

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Вятский государственный университет»
Факультет автоматики и вычислительной техники
Кафедра электронных вычислительных машин

Объединение граф-схем алгоритмов

Отчет по лабораторной работе №6 по дисциплине
«Математическая логика и теория алгоритмов»

Выполнил студент группы ИВТб-11 _____ Монахов А.М

Проверил преподаватель _____ Скворцов А. А.

Киров 2020

1 Цель лабораторной работы

Получить навыки построения объединённых графических схем алгоритмов.

2 Задание на лабораторную работу

2.1 Построить графическую схему для каждого из заданных алгоритма.

2.2 По граф-схемам построить матричные схемы.

2.3 В соответствии с принципом соседнего кодирования ввести дополнительные условные вершины.

2.4 Построить набор определяющих функций.

2.5 На основе матричных схем и набора определяющих функций построить объединённую матричную схему.

2.6 Преобразовать матричную схему алгоритма в эквивалентную графическую схему. В ходе преобразования выполнить минимизацию длины логической схемы.

3 Исходные данные

Первый алгоритм:

from A0 to P1
from P1 to P1 (if true) or to P6 (if false)
from P6 to P4 (if true) or to A3 (if false)
from P4 to P1 (if true) or to A3 (if false)
from A3 to P3
from P3 to P5 (if true) or to P1 (if false)
from P5 to P5 (if true) or to A1 (if false)
from A1 to A2
from A2 to P2
from P2 to P3 (if true) or to Ak (if false)

Второй алгоритм:

from A0 to A1
from A1 to A2
from A2 to P6
from P6 to Ak (if true) or to P4 (if false)
from P4 to P5 (if true) or to P2 (if false)
from P2 to P4 (if true) or to P1 (if false)
from P1 to A2 (if true) or to A3 (if false)
from A3 to P3
from P3 to P5 (if true) or to P1 (if false)
from P5 to P4 (if true) or to Ak (if false)

Третий алгоритм:

from A0 to P5
from P5 to A0 (if true) or to A1 (if false)
from A1 to A2
from A2 to P1
from P1 to P2 (if true) or to A3 (if false)
from A3 to P3
from P3 to P6 (if true) or to Ak (if false)
from P6 to A3 (if true) or to P4 (if false)
from P4 to P2 (if true) or to P2 (if false)
from P2 to Ak (if true) or to A1 (if false)

Графические схемы алгоритмов:

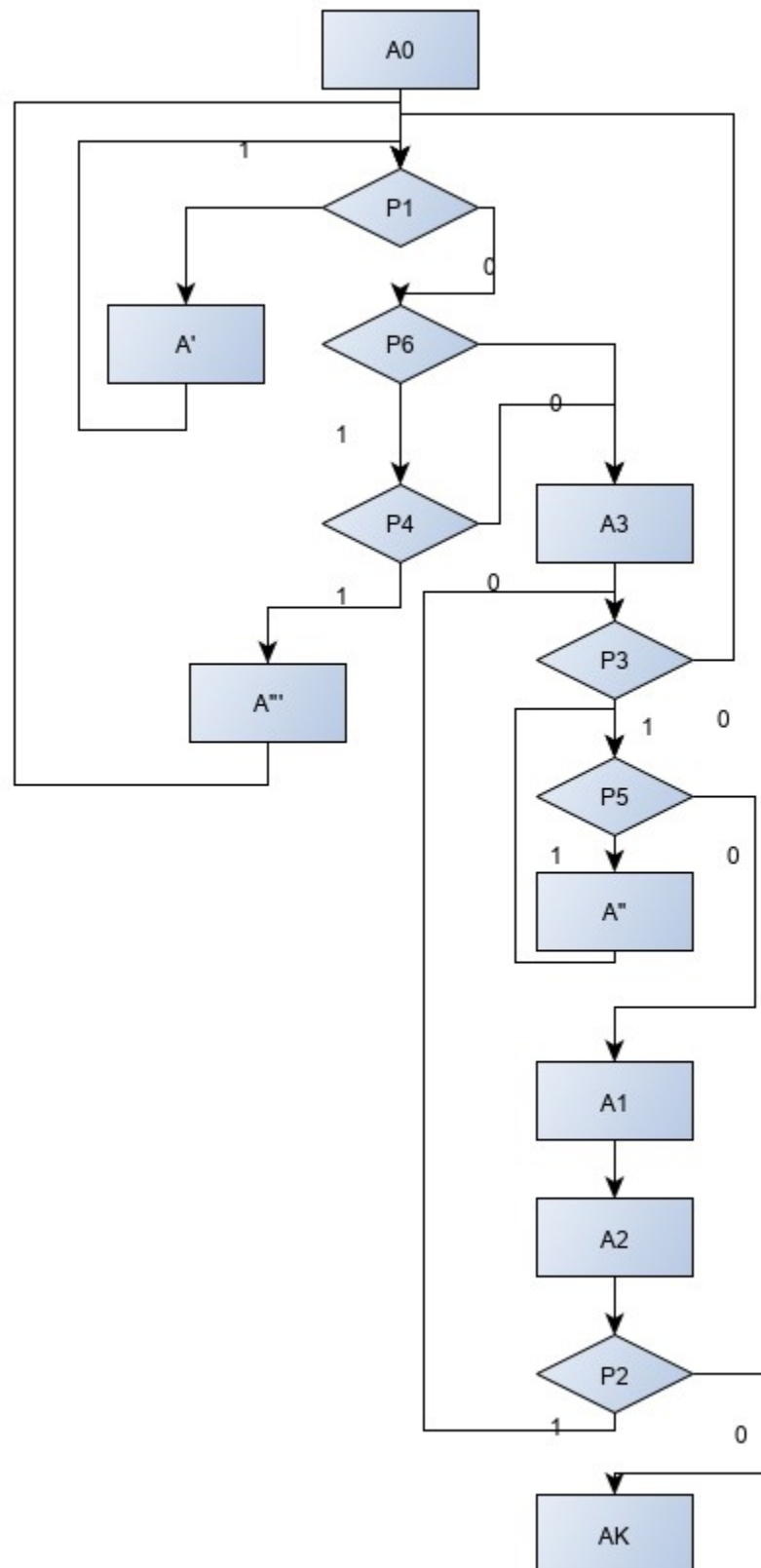


Рисунок 1 – первый алгоритм

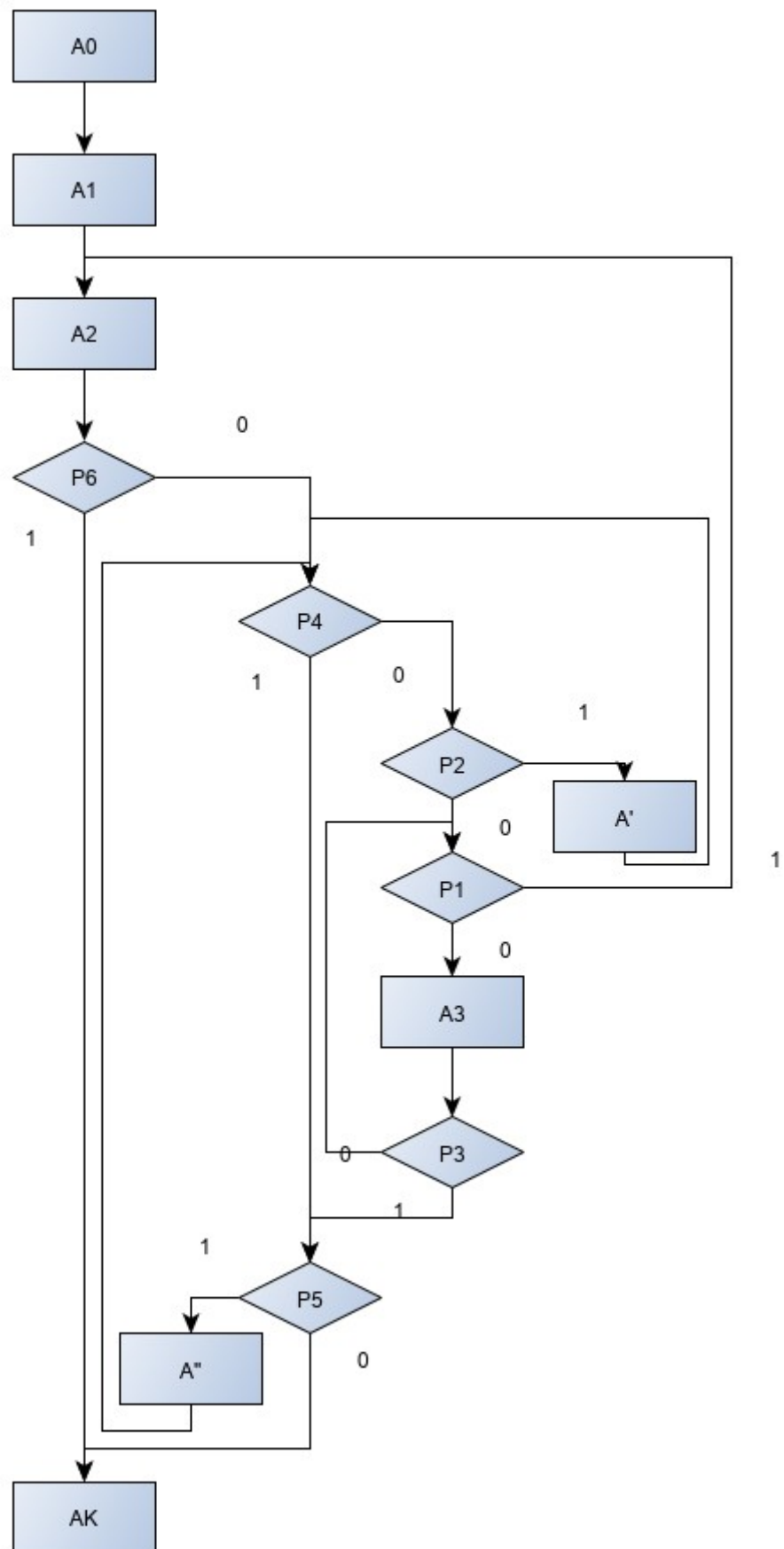


Рисунок 2 – второй алгоритм

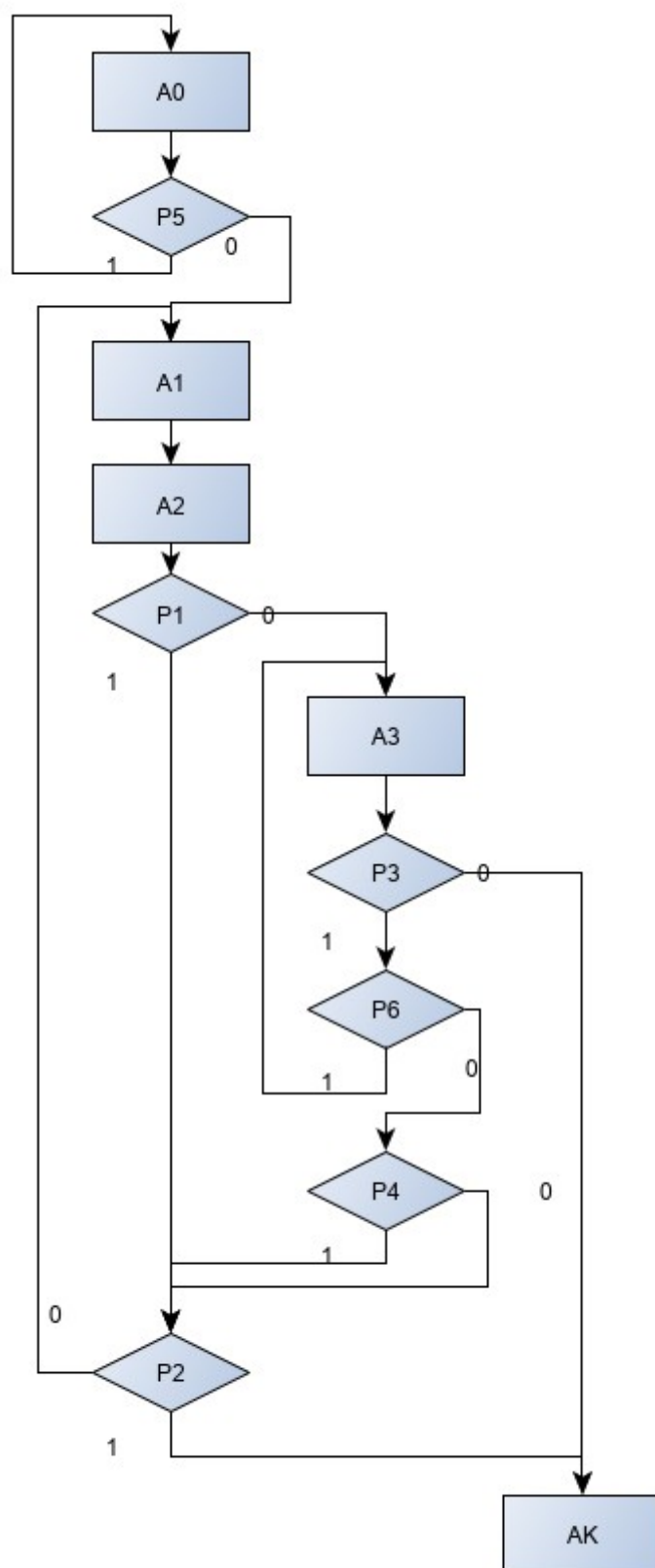


Рисунок 3 – третий алгоритм

Матричные схемы алгоритмов:

Первый алгоритм:

	A1	A2	A3	A'	A''	A'''	Ak
A0			$\neg P1 \neg P6 \vee$ $\neg P1 \neg P6 \neg P4$	P1		$\neg P1 P6 P4$	
A1		1					
A2	$P2 \neg P3 \neg P5$		$P2 \neg P3 \neg$ $P1 P6 \vee$ $P2 \neg P3 \neg P1$ $\neg P6 \neg P4$	$P2 \neg P3 P1$	$P2 P3 P5$	$P2 \neg P3 \neg$ $P1 P6 P4$	$\neg P2$
A3	$P3 \neg P5$		$\neg P3 \neg P1 P6 \neg P4$ \vee $\neg P3 \neg P1 \neg P6$	$\neg P3 P1$	$P3 P5$	$\neg P3 \neg P$ $1 P6 P4$	
A'			$\neg P1 \neg P6 \vee$ $\neg P1 \neg P6 \neg P4$	P1		$\neg P1 P6 P4$	
A''	$\neg P5$				P5		
A'''			$\neg P1 \neg P6 \vee$ $\neg P1 P6 \neg P4$	P1		$\neg P1 P6 P4$	

