większego zbioru danych. W przypadku mniejszego rozmiaru partii, istnieją częstsze, często chaotyczne aktualizacje wag, mniejszy zbiór danych może różnić się znacząco. Częstsze aktualizacje mogą być pomocne w wychodzeniu z minimów lokalnych, jednak mogą wymagać więcej iteracji do wyuczenie modelu.

Funkcje aktywacji pozwalają na nieliniowe modelowanie złożonych zależności, co z kolei wpływa na lepszą predykcję. Jedną z najczęściej stosowanych funkcji w warstwie ukrytej jest ReLU, a w warstwie wyjściowej Softmax. ReLU zamienia wartości ujemne na zero, a dodatnie pozostawia bez zmian. Dzięki temu nieistotne cechy nie są przekazywane dalej. Natomiast Softmax zwraca wektor prawdopodobieństwa przynależności do danej klasy [4].

## Inne metody uczenia maszynowego do rozpoznawania cyfr

Metody uczenia maszynowego są coraz częściej wykorzystywane do rozpoznawania cyfr w różnych dziedzinach, takich jak bankowość czy usługi pocztowe. Uczenie maszynowe pozwala na automatyczne i precyzyjne rozpoznawanie cyfr. Wiele papierowych formularzy w sposób szybki i dokładny może zostać przeniesiona do komputera dzięki takim możliwościom. W usługach pocztowych natomiast rozpoznawanie kodów pocztowych znacząco przyspiesza proces sortowania listów i przesyłek [5].

Do rozpoznawania cyfr wykorzystuje się algorytmy uczenia nadzorowanego. W tym podejściu, dane uczące zawierają cyfry wraz z odpowiadającymi im etykietami, czyli poprawnymi wartościami cyfr. Algorytm uczony na takich danych jest w stanie nauczyć się rozpoznawać cyfry na podstawie cech wizualnych, takich jak kształt i proporcje. [1, 6]

Wśród popularnych algorytmów uczenia maszynowego stosowanych do rozpoznawania cyfr znajdują się między innymi konwolucyjne sieci neuronowe (CNN), wielowarstwowe sieci neuronowe (MLP) oraz algorytm wektorów nośnych (SVM). Zastosowanie tych algorytmów wraz z odpowiednio przygotowanymi danymi uczącymi, pozwala na uzyskanie skuteczności rozpoznawania cyfr na poziomie nawet 99% [6, 7].

Algorytm wektorów nośnych polega na maksymalizacji odległości pomiędzy hiperpłaszczyzną, a marginesem przynależności do poszczególnych klas, poprzez zmianę położenia hiperpłaszczyzny. Istnieje wiele możliwych hiperpłaszczyzn, a jej kształt zależy od złożoności problemu - liczby klas do zaklasyfikowania. Kiedy istnieją dwie klasy, to hiperpłaszczyzna może być prostą, dla trzech danych klas wejściowych jest płaszczyzną 2D itd. [8].

W konwolucyjnych sieciach neuronowych można wyróżnić sześć warstw: wejściową, konwolucyjną, aktywacji, łączenia, w pełni połączoną oraz wyjściową. Warstwa konwolucyjna składa się z filtrów i map cech. Filtry są to kwadratowe wycinki obrazu, które wyodrębniają cechy charakterystyczne dla różnych obrazów. Mapa cech jest zbiorem wyodrębnionych cech. Warstwa aktywacji przekształca dane z mapy cech tak aby dodać nieliniowość. Zwykle używa wybranej funkcji np. ReLU. Warstwa łączenia generalizuje cechy, aby zapobiec przeuczeniu. Warstwa w pełni połączona jest używana do stworzenia końcowej nieliniowej kombinacji cech oraz dokonywania przewidywań przez sieć.

W ostatniej warstwie wykorzystuje się optymalizator np. Adam, który jest odpowiedzialny za minimalizację funkcji kosztu. Jest on adaptacyjny, to znaczy dopasowuje wagi podczas uczenia maszynowego [6, 4, 9].

Wymienione trzy metody zostały porównane w 2021r przez zespół R. Dixita. W procesie wstępnego przetwarzania obrazu wykorzystano tylko podstawowe przekształcenia takie jak normalizacja wartości pikseli, co pozwoliło na zamianę wartości pikseli z przedziału 0-255 na wartości z przedziału 0-1. Ponadto, wartość liczby prezentowanej na obrazie została zamieniona na zmienną kategoryczną. Następnie wybrane metody zostały zestawione pod kątem czasu wykonania oraz dokładności dla danych treningowych i testowych. Najwyższy wynik dokładności dla danych treningowych osiągnęła metoda SVM - 99,98%, natomiast dla danych testowych – sieci CNN - 99,31% [6].

W innym badaniu z roku 2012r przeprowadzonym przez zespół D.C. Ciresana porównano duże modele wielowarstwowe sieci neuronowych (MLP) z różnymi konfiguracjami liczby warstw oraz neuronów. W rezultacie najlepszy wynik rozpoznawania obrazów cyfr uzyskano dla MLP składającej się z ośmiu warstw i liczb neuronów w warstwach ukrytych: 2500, 2000, 1500, 1000, 500, 10. Proces uczenia modelu obejmował aż 2000 epok, a osiągnięta dokładność wyniosła 99,65%. Warto zauważyć, że cyfry, które zostały źle sklasyfikowane przez model, były trudne do określenia nawet dla człowieka [10].

W 2020r zespół S. Ahlawata podjął próbę dopasowania hiperparametrów do modelu konwolucyjnych sieci neuronowych. W przeprowadzonym badaniu sprawdzono wpływ liczby warstw, rozmiaru kroku (liczby pixeli o jaką przesuwa się filtr), pól recepcyjnych (wycinka obrazu odpowiadającego danej cesze), rozmiaru filtrów (rozmiaru macierzy z wagami), dopełnienia (paddingu), rozcieńczenia (dilution) oraz rodzajów klasyfikatorów. W ramach badań zastosowano kilka metod przygotowania danych takie jak: skalowanie, centrowanie, redukcje szumów. Najlepszy wynik, który udało się osiągnąć to dokładność na poziomie 99,89% używając optymalizatora Adam [11].

## Obróbka obrazów z cyframi

### Wstępne przetwarzanie obrazów

W procesie rozpoznawania cyfr przez model, kluczowe znaczenie ma odpowiednie przekształcenie danych reprezentujących obraz przed ich przekazaniem do modelu. Wstępne przetwarzanie obrazów ma na celu wymagane przygotowanie danych do dalszej analizy. Ponadto zmniejsza czas potrzebny do wytrenowania modelu i zwiększa szybkość otrzymania wyniku. Na przykład, kiedy wejściowy obraz jest stosunkowo duży, zmniejszenie rozmiaru macierzy danych znacząco zmniejsza czas trenowania, bez znacznej utraty dokładności modelu.

Sieci neuronowe wymagają, aby dane wejściowe miały ten sam wymiar, ponieważ sieci te korzystają z macierzy wag, które mają ustaloną liczbę kolumn i wierszy. Przetwarzanie obrazów przez ustawienie stałych wymiarów liczby pikseli jest jednym ze sposobów na dostosowanie rozmiaru obrazów do wymogów sieci neuronowej. Zmiany rozmiaru obrazu można dokonać na dwa sposoby. Pierwszy z nich polega na zmniejszeniu obrazu poprzez centrowanie oraz wycinanie pustego obszaru, jeśli obraz jest za duży. Drugi sposób, stosowany w przypadku, gdy obraz jest za mały, polega na zwiększeniu rozmiaru przez dodanie pustych pikseli po bokach.