Второй алгоритм:

	A1	A2	A3	A'	A''	Ak
A0	1					
A1		1				
A2		$\neg P6 \neg P4 P2 P1$	$\neg P6 \neg P4 \neg P2 \neg P$ 1	$\neg P6 \neg P4 P$ 2	$\neg P6 P4 P5$	$P6 \vee$ $\neg P6 P4 \neg P5$
A3		$\neg P3 P1$	$\neg P3 \neg P1$		$P3 \neg P5$	$P3 P5$
A'		$\neg P4 \neg P2 P1$	$\neg P4 \neg P2 \neg P1$	$\neg P4 P2$	$P4 P5$	$P4 \neg P5$
A''		$\neg P4 \neg P2 P1$	$\neg P4 \neg P2 \neg P1$	$\neg P4 P2$	$P4 P5$	$P4 \neg P5$

Третий алгоритм:

	A0	A1	A2	A3	Ak
A0	P5	$\neg P5$			
A1			1		
A2		$P1 \neg P2$		$\neg P1$	$P1 P2$
A3		$P3 \neg P6 P4 \neg P2 \vee$ $P3 \neg P6 \neg P4 \neg P2$		$P3 P6$	$P3 \neg P6 P4 P2 \vee$ $P3 \neg P6 \neg P4 P2 \vee$ $\neg P3$

4 Объединение

Определяющие конъюнкции R_i

$$R_1 = r_1 r_2$$

$$R_2 = r_1 \neg r_2$$

$$R_3 = \neg r_1 r_2$$

$$R_{\emptyset} = \neg r_1 \neg r_2$$

Дополнительные определяющие функции β

$$\beta_0^1 = \beta_2^1 = \beta_3^1 = r_1 r_2$$

$$\beta_1^1 = r_1 r_2 \vee \frac{r_1 \neg r_2}{0} \vee \frac{\neg r_1 r_2}{0} \vee \frac{\neg r_1 \neg r_2}{0} = 1$$

$$\beta_{1'}^1 = r_1 r_2 \vee \frac{r_1 \neg r_2}{0} = r_1 \frac{r_2}{1}$$

$$\beta_1^3 = \beta_2^3 = \beta_3^3 = \beta_{1'}^3 = \neg r_1 r_2 \vee \frac{\neg r_1 \neg r_2}{0} = \neg r_1 \frac{r_2}{1}$$

Объединённая матричная схема алгоритма:

		A1	A2	A3	A'	A''	A'''	Ak
A0	$\neg r1r2(P5)$	$r1\neg r2 \vee \neg r1r2(\neg P5)$		$r1r2(\neg P1\neg P6 \vee \neg P1\neg P6\neg P4)$	$r1r2P1$		$r1r2(\neg P1P6P4)$	
A1			1					
A2		$r1r2(P2P3\neg P5) \vee \neg r1r2(P1\neg P2)$	$r1\neg r2(\neg P6\neg P4P2P1)$	$r1r2(P2\neg P3\neg P1\neg P6 \vee P2\neg P3\neg P1P6\neg P4) \vee r1\neg r2(\neg P6\neg P4\neg P2\neg P1) \vee \neg r1r2(\neg P1)$	$r1r2(P2\neg P3P1) \vee r1\neg r2(\neg P6\neg P4P2)$	$r1r2(P2P3P5) \vee r1\neg r2(\neg P6P4P5)$	$r1r2(P2\neg P3\neg P1P6P4)$	$r1r2(\neg P2) \vee r1\neg r2(P6 \vee \neg P6P4\neg P5) \vee \neg r1r2(P1P2)$
A3		$r1r2(P3\neg P5) \vee \neg r1r2(P3\neg P6P4\neg P2 \vee P3\neg P6\neg P4\neg P2)$	$r1\neg r2(\neg P3P1)$	$r1r2(\neg P3\neg P1P6\neg P4 \vee \neg P3\neg P1\neg P6) \vee r1\neg r2(\neg P3\neg P1) \vee \neg r1r2(P3P6)$	$r1r2(\neg P3P1)$	$r1r2(P3P5) \vee r1\neg r2(P3\neg P5)$	$r1r2(\neg P3\neg P1P6P4)$	$r1\neg r2(P3P5) \vee \neg r1r2(P3\neg P6P4P2) \vee P3\neg P6\neg P4P2 \vee \neg P3)$
A'			$r1\neg r2(\neg P4\neg P2P1)$	$r1r2(\neg P1\neg P6 \vee \neg P1\neg P6\neg P4) \vee r1\neg r2(\neg P4\neg P2\neg P1)$	$r1r2(P1) \vee r1\neg r2(\neg P4P2)$	$r1\neg r2(P4P5) \vee$	$r1r2(\neg P1P6P4)$	$r1\neg r2(P4\neg P5)$