Złożoność modelu można uprościć za pomocą zamiany reprezentacji obrazu na mniej złożoną. Dla kolorowych zdjęć stosuje się zamianę na skalę monochromatyczną, a dla skali szarości zamianę na reprezentację binarną. Podane przekształcenia upraszczają obróbkę jednak w zależności od celu zastosowania danych, modyfikacje obrazu mogą prowadzić do utraty informacji o odcieniach czy kolorach. Jednak w przypadku rozpoznawania kształtów zamiana reprezentacji z monochromatycznej na binarną jest korzystnym zabiegiem, ponieważ pozwala na wyraźniejsze wyróżnienie cech i konturów cyfr [12].

### Augmentacja

W sytuacji, kiedy danych treningowych jest zbyt mało, model głębokiego uczenia może ulec przeuczeniu, czyli zbytniemu dopasowaniu do danych trenujących. Przeuczenie skutkuje niskimi wynikami otrzymanymi na zbiorze testowym na nowych danych. Aby zapobiec temu problemowi, konieczne jest dostarczenie modelowi odpowiedniej liczby danych trenujących. Można to osiągnąć stosując augmentację, czyli przekształcenia istniejących obrazów za pomocą np. losowych zmian rotacji lub jasności. Na (rys. 1.2) w pierwszym rzędzie przedstawiono obrazy cyfr w normalnym położeniu oraz w drugim rzędzie pokazane zostały te same cyfry po zastosowaniu zmian rotacji o losowy kąt z zakresu ± 30 stopni. Augmentacja jest łatwym sposobem na zwiększenie różnorodności danych trenujących i tym samym poprawę jakości modelu.

Innymi sposobami na zwiększenie liczby danych są losowe zmiany jasności i naświetlenia, czy dodawanie pikseli w losowych miejscach.

Rysunek 1.2 Losowy obrót obrazów

Obraz zawierający tekst

Opis wygenerowany automatycznie

*źródło: opracowanie własne*

Te same zabiegi przetwarzania danych mogą być stosowane zarówno w ramach wstępnego przetwarzania danych, jak i augmentacji. Jednakże, wstępne przetwarzanie danych jest stosowane zarówno na danych treningowych, jak i testowych, podczas gdy augmentacja jest stosowana wyłącznie na danych treningowych po wstępnym przetworzeniu [12].

## Weryfikacja modelu do rozpoznawania cyfr

Poziom dokładności stanowi jedną z najprostszych metod oceny jakości modelu. Określa on stosunek poprawnie sklasyfikowanych danych do liczby wszystkich danych. Miara ta jest adekwatna tylko, gdy zbiór danych jest zbilansowany, czyli zawiera równą liczbę próbek dla każdej klasy [13].

Innym sposobem weryfikacji modelu uczenia maszynowego jest sprawdzenie na jakim etapie nauczenia znajduje się tworzony model. Taki model pod wpływem czasu może być kolejno: niedouczony, wyuczony odpowiednio i przeuczony. Jednak, jeśli model jest źle skonstruowany może nigdy nie osiągnąć późniejszych etapów uczenia.

Problem niedouczenia polega na tym, że hipotezy modelu są nieodpowiednie i zbyt proste w porównaniu do złożoności danych. Przez to sam model nie tłumaczy wystarczająco dobrze danych. Natomiast przeuczenie polega na dopasowaniu modelu do specyficznych zachowań zawartych w danych treningowych nie pozwala uogólnić wyników na nowe przypadki danych. Przyczynami mogą być zbyt zbytnia złożoność modelu, zbyt mała liczba danych treningowych lub zbyt długie trenowanie modelu [14].

Dwa wykresy: wykres dokładności i wykres strat, mogą dostarczyć informacji o stanie wyuczenia modelu. Funkcja dokładności przedstawia poziom dokładności modelu w kolejnych epokach uczenia. Tak długo jak obydwie te krzywe dla danych uczących i testujących rosną model polepsza swoją skuteczność, ale model nie jest jeszcze wystarczająco wyuczony. Kiedy funkcje stabilizują się, nie rosną tak gwałtownie mamy model odpowiednio wyuczony. Jednak, gdy funkcja strat na zestawie danych testujących po pewnym czasie zacznie maleć, to oznacza, że model został przeuczony. Celem w uczeniu maszynowym jest maksymalizacja współczynnika dokładności i minimalizacja strat, błędu [15].

Podczas klasyfikacji binarnej można rozróżnić cztery przypadki zaklasyfikowania (rys. 1.3):

Rysunek 1.3 Macierz błędu dla dwóch klas

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka, numer

Opis wygenerowany automatycznie

*źródło: opracowanie własne*

W przypadku gdy klas jest więcej, tak jak w przypadku klasyfikacji dziesięciu cyfr (rys. 1.4), podstawowe miary klasyfikacji są obliczane dla każdej klasy osobno, w rezultacie jest otrzymywanych dziesięć wyników: TP, TN, FP, FN. Przypadki zaklasyfikowania prawdziwie negatywne (TN), fałszywie pozytywne (FP) i fałszywie negatywne (FN) są obliczane jako suma dla wszystkich klas poza prawdziwie pozytywną (TP) [16].

Rysunek 1.4 Macierz błędu dla wielu klas

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, numer, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznie

*źródło: opracowanie własne*

Wyróżnia się procentowe wskaźniki, które bazują na wskazanych powyżej (rys. 1.3) wartościach: czułość, specyficzność oraz precyzja. W zależności od oczekiwań danego modelu powinno się maksymalizować wybrany współczynnik. W przypadku modelu do rozpoznawania cyfr ręcznie pisanych ważnym wskaźnikiem będzie precyzja, aby sprawdzić ile danych zaklasyfikowanych do danej klasy zostało prawidłowo zaklasyfikowane. Nie jest możliwe otrzymanie wszystkich współczynników na wysokim poziomie lub na niskim poziomie.

Czułość jest to stosunek poprawnie zaklasyfikowanych wartości jako pozytywne (TP) do sumy wartości prawdziwie pozytywnych (TP) i fałszywie negatywnych (FN): TP/(TP+FN). Jest wykorzystywana, gdy niepożądane jest wystąpienie nieprawdziwie negatywnych wyników klasyfikacji.

Specyficzność to stosunek wyników prawdziwie negatywnych (TN) do sumy prawdziwie negatywnych (TN) i fałszywie pozytywnych (FP): TN/(TN+FP). Jest używana, kiedy ważne jest zwrócenie uwagi na prawdziwie negatywne przypadki.

Precyzja to stosunek prawdziwie pozytywnych (TP) do sumy prawdziwie pozytywnych (TP) i fałszywie pozytywnych (FP): TP/TP+FP. Znajduje ona zastosowanie, gdy ważne są prawdziwie pozytywne wyniki sklasyfikowania [17, 18].

# Model aplikacji do nauki uczenia matematyki

### Założenia modelu aplikacji

Założono, że w oparciu o stworzone pytania program ma być w stanie w prosty sposób wygenerować wiele nowych pytań, tak aby zapewnić użytkownikowi zabawę na dłuższy czas. Postanowiono zastosować metodę polegającą na stworzeniu działań z użyciem zmiennych. Kiedy program ma wyświetlić pytanie użytkownikowi, losuje jedno z działań (rys. 2.1), a następnie losuje każdą ze zmiennych z zadanego zakresu, następnie podstawia liczby w miejsca zmiennych. W ten sposób zamiast: , użytkownik dostanie polecenie: . Przy następnym pytaniu może dostać to samo działanie, ale z innymi liczbami.

Rysunek 2.1 Działania

Obraz zawierający tekst, strzała/wskazówka

Opis wygenerowany automatycznie

*źródło: opracowanie własne*

W przypadku zadań z treścią zostanie zastosowana podobna metoda polegająca na rozpisaniu zadania w dwóch linijkach. W jednej zostanie podana treść zadania, w której w miejscu liczb zostanie podana zmienna poprzedzona znakiem ‘#’. W drugiej linii zostanie podane działanie odpowiadające treści zadania (rys. 2.2).

Rysunek 2.2 Zadania tekstowe

Obraz zawierający tekst

Opis wygenerowany automatycznie

*źródło: opracowanie własne*

Ustalono, że odpowiedzi użytkownika będą udzielane poprzez ręczne napisanie liczby w przestrzeni do malowania. Następnie program wyśle napisaną liczbę z zapytaniem na serwer, skąd model uczenia maszynowego zwróci napisaną liczbę. Program wyświetli rozpoznaną liczbę i zapyta użytkownika czy chodziło mu o tą liczbę. W przypadku błędu użytkownik będzie mieć możliwość poprawy napisanej liczby i ponownego przesłania. W przypadku akceptacji program sprawdzi czy podany wynik przez użytkownika zgadza się z wynikiem obliczonym przez program oraz wyświetli stosowny komunikat.

Dodatkową funkcjonalnością będzie licznik, który będzie wskazywać, ile odpowiedzi zostało udzielonych poprawnie na wszystkie zadane zadania. Ponieważ aplikacja nie ma przeznaczonej grupy wiekowej, będą do wyboru poziomy trudności polegające na wyborze przedziału, z którego będą losowane liczby w pytaniach.

Ważnym wymaganiem będzie również skalowalność aplikacji, tak aby mogła być zastosowana na różnych urządzeniach z Androidem.

### Architektura aplikacji

W programowaniu aplikacji mobilnych na platformę Android, aktywność (activity) oraz widok (view) to dwa kluczowe pojęcia. Aktywności reprezentują poszczególne ekrany, czyli interaktywne interfejsy użytkownika, z którymi użytkownik może wchodzić w interakcję. Z kolei widoki to elementy interfejsu użytkownika, takie jak przyciski, pola tekstowe czy obrazy, które są umieszczane na ekranie. Dodatkowo warto wspomnieć o fragmentach (fragments), które są „pod-ekranami” aplikacji. Można je umieszczać wewnątrz aktywności.

W aplikacji można wymienić podstawowy podział na klasy związane z wyświetlanymi elementami takie jak: MainActivity, MenuActivity, Menu2Activity, SettingsActivity, SettingsFragment, PaintView (rys. 2.3 i 2.4). Istnieją również klasy niezwiązane bezpośrednio z ekranami, takie jak Task i Tasks (rys. 2.5).

Klasy MenuActivity oraz Menu2Activity zajmują się obsługą przycisków w menu, natomiast klasy SettingsActivity oraz SettingsFragment odpowiada za obsługę okna z ustawieniami aplikacji.

Klasa MainActivity pełni rolę obsługi ekranu z zadaniami. W zależności od wybranego przez użytkownika trybu wyświetla odpowiednie pytanie. Po otrzymaniu odpowiedzi od użytkownika, wysyła obraz liczby z zapytaniem na serwer. Program sprawdza poprawność odpowiedzi oraz informuje użytkownika o wyniku. Dodatkowo, klasa zlicza poprawne odpowiedzi użytkownika, co umożliwia śledzenie postępów i wyników.

Rysunek 2.3 Diagram klas - Aktywności

Obraz zawierający tekst, diagram, Czcionka, linia

Opis wygenerowany automatycznie

*źródło: opracowanie własne*

Rysunek 2.4 Diagram klas – fragment i widok

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka, paragon

Opis wygenerowany automatycznie

Rysunek 2.5 Diagram klas

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka, dokument

Opis wygenerowany automatycznie

*źródło: opracowanie własne*

Poza tym w aplikacji znajdują się także klasy Task i Tasks, które odpowiadają za przechowywanie pytania, równania, operacji oraz wyniku. Równanie zawiera wiersz ze zmiennymi oraz znakami jakie operacje zachodzą. Operacja zawiera równanie z podstawionymi liczbami zamiast zmiennych. Pytanie jest to treść wyświetlana użytkownikowi, natomiast wynik jest obliczany na podstawie operacji w celu sprawdzenia poprawności wyniku użytkownika.

## Wybrane technologie zastosowane do budowy aplikacji

Główna część aplikacji została napisana w języku Java na system Android. Ponadto rozpoznawanie liczb ręcznie pisanych zostało zaimplementowane w języku Python.

### Android

Android powstał w 2008 roku wraz z wprowadzeniem na rynek pierwszego urządzenia opartego o ten system - HTC Dream.

W pierwszym kwartale 2023 roku Android był najpopularniejszym systemem operacyjnym na urządzenia mobilne. Według Bankmycell zajmował on 71,95% rynku, natomiast na drugim miejscu znajdował się iOS z udziałem w rynku wynoszącym 27,42%. Pozostałe systemy stanowiły zaledwie 0,63% [19]. Android Swoją popularność zawdzięcza temu, że można korzystać z niego na wielu urządzeniach takich jak: smartfony, tablety, smartwatche, telewizory, samochody, czy chromebooki. Z tego powodu ważnym celem podczas tworzenia aplikacji mobilnych na Androida jest responsywność, tak aby aplikacja dobrze się prezentowała na każdym z urządzeń [20].

Z wymienionych wcześniej urządzeń z Androidem, smartfony są najbardziej powszechnie używane. Największym ich jest niewielki rozmiar, dzięki czemu użytkownik może je mieć zawsze ze sobą. Według badań DataReportal 96% przebadanych użytkowników posiada smartfon. Dla porównania kolejnym urządzeniem jest laptop/komputer, którego posiada jedynie 58% respondentów [21].

Wzrost popularności smartfonów jest widoczny na (rys. 2.6). W 2023 roku liczba użytkowników wyniosła ponad 5 miliardów.

Rysunek 2.6 Popularność smartfonów

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, linia, Równolegle

Opis wygenerowany automatycznie

Źródło: <https://www.statista.com/forecasts/1143723/smartphone-users-in-the-world>

### Java

Istnieją dwa najbardziej popularne języki do tworzenia aplikacji Android: Java i Kotlin. Java jest znacznie starszym językiem, który powstał w 1996 roku. Przez wiele lat Java była głównym językiem programowania do tworzenia aplikacji na platformę Android. Przez swoją długą historię posiada stabilne środowisko, duże wsparcie ze strony społeczności oraz rozbudowany zbiór bibliotek i narzędzi.

Natomiast Kotlin, młodszy język, powstał dopiero w 2011 roku, jednak szybko zyskał swoją popularność. W 2016 roku zostało oficjalnie ogłoszone wsparcie dla Kotlina jako języka programowania Android, a w 2019 roku został uznany za preferowany język przez developerów Androida [22].

### Pozostałe narzędzia:

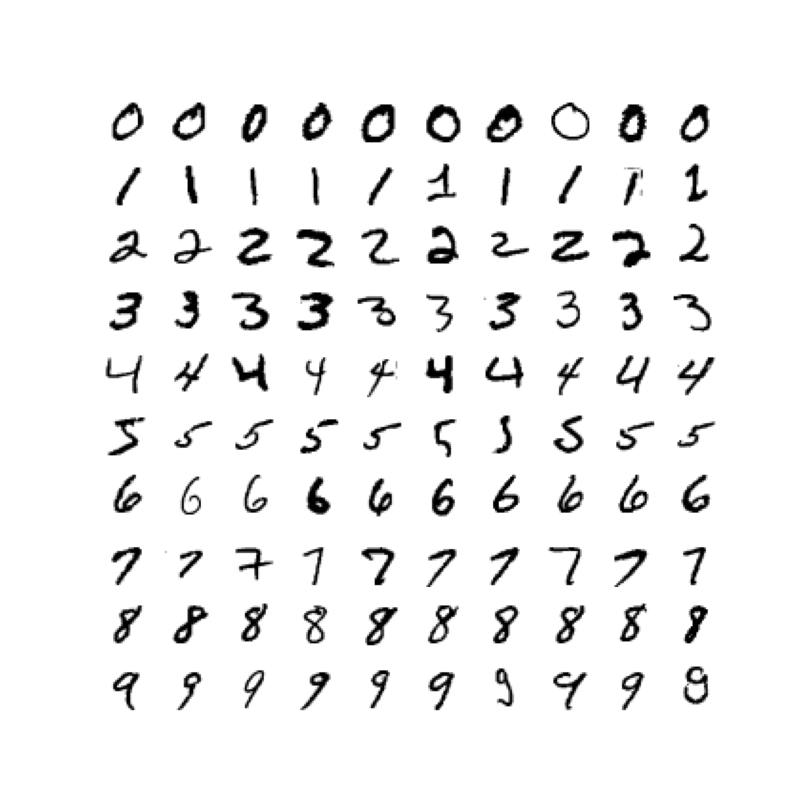
* Flask – framework do tworzenia serwerów
* Tensorflow – biblioteka wykorzystywana w uczeniu maszynowym i sieciach neuronowych
* Pillow, OpenCV – biblioteki do obróbki obrazów