A',		$r_1 r_2 (\neg P_5)$	$r_1 \neg r_2 (\neg P_4 \neg P_2 P_1)$	$r_1 \neg r_2 (\neg P_4 \neg P_2 \neg P_1) \vee$	$r_1 \neg r_2 (\neg P_4 P_2) \vee$	$r_1 r_2 (P_5) \vee r_1 \neg r_2 (P_4 P_5)$		$r_1 \neg r_2 (P_4 \neg P_5)$
A'',				$r_1 \frac{r_2}{1} (\neg P_1 \neg P_6 \vee \neg P_1 \neg P_6 \neg P_4)$	$r_1 \frac{r_2}{1} (P_1) \vee$		$r_1 \frac{r_2}{1} (\neg P_1 P_6 P_4)$	

5 Системы формул переходов

S1:

$$A_0 \rightarrow r_1 \neg r_2 A_1 \vee \neg r_1 (\neg P_5) A_1 \vee \neg r_1 r_2 (P_5) A_0 \vee r_1 r_2 (\neg P_1 \neg P_6 \vee \neg P_1 \neg P_6 \neg P_4) A_3 \vee r_1 r_2 (P_1) A' \vee r_1 r_2 (\neg P_1 P_6 P_4) A'''$$

$$A_1 \rightarrow A_2$$

$$A_2 \rightarrow r_1 r_2 (P_2 P_3 \neg P_5) A_1 \vee \neg r_1 r_2 (P_1 \neg P_2) A_1 \vee r_1 \neg r_2 (\neg P_6 \neg P_4 P_2 P_1) A_2 \vee r_1 r_2 (P_2 \neg P_3 \neg P_1 \neg P_6 \vee P_2 \neg P_3 \neg P_1 P_6 \neg P_4) A_3 \vee r_1 \neg r_2 (\neg P_6 \neg P_4 \neg P_2 \neg P_1) A_3 \vee \neg r_1 r_2 (\neg P_1) A_3 \vee r_1 r_2 (P_2 \neg P_3 P_1) A' \vee r_1 \neg r_2 (\neg P_6 \neg P_4 P_2) A' \vee r_1 r_2 (P_2 P_3 P_5) A'' \vee r_1 \neg r_2 (\neg P_6 P_4 P_5) A'' \vee r_1 r_2 (P_2 \neg P_3 \neg P_1 P_6 P_4) A''' \vee r_1 r_2 (\neg P_2) A_K \vee r_1 \neg r_2 (P_6 \vee \neg P_6 P_4 \neg P_5) A_K \vee \neg r_1 r_2 (P_1 P_2) A_K$$

$$A_3 \rightarrow r_1 r_2 (P_3 \neg P_5) A_1 \vee \neg r_1 r_2 (P_3 \neg P_6 P_4 \neg P_2 \vee P_3 \neg P_6 \neg P_4 \neg P_2) A_1 \vee r_1 \neg r_2 (\neg P_3 P_1) A_2 \vee r_1 r_2 (\neg P_3 \neg P_1 P_6 \neg P_4 \vee \neg P_3 \neg P_1 \neg P_6) A_3 \vee r_1 \neg r_2 (\neg P_3 \neg P_1) A_3 \vee \neg r_1 r_2 (P_3 P_6) A_3 \vee r_1 r_2 (\neg P_3 P_1) A' \vee r_1 r_2 (P_3 P_5) A'' \vee r_1 \neg r_2 (P_3 \neg P_5) A'' \vee r_1 r_2 (\neg P_3 \neg P_1 P_6 P_4) A''' \vee r_1 \neg r_2 (P_3 P_5) A_K \vee \neg r_1 r_2 (P_3 \neg P_6 P_4 P_2 \vee P_3 \neg P_6 \neg P_4 P_2 \vee \neg P_3) A_K$$

$$A' \rightarrow r_1 \neg r_2 (\neg P_4 \neg P_2 P_1) A_2 \vee r_1 r_2 (\neg P_1 \neg P_6 \vee \neg P_1 \neg P_6 \neg P_4) A_3 \vee r_1 \neg r_2 (\neg P_4 \neg P_2 \neg P_1) A_3 \vee r_1 r_2 (P_1) A' \vee r_1 \neg r_2 (\neg P_4 P_2) A' \vee r_1 \neg r_2 (P_4 P_5) A'' \vee r_1 r_2 (\neg P_1 P_6 P_4) A''' \vee r_1 \neg r_2 (P_4 \neg P_5) A_K$$