## Wybrane metody uczenia maszynowego zastosowane w aplikacji

### Zestaw danych MNIST

Model został wytrenowany na zestawie danych MNIST, który zawiera obrazy cyfr ręcznie pisanych przez uczniów szkoły średniej oraz pracowników Bureau of the Census(amerykańska agencja zajmująca się spisami ludności). Zestaw składa się z 60’000 danych uczących oraz 10’000 danych testowych [23]. Przykładowe dane z zestawu MNIST przedstawiono na (rys. 2.7).

Rysunek 2.7 Przykładowe dane z zestawu MNIST



*źródło: opracowanie własne*

Zestaw danych widoczny na (rys. 2.8) nie jest zbilansowany, różnica między liczbą wystąpień „1” i „5” wynosi około 2000. Po wykonaniu testu chi-kwadrat p-value wyszło znacznie mniejsze niż 0.05, więc odrzucono hipotezę zerową mówiącą o zbilansowaniu danych. Stwierdzono, że dane nie są zbilansowane. Jednak to chyba nie ma wpływu na zestaw danych, bo jest wiele innych klas.

Rysunek 2.8 Rozkład cyfr w MNIST

Obraz zawierający wykres

Opis wygenerowany automatycznie

*źródło: opracowanie własne*

MNIST jest zestawem danych dobrze przygotowanych do uczenia maszynowego. Obrazy zostały znormalizowane do wymiarów 20x20 pikseli, przy zachowanych proporcjach. Poprzez zastosowany antyaliasing, obrazy są w skali szarości, a nie czarnobiałe. Następnie obrazy zostały umieszczone w centrum obrazów o wymiarach 28x28 pikseli [23].

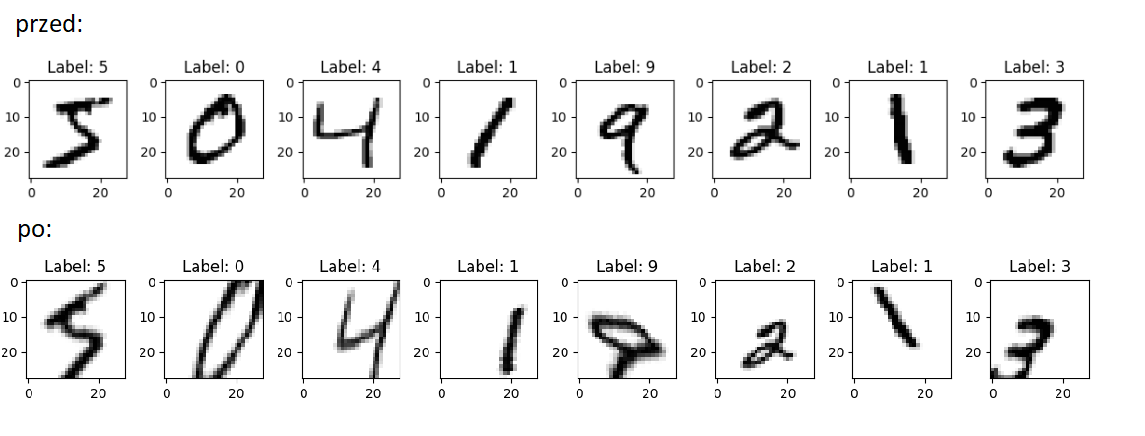
### Augmentacja

Przygotowanie zestawu MNIST rozpoczęto od podziału danych według proporcji 50:50 danych uczących do danych testowych. Taki podział wynika z tego, że po dorobieniu danych uczących, będzie ich więcej i proporcje zmienią się do 60:40.

Zaproponowany zestaw danych MNIST zawiera zbyt małą liczbę danych do podanego problemu rozwiązywanego metodą MLP, dlatego zastosowano augmentację. W ramach augmentacji stworzono 20’000 nowych obrazów poprzez przekształcenia takie jak obracanie, zmiany przybliżenia, przesuwanie i pochylenie. Pochylenie jest zmianą położenia pikseli wzdłuż danej linii, w efekcie obraz wygląda na rozciągnięty, natomiast obrót zachowuje obraz niezmieniony.

Nowe obrazy powstały poprzez obrócenie o kąt z zakresu 30 stopni. Losowe przekształcenia skali (zmniejszenie lub powiększenie) z zakresu od 0,5 do 1,5. To znaczy, że obrazom zostało zmienione przybliżenie o maksymalnie 50%. Przesunięcie pionowe i poziome o 25% wysokości i szerokości, natomiast pochylenie o 45 stopni. Na (rys. 2.9) porównano obrazy z zestawu MNIST oraz powstałe po przekształceniach.

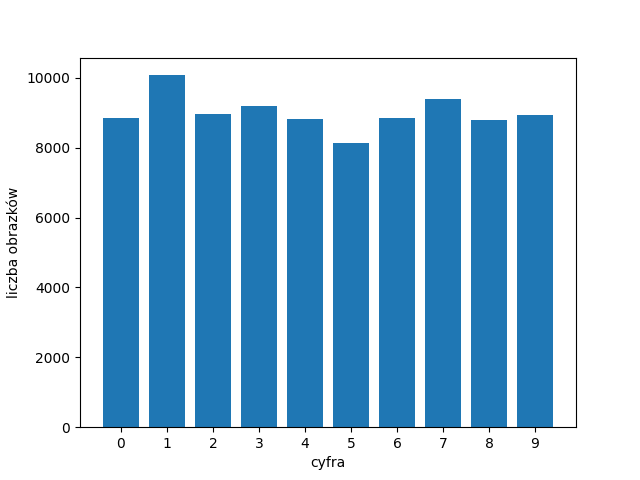
Rysunek 2.9 Wyniki augmentacji



źródło: opracowanie własne

Rozkład cyfr widoczny na rysunku (rys. 2.10) nie zmienił się po augmentacji, nadal są zachowane takie same proporcje, jednak przybyło danych w każdej z klas po równo.

Rysunek 2.10 Rozkład cyfr po augmentacji



źródło: opracowanie własne

### Podział obrazów liczb na cyfry oraz przygotowanie danych

Przygotowanie danych zastosowano również dla obrazów, które przychodzą z aplikacji do zaklasyfikowania. Te obrazy są różnych wymiarów, dlatego ważne jest przygotowanie danych, tak aby przypominały te stworzone w zestawie MNIST.

Obrazy trafiające do modelu klasyfikującego cyfry zawierają liczby. Program rozdziela liczby na cyfry (rys. 2.11), które kolejno przechodzą etap wstępnego przygotowania.