$$A'' \rightarrow r_1 r_2 (\neg P_5) A_1 \vee r_1 \neg r_2 (\neg P_4 \neg P_2 P_1) A_2 \vee r_1 \neg r_2 (\neg P_4 \neg P_2 \neg P_1) A_3 \vee r_1 \neg r_2 (\neg P_4 P_2) A' \vee r_1 r_2 (P_5) A'' \vee r_1 \neg r_2 (P_4 P_5) A'' \vee r_1 \neg r_2 (P_4 \neg P_5) A_K$$

$$A''' \rightarrow r_1 \frac{r_2}{1} (\neg P_1 \neg P_6 \vee \neg P_1 \neg P_6 \neg P_4) A_3 \vee r_1 \frac{r_2}{1} (P_1) A' \vee r_1 \frac{r_2}{1} (\neg P_1 P_6 P_4) A'''$$

S2:

$$A0 \rightarrow r1(r2(P1A' \vee \neg P1(P6P4A''' \vee \neg P6(A3 \vee \neg P4A3))) \vee \neg r2A1) \vee \neg r1((P5)A0 \vee (\neg P5)A1)$$

$$A1 \rightarrow A2$$

$$A2 \rightarrow r1(r2(P2(P3(P5A'' \neg P5A1) \vee \neg P3(P1A' \vee \neg P1(P6(P4A''' \vee \neg P4A3))) \vee \neg P2AK) \vee \neg r2(P6Ak \vee \neg P6(P4(P5A'' \vee \neg P5Ak) \vee \neg P4(P2P1A2 \vee P2A' \vee \neg P2 \neg P1A3 \vee) \vee \neg P5AK))) \vee \neg r1(P1(\neg P2A1 \vee P2AK) \vee \neg P1A3)$$

$$A3 \rightarrow r1(r2(P3(P5A'' \vee \neg P5A1) \vee \neg P3(P1A' \vee \neg P1(P6P4A''' \vee P6 \neg P4A3 \vee \neg P6A3) \vee \neg r2(P3(P5AK \vee \neg P5A'') \vee \neg P3(P1A2 \vee \neg P1A3)))) \vee \neg r1(P3(P6A3 \vee \neg P6((P2AK \vee \neg P2A1) \vee \neg P3AK))$$

$$A' \rightarrow r1(r2(P1A' \vee \neg P1(P6P4A''' \vee \neg P6A3 \vee \neg P6 \neg P4A3)) \vee \neg r2(P4(P5A'' \vee \neg P5AK) \vee \neg P4(P2A' \vee \neg P2(P1A2 \vee \neg P1A3))))$$

$$A'' \rightarrow r1(r2(P5A'' \vee \neg P5A1) \vee \neg r2(P4(P5A'' \vee \neg P5AK) \vee \neg P4(P2A' \vee \neg P2(P1A2 \vee \neg P1A3))))$$

$$A''' \rightarrow r_1 \frac{r_2}{1} (\vee P1A' \vee \neg P1(P6P4A''' \vee \neg P6A3 \vee \neg P6 \neg P4A3))$$

S3:

$$A0 \rightarrow r1 \uparrow^1 r2 \uparrow^2 P1 \uparrow^3 A' * \downarrow^3 P6 \uparrow^4 P4 \uparrow^5 A''' * \downarrow^4 A3 * \downarrow^5 A3 * \downarrow_2 A1 * \downarrow^1 P5 \uparrow^{27} A0 * \downarrow^{27} A1$$

$$A1 \rightarrow A2$$

$$A2 \rightarrow r1 \uparrow^1 r2 \uparrow^2 P2 \uparrow^6 P3 \uparrow^7 P5 \uparrow^8 A'' * \downarrow^8 A1 * \downarrow^7 P1 \uparrow^3 A' * \downarrow^3 P6 \uparrow^4 P4 \uparrow^5 A''' * \downarrow^5 A3 * \downarrow^6 AK * \downarrow_2 P6 \uparrow^{11} Ak * \downarrow^{11} P4 \uparrow^{12} P5 \uparrow^{13} A'' * \downarrow^{13} Ak * \downarrow^{12} P2 \uparrow^{14} A' * \downarrow^{14} P1 \uparrow^{15} A2 \downarrow^{15} A3 \downarrow^{13} AK * \downarrow^1 P1 \uparrow^{22} P2 \uparrow^{23} AK * \downarrow^{23} A1 * \downarrow^{24} A3$$

$$A3 \rightarrow r1 \uparrow^1 r2 \uparrow^2 P3 \uparrow^7 P5 \uparrow^8 A'' * \downarrow^8 A1 * \downarrow^7 P1 \uparrow^3 A' * \downarrow^3 P6 \uparrow^4 P4 \uparrow^5 A''' * \downarrow^5 A3 * \downarrow^4 A3 \downarrow^2 P3 \uparrow^{16} P5 \uparrow^{17} AK * \downarrow^{17} A'' * \downarrow^{13} P1 \uparrow^{15} A2 * \downarrow^{15} A3 * \downarrow^1 P3 \uparrow^{25} P6 \uparrow^{26} A3 * \downarrow^{26} P2 \uparrow^{23} AK * \downarrow^{23} A1 * \downarrow^{25} AK *$$