Rysunek 2.11 Podział liczby na cyfry

Obraz zawierający szkic, rysowanie, design, czarne i białe

Opis wygenerowany automatycznie

*źródło: opracowanie własne*

Obrazy mają zamienianą reprezentację z RGB najpierw na skalę szarości, a następnie na reprezentację binarną, poprzez użycie metody progowania. Piksele, które mają wartość większą od progu są zamieniane na piksele o kolorze czarnym, a piksele o wartości niższej od progu na kolor biały. W rezultacie tego zabiegu powstaje obraz z obróconą kolorystyką, zamiast czarnych elementów na białym tle są białe elementy na czarnym tle. Dzięki odwróconym kolorom funkcja służąca do podziału liczb na cyfry, lepiej znajduje kontury cyfr. Program znajduje najbardziej wysunięte brzegi elementów i następnie rysuje prostokąty. Według prostokątów dzielone są liczby na cyfry.

Następnie sprawdzane są wymiary obrazów cyfr, jeżeli obraz tak jak w przypadku (rys. 2.12) jest wyższy niż szerszy, to obraz jest uzupełniany pustą przestrzenią po bokach tak aby utworzyć kwadrat.

Rysunek 2.12 Cyfra po dopisaniu pustego pola

Obraz zawierający design

Opis wygenerowany automatycznie przy niskim poziomie pewności

*źródło: opracowanie własne*

Następnie obraz jest uzupełniany 50 pikselowym pustym polem z każdej strony, tak aby obraz znajdował się w centrum. Na końcu obraz jest przeskalowywany do wymiarów 28x28. Po przygotowaniu obraz wygląda jak przedstawiony na (rys. 2.13).

Rysunek 2.13 Liczba po obróbce

Obraz zawierający diagram, szkic, linia, Rysunek techniczny

Opis wygenerowany automatycznie

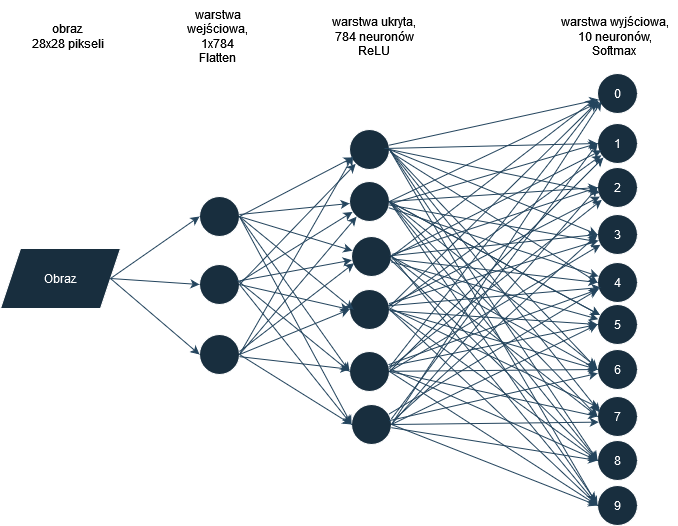
*źródło: opracowanie własne*

### Model i badanie skuteczności

Zanim przystąpiono do uczenia modelu przygotowano dane poprzez zamianę skali szarości na reprezentację binarną.

Model składa się z jednej warstwy ukrytej (rys. 2.14). Warstwa wejściowa flatten, która spłaszcza obraz dwuwymiarowy 28x28 pikseli do jednowymiarowego wektora z wartościami pikseli. Warstwa ukryta składa się z 784 neuronów, wartość ta odpowiada liczbie pikseli na obrazie o wymiarach 28x28. Wykorzystano funkcję aktywacji ReLU. Warstwa wyjściowa zawiera 10 neuronów, po jednym na każdą cyfrę. Wykorzystano funkcję Softmax, do określenia przynależności do każdej z klas. Model został wytrenowany w trakcie 18 epok. Rozmiar partii wynosił 256.

Rysunek 2.14 Diagram zastosowanej sieci neuronowej



*źródło: opracowanie własne*

Zaproponowany model osiąga dokładność na poziomie 97,28%. Jednak wynik ten może nie odzwierciedlać prawdziwej jakości modelu, ponieważ dane nie są zbilansowane.

Na (rys. 2.15) została przedstawiona funkcja strat, gdzie krzywa dla danych treningowych maleje i stabilizuje się, natomiast krzywa dla danych testowych maleje i bardzo szybko stabilizuje się, znajduje się poniżej krzywej dla danych treningowych. Świadczy to o niereprezentatywności danych testowych. Zbiór danych testowych jest dla modelu łatwiejszy do przewidzenia niż zbiór danych treningowych. Jest to zrozumiały proces, ponieważ na danych treningowych zastosowano augmentację. Wartości funkcji dokładności są stabilne, co oznacza, wyniki modelu są powtarzalne [15].

Rysunek 2.15 Wykresy funkcji dokładności i funkcji strat

Obraz zawierający tekst, diagram, linia, Wykres

Opis wygenerowany automatycznie

*źródło: opracowanie własne*

Z macierzy błędu (rys. 2.16) można zauważyć, że model przewiduje większość przypadków poprawnie. Warto zwrócić uwagę, że najwięcej, bo aż 250 ósemek zostało sklasyfikowane niepoprawnie.

Rysunek 2.16 Macierz błędu

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, diagram, numer

Opis wygenerowany automatycznie

*źródło: opracowanie własne*

Tabela 2.1 Zsumowane wartości tablicy błędów

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| **TP** | 3438 | 3448 | 3448 | 3450 | 3324 | 3010 | 3376 | 3581 | 3100 | 3366 |
| **TN** | 31411 | 30931 | 31336 | 31328 | 31529 | 31810 | 31510 | 31194 | 31599 | 31400 |
| **FP** | 134 | 74 | 169 | 75 | 59 | 72 | 67 | 170 | 51 | 81 |
| **FN** | 17 | 40 | 47 | 147 | 88 | 108 | 47 | 55 | 250 | 153 |

*źródło: opracowanie własne*

Tabela 2.2 Czułość, specyficzność i precyzja

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| **Czułość** | 1 | 0.99 | 0.99 | 0.96 | 0.97 | 0.97 | 0.99 | 0.98 | 0.93 | 0.96 |
| **Specyficzność** | 1 | 1 | 0,99 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0,99 | 1 | 1 |
| **Precyzja** | 0,96 | 0,98 | 0,95 | 0,98 | 0,98 | 0,98 | 0,98 | 0,95 | 0,98 | 0,98 |

*źródło: opracowanie własne*

W podanym problemie ważne jest zwrócenie uwagi na poziom precyzji (tabela 2) – ile danych spośród zaklasyfikowanych do danej klasy, było faktycznie tą klasą. Dwójki oraz siódemki cechują się najniższą precyzją, wiele cyfr jest mylnie klasyfikowane jako te cyfry. Można również zwrócić uwagę na (tabelę 1), gdzie liczba fałszywie pozytywna jest największa dla tych dwóch cyfr.

## Korzystanie z modelu ML poprzez API HTTP

Aplikacja wykorzystuje komunikację z serwerem, aby rozpoznać liczby napisane przez użytkownika. Klient wysyła żądanie HTTP zawierające obraz do rozpoznania oraz informację o potrzebie jego zaklasyfikowania do API udostępnionego na platformie Heroku. Korzysta z metody POST protokołu HTTP do wysyłania danych. API (Flask) otrzymuje żądanie i przekazuje obraz modelowi ML. Następnie model zwraca rozpoznaną liczbę. API odpowiada na żądanie aplikacji przesyłając liczbę w formacie JSON (rys. 2.17).

Rysunek 2.17 Schemat architektury aplikacji z modelem ML



*źródło: opracowanie własne*

# Opis implementacji i działania aplikacji

## Ekran startowy i podstawowe funkcjonalności

W pierwszym menu wyboru (rys. 3.1), użytkownik ma możliwość rozpoczęcia, przejścia do ustawień oraz zakończenie aplikacji.

Rysunek 3.1 Ekran startowy



*źródło: opracowanie własne*

Jeżeli użytkownik wybierze opcję „start”, następnie zostanie mu przedstawione menu wyboru trybu gry (rys. 3.2). W aplikacji zostały zaporoponowane 3 tryby zadań: działania, pola oraz tekstowe.

Rysunek 3.2 Ekran wyboru trybu gry



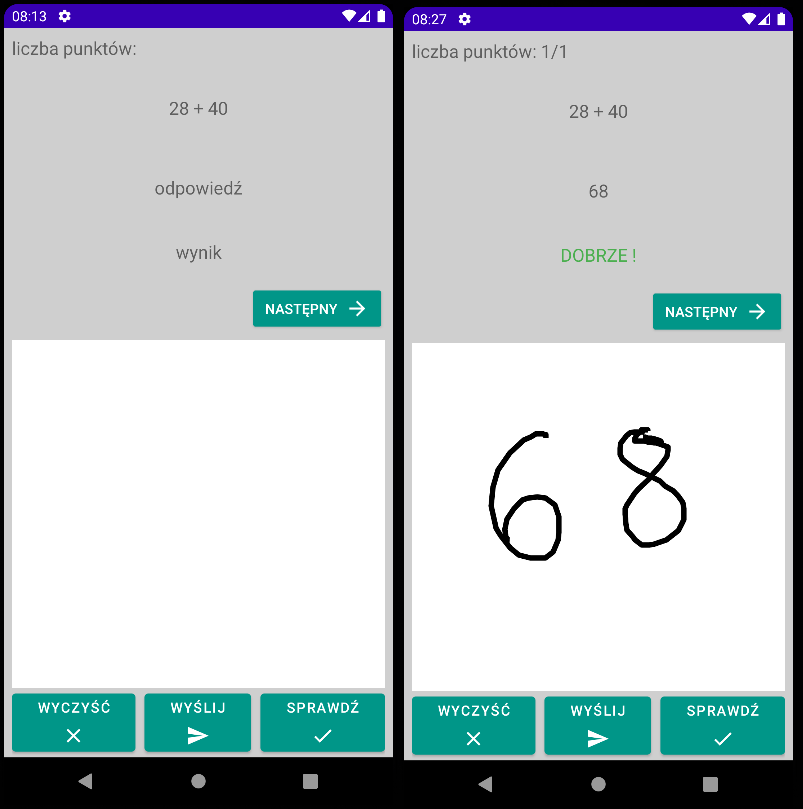
*źródło: opracowanie własne*

Po wyborze, każdego z wybranych trybów użytkownikowi pokaże się ten sam ekran co po wyborze trybu Działania (rys. 3.3) jednak z innymi pytaniami. Ekran przedstawia pytanie (działanie lub treść), pola tekstowe odpowiednio na odpowiedź oraz na wynik. Największe białe pole to PaintView, czyli pole do rysowania., służy użytkownikowi do zapisywania odpowiedzi.

Ponadto istnieją cztery przyciski: Wyczyść, Wyślij, Sprawdź oraz Następny. Przycisk Wyczyść służy do całkowitego usunięcia zawartości pola do pisania. Przycisk Wyślij wysyła zawartość PaintView na serwer. Aplikacja zapisuje zwrócone rozwiązanie do pola tekstowego odpowiedź. Przycisk Sprawdź powinien zostać kliknięty, jeżeli użytkownik uzna, że aplikacja prawidłowo rozpoznała zapisaną przez niego liczbę. Aplikacja porówna odpowiedź zapisaną w polu tekstowym z obliczonym przez niego wynikiem, a następnie wyświetli rezultat w polu Wynik.

W lewym górnym rogu znajduje się licznik punktów, który wskazuje ile poprawnych odpowiedzi udzielił użytkownik.

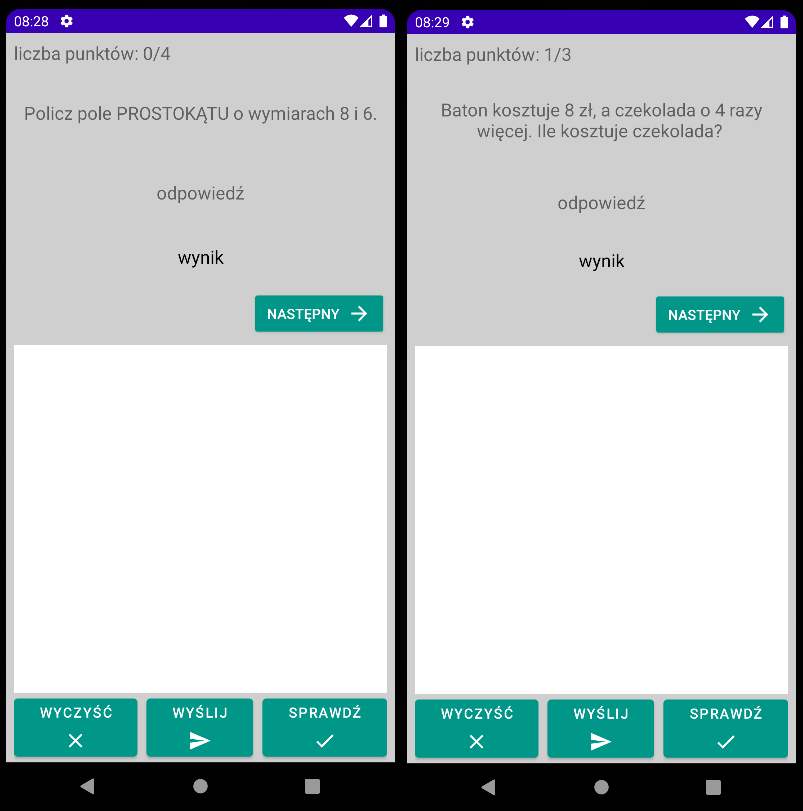
Rysunek 3.3 Główny ekran



*źródło: opracowanie własne*

Na (rys. 3.4) zostały przedstawione pozostałe tryby: po lewej stronie został zaprezentowany tryb pola figur, a po prawej tryb zadań tekstowych.

Rysunek 3.4 Pozostałe tryby



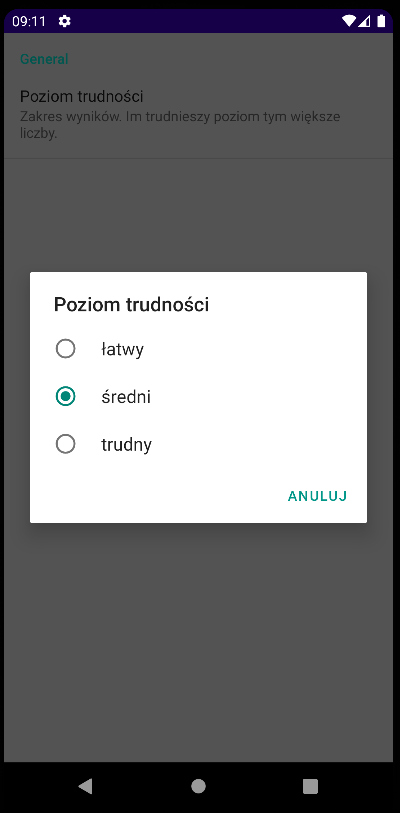
*źródło: opracowanie własne*

## Schematy, opisy poszczególnych funkcjonalności, opis kodów

### Poziomy trudności

W ustawieniach aplikacji istnieje możliwość zmiany poziomu trudności. Zostały opracowane trzy poziomy: łatwy, średni i trudny. Poziom trudności zmienia zakres liczb, które są losowane i podstawiane do pytań. Dodatkowo przy losowaniu liczb jest uwzględniane jakiego typu działanie, dla działań gdzie występuje mnożenie lub dzielenie zakres liczb jest mniejszy.