$$A' \rightarrow r1 \uparrow^1 r2 \uparrow^2 P1 \uparrow^3 A' * \downarrow^3 P6 \uparrow^4 P4 \uparrow^5 A''' \downarrow^4 A3 \downarrow^4 \downarrow^5 A3 \downarrow_2 P4 \uparrow^{12} P5 \uparrow^{13} A'' \downarrow^{13} AK \downarrow^{12} P2 \uparrow^{14} A' \downarrow^{14} P1 \uparrow^{15} A2 \downarrow^{15} A3$$

$$A'' \rightarrow r1 \uparrow^1 r2 \uparrow^2 P5 \uparrow^8 A'' * \downarrow^8 A1 \downarrow_2 P4 \uparrow^{12} P5 \uparrow^{13} A'' * \downarrow^{13} Ak * \downarrow^{12} P2 \uparrow^{14} A' * \downarrow^{14} P1 \uparrow^{15} A2 \downarrow^{15} A3$$

$$A''' \rightarrow r_1 \frac{r_2}{1} P1 \uparrow^3 A' * \downarrow^3 P6 \uparrow^4 P4 \uparrow^5 A''' \downarrow^4 A3 \downarrow^4 \downarrow^5 A3$$

Используя правила № 2, 3, 6 и 7 системы переходов Лазарева-Дьяченко, минимизируем исходную систему S3:

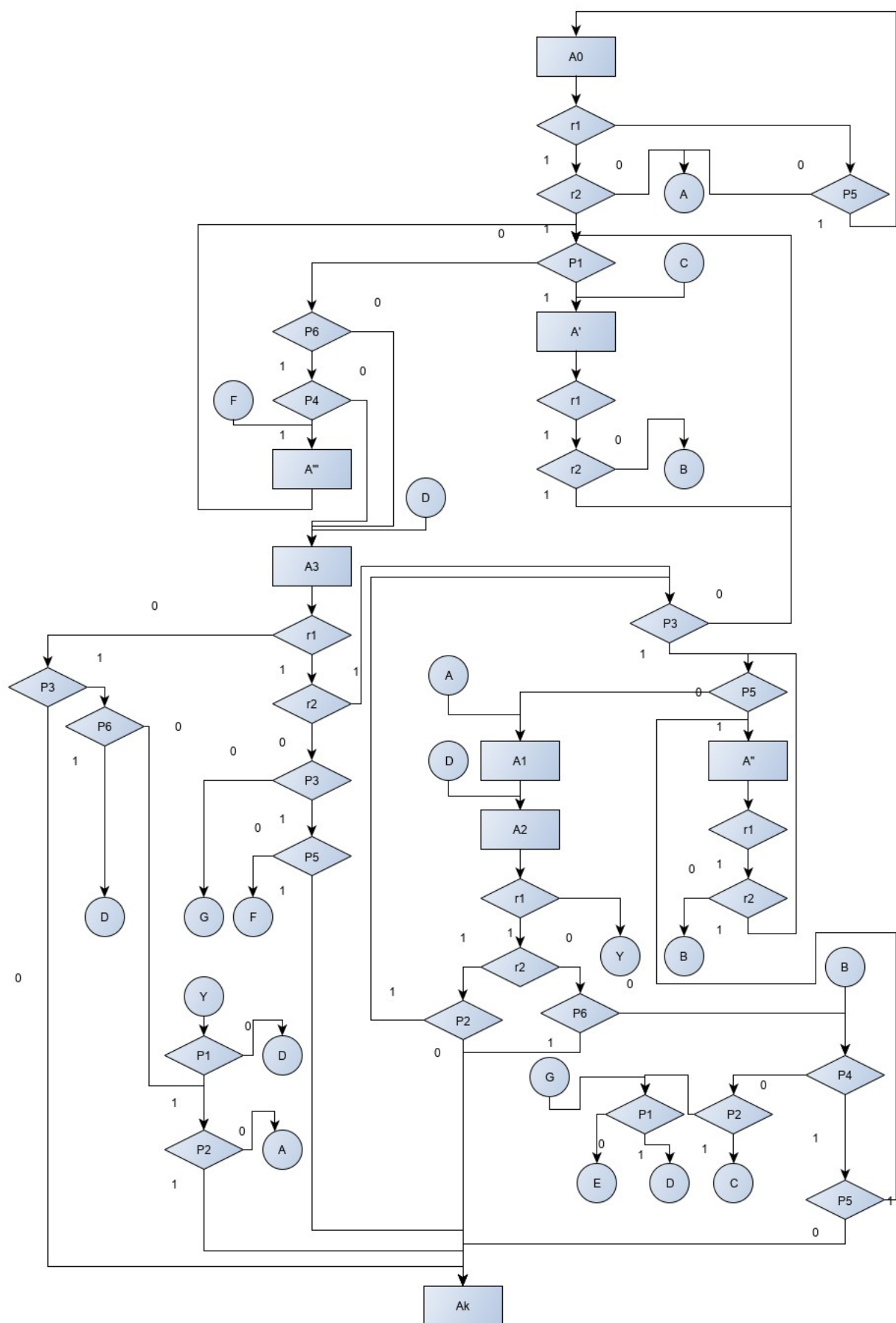
S3':