Rysunek 3.5 Ustawienia

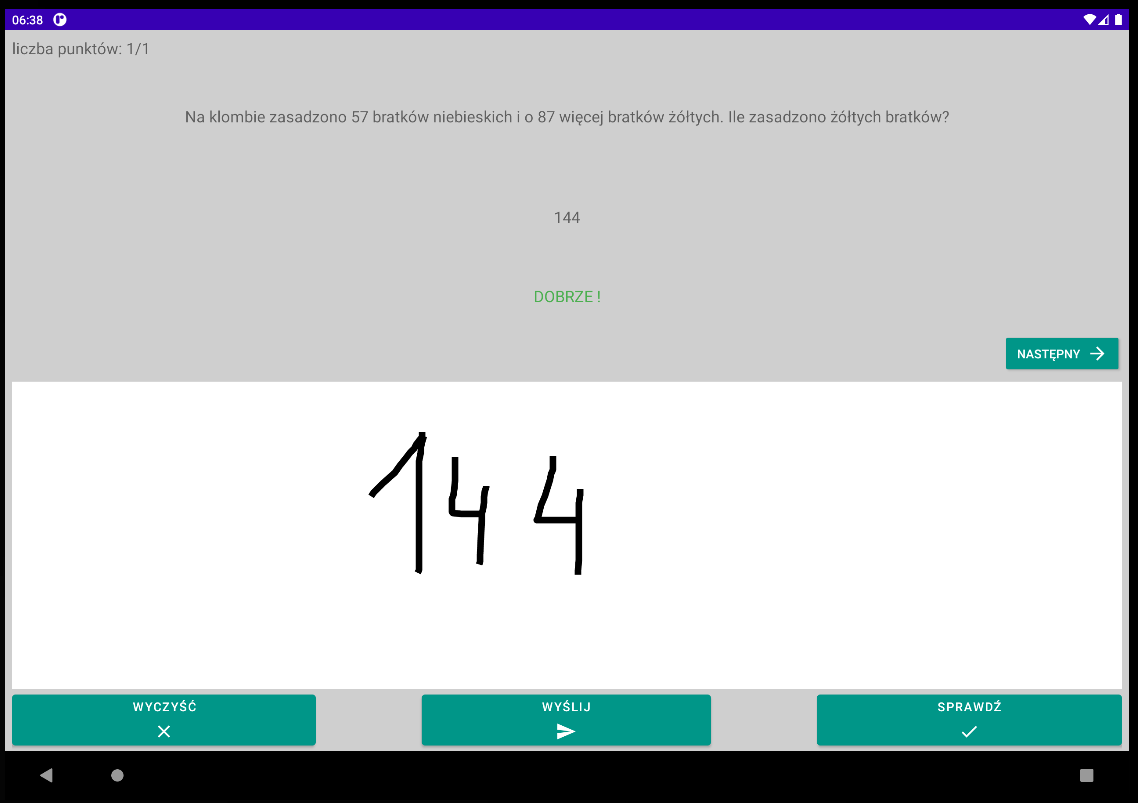


*źródło: opracowanie własne*

### Responsywność

Aplikacja jest w pełni responsywna.

Rysunek 3.6 Widok tabletu

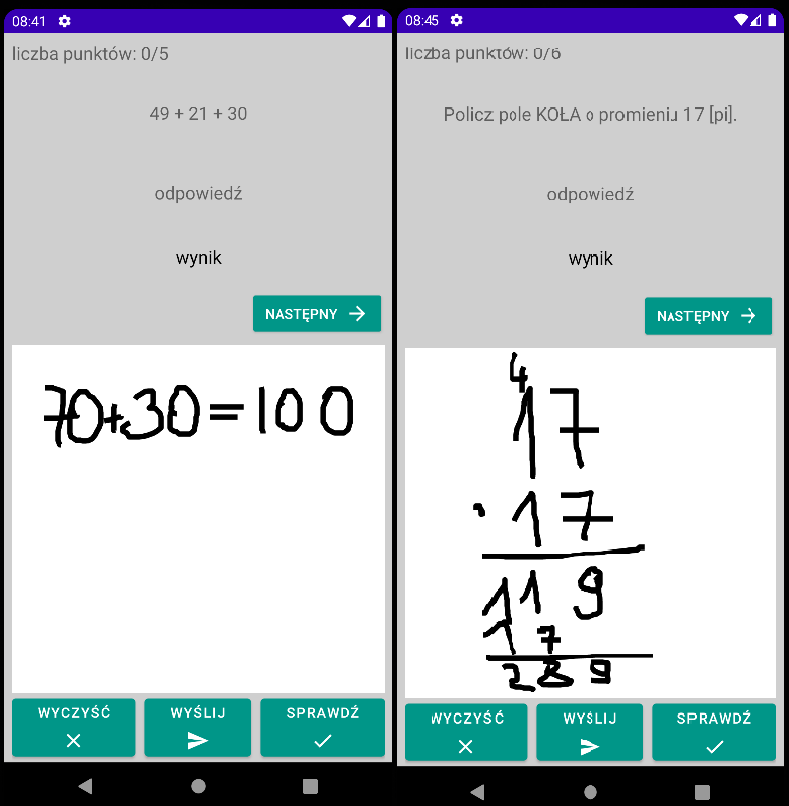


*źródło: opracowanie własne*

### Dodatkowe zalety ekranu

Aplikacja do nauki matematyki wykorzystująca rozpoznawanie liczb ręcznie pisanych jest dobrym połączeniem tradycyjnego uczenia matematyki, gdzie uczeń może rozpisać dane zadanie na kroki wykorzystując pole do pisania jako brudnopis. Jednocześnie aplikacja jest stworzona na urządzenia mobilne towarzyszące na co dzień każdemu człowiekowi. Dzięki aplikacji uczniowie mają możliwość nauki wykorzystując nowoczesne technologie, które przyciągają ich uwagę i mogą zachęcić do nauki.

Rysunek 3.7 Dodatkowe zastosowanie ekranu do pisania



*źródło: opracowanie własne*

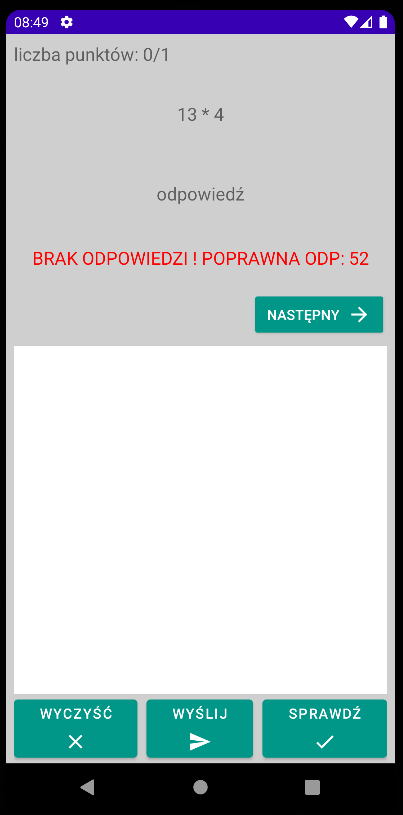
## Przykłady zastosowania aplikacji w konkretnych zadaniach

Rysunek 3.8 Sprawdzanie poprawności odpowiedzi



*źródło: opracowanie własne*

Rysunek 3.9 Brak odpowiedzi

**

*źródło: opracowanie własne*

# Zakończenie

W ramach projektu został osiągnięty cel stworzenia podstawowej wersji aplikacji do nauki matematyki dla dzieci. Program zadaje pytania matematyczne, użytkownik ma możliwość odpowiadania za pomocą ręcznego pisma. Użytkownik ma miejsce do zapisywania swoich obliczeń. Większość odpowiedzi jest poprawnie rozpoznawana. Aplikacja spełnia założenie skalowalności.