$A0 \rightarrow r1 \uparrow^1 r2 \uparrow^2 \downarrow^7 \downarrow^{41} P1 \uparrow^3 A' * \downarrow^3 P6 \uparrow^4 P4 \uparrow^5 A''' * \downarrow^4 A3 * \downarrow^5 A3 * \downarrow_2 A1 * \downarrow^1$
 $P5 \uparrow^{27} A0 * \downarrow^{27} A1$
 $A1 \rightarrow A2$
 $A2 \rightarrow r1 \uparrow^1 r2 \uparrow^2 P2 \uparrow^6 \downarrow^{43} P3 \uparrow^7 \downarrow_{88} P5 \uparrow^8 A'' * \downarrow^8 A1 * \downarrow^6 AK * \downarrow_2 P6 \uparrow^{11} Ak * \downarrow^{11}$
 $P4 \uparrow^{12} P5 \uparrow^{13} A'' * \downarrow^{13} Ak * \downarrow^{12} P2 \uparrow^{14} A' * \downarrow^{14} P1 \uparrow^{15} A2 \downarrow^{15} A3 \downarrow^{13} AK * \downarrow^1 P1 \uparrow^{22} \downarrow^{26}$
 $P2 \uparrow^{23} AK * \downarrow^{23} A1 * \downarrow^{24} A3$
 $A3 \rightarrow r1 \uparrow^1 r2 \uparrow^2 \uparrow^{43} \downarrow^2 P3 \uparrow^{16} P5 \uparrow^{17} AK * \downarrow^{17} A'' * \downarrow^{13} \uparrow^{14} \downarrow^1 P3 \uparrow^{25} P6 \uparrow^{26} A3 * \downarrow^{25} AK *$
 $A' \rightarrow r1 \uparrow^1 r2 \uparrow^2 \uparrow^{41} \downarrow_2 \uparrow^{11}$
 $A'' \rightarrow r1 \uparrow^1 r2 \uparrow^2 \uparrow^{88} \downarrow_2 \uparrow^{11}$
 $A''' \rightarrow \uparrow^7$

Объединённая логическая схема:

$U = \downarrow^{49} A0 r1 \uparrow^1 r2 \uparrow^2 \downarrow^7 \downarrow^{41} P1 \uparrow^3 \downarrow^{44} A' r1 \uparrow^{51} r2 \uparrow^{52} \uparrow^{41} \downarrow_{52} \uparrow^{11} \downarrow^3 P6 \uparrow^4 P4 \uparrow^5 \downarrow^{17} A'''$
 $\uparrow^7 \downarrow^4 \downarrow^5 \downarrow^{24} \downarrow^{15} A3 r1 \uparrow^{53} r2 \uparrow^{54} \uparrow^{43} \downarrow^{54} P3 \uparrow^{14} P5 \uparrow^{17} \uparrow^{25} \downarrow^{13} \uparrow^{14} \downarrow^{53} P3 \uparrow^{25} P6 \uparrow^{26} \uparrow^5 \downarrow^1$
 $P5 \uparrow^{27} \uparrow^{49} \downarrow^{27} \downarrow_2 \downarrow^8 \downarrow^{23} A1 \downarrow^{45} A2 r1 \uparrow^{55} r2 \uparrow^{56} P2 \uparrow^6 \downarrow^{43} P3 \uparrow^7 \downarrow_{88} P5 \uparrow^8 \downarrow^{46} A'' r1 \uparrow^{57} r2 \uparrow^{58}$
 $\uparrow^{88} \downarrow_{58} \uparrow^{11} \downarrow_{56} P6 \uparrow^{11} \uparrow^6 \downarrow^{11} P4 \uparrow^{12} P5 \uparrow^{13} \uparrow^{46} \downarrow^{12} P2 \uparrow^{14} \uparrow^{44} \downarrow^{14} P1 \uparrow^{15} \uparrow^{45} \downarrow^{55} P1 \uparrow^{24} \downarrow^{26}$
 $P2 \uparrow^{23} \downarrow^{25} \downarrow^6 \downarrow^{13} AK *$

Графическая схема объединённого алгоритма



6 Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы были объединены три алгоритма, а также были получены навыки построения объединённых матричных и логических схем алгоритмов.