Aplikacja spełnia podstawowe założenia, jednak aby przyciągnąć młodych użytkowników powinno się poszerzyć zakres materiału, który mogą ćwiczyć w aplikacji. W aplikacji mogły by się znaleźć: obwody, objętości, liczby ujemne, liczby dziesiętne, ułamki, kolejność wykonywania działań, równania. Ponadto można dodać możliwość rozdzielnia trybu działania, tak aby użytkownik mógł wybrać czy chce poćwiczyć tylko dodawanie i odejmowanie czy mnożenie i dzielenie również. Dzięki temu aplikacja mogłaby trafić do szerszej grupy odbiorców. Podobnie w trybie pola figur wybór tylko tych figur, które dzieci poznały w danej klasie (wskazówki, które figury powinny być zaznaczone od której klasy).

W przypadku poszerzenia aplikacji o tryby z liczbami ujemnymi czy ułamkami, konieczne byłoby udoskonalenie modelu, tak aby rozpoznawał również takie odpowiedzi.

Nauka dzieci odbywa się głównie w szkołach, dlatego dobrym rozwiązaniem w aplikacji byłaby możliwość rywalizacji pomiędzy kolegami z klasy oraz możliwość monitorowania postępów uczniów przez nauczyciela.

Model został wyuczony na podstawie obrazów cyfr pisanych przez amerykanów, dlatego ważnym usprawnieniem byłoby powiększenie zestawu danych o bardziej polskie cyfry. Na przykład dodanie większej liczby jedynek nie przypominających jedynie pionowych kresek, albo dziewiątek z ogonkami. W przypadku danych z MNIST dziewiątki składają się z kółka i pionowej kreski. Poszerzenie zestawu danych mogłoby wyglądać w ten sposób, że gdy model nie rozpozna poprawnie odpowiedzi, to aplikacja pyta użytkownika o jaką liczbę mu chodziło.

Dodatkową funkcjonalnością byłyby statystki, gdzie użytkownik mógłby sprawdzić na ile pytań z danej kategorii odpowiedział poprawnie, z jakiej dziedziny musi jeszcze poćwiczyć. Ponadto przed ćwiczeniem danego zagadnienia, dzieci powinny mieć możliwość przypomnienia bądź zapoznania się z częścią teoretyczną danego zagadnienia np. zobaczyć wzory na pola figur.

# Bibliografia

[1] M. [Candocia](https://www.linkedin.com/in/max-candocia-a270b574/" \t "_blank)*, A Simple Explanation of how Computers Recognize Images,* [Analysis for Many Audiences,](https://maxcandocia.com/)  2016, url: <https://maxcandocia.com/article/2016/Apr/06/how-computers-recognize-images/>, dostęp: 23.02.2023

[2] url: <https://en.wikipedia.org/wiki/Contrast_(vision)>, dostęp: 5.05.2023

[3] T. Kowal, 2014, *Ach te piksele! Teoria obrazu,* url: <https://www.tomaszkowal.pl/index.php?option=com_content&view=article&id=204:ach-te-piksele-czyli-o-rozdzielczosciach-ekranach-i-cyfrowych-obrazach&catid=11&Itemid=57&lang=pl>, dostęp: 6.05.2023

[4] J. Brownlee, *Develop Deep Learning Models on Theano and TensorFlow Using Keras,* 2016, str: 37-42*,* 116 – 134

[5] S. M. Shamim, M. B. A. Miah, A. Sarker, M. Rana, A. A. Jobair, 2018, *Handwritten Digit Recognition Using Machine Learning,* Algorithms Indonesian Journal of Science & Technology (1) vol. 3, str.: 29-39 ISSN 2528-1410, ISSN 2527-8045

[6] R. Dixit, R. Kushwah, S. Pashine, *Handwritten Digit Recognition using Machine and  
Deep Learning Algorithms,* Artykuł Naukowy 2021, url: <https://arxiv.org/pdf/2106.12614.pdf>, dostęp: 1.03.2023

[7] M. Javed, The Best Machine Learning Algorithm for Handwritten Digits Recognition, 2020, url: <https://towardsdatascience.com/the-best-machine-learning-algorithm-for-handwritten-digits-recognition-2c6089ad8f09>, dostęp: 1.03.2023

[8] R. Gandhi, *Support Vector Machine — Introduction to Machine Learning Algorithms*, 2018, url: <https://towardsdatascience.com/support-vector-machine-introduction-to-machine-learning-algorithms-934a444fca47>, dostęp: 1.03.2023

[9] M. Mamczur, *Jak działają konwolucyjne sieci neuronowe (CNN)? ,* 2021, url: <https://miroslawmamczur.pl/jak-dzialaja-konwolucyjne-sieci-neuronowe-cnn/>, dostęp: 14.03.2023

[10] D.C. Ciresana, U. Meier, L. M. Gambardella, J. Schmidhuber, *Deep Big Multilayer Perceptrons For Digit Recognition,* 2012, w: G. Montavon, G.B. Orr, KR. Müller, *Neural Networks: Tricks of the Trade. Lecture Notes in Computer Science*, vol 7700, str: 581-598, Springer, Berlin, Heidelberg

[11] S. Ahlawat, A. Choudhary, A. Nayyar, S. Singh, B. Yoon, 2020, *Improved Handwritten Digit Recognition Using Convolutional Neural Networks (CNN)*

[12] J. Nelson*, What is Image Preprocessing and Augmentation?,* Roboflow, 2020, url: <https://blog.roboflow.com/why-preprocess-augment/>, dostęp: 28.02.2023

[13] N. Bressler, *How to Check the Accuracy of Your Machine Learning Model,* 2022, url: <https://deepchecks.com/how-to-check-the-accuracy-of-your-machine-learning-model/>, dostęp: 23.03.2023

[14] D. Nikolaiev *Overfitting and Underfitting Principles,* 2021,url: *<https://towardsdatascience.com/overfitting-and-underfitting-principles-ea8964d9c45c>,* dostęp: *14.03.2023*

[15] J. Brownlee, *How to use Learning Curves to Diagnose Machine Learning Model Performance, 2019,* url: <https://machinelearningmastery.com/learning-curves-for-diagnosing-machine-learning-model-performance/>, dostęp: 9.03.2023

[16] I. Chelliah, 2022, *Confusion Matrix for Multiclass Classification,* url: <https://medium.com/mlearning-ai/confusion-matrix-for-multiclass-classification-f25ed7173e66>, dostęp: 6.05.2023

[17] A. Lekhtman, 2019, *Data Science in Medicine — Precision & Recall or Specificity & Sensitivity?,* url: <https://towardsdatascience.com/should-i-look-at-precision-recall-or-specificity-sensitivity-3946158aace1>, dostęp: 29.03.2023

[18] S. Ghoneim, 2019, *Accuracy, Recall, Precision, F-Score & Specificity, which to optimize on?,* url: <https://towardsdatascience.com/accuracy-recall-precision-f-score-specificity-which-to-optimize-on-867d3f11124>, dostęp: 29.03.2023

[19] Bankmycell, 2023, *Android vs. Apple Market Share: Leading Mobile Operating Systems (OS) (May 2023), url:* <https://www.bankmycell.com/blog/android-vs-apple-market-share/>, dostęp: 18.05.2023

[20] Android Developers, *Android devices*, url: <https://developer.android.com/multidevice>, dostęp: 18.05.2023

[21] Oberlo, 2023, *Most Popular Electronics Worldwide,* url: <https://www.oberlo.com/statistics/most-popular-electronics>, dostęp: 18.05.2023

[22] G. Girecko, *Kotlin vs. Java: All-purpose Uses and Android Apps,* url: <https://www.toptal.com/kotlin/kotlin-vs-java>, dostęp: 24.05.2023

[23] Deeplake, *MNIST*, url: <https://datasets.activeloop.ai/docs/ml/datasets/mnist/>, dostęp: 18.05.2023