重解を持つ方程式の係数

presented by MonaQua

2019.10.19

第16回日曜数学会
@マスパーティ

今回のお話

方程式の解の状況は,

その方程式の係数を見るとわかる

→ 係数をパラメタと思ったとき,

「重解を与える」パラメタに法則がある!

特異な状態!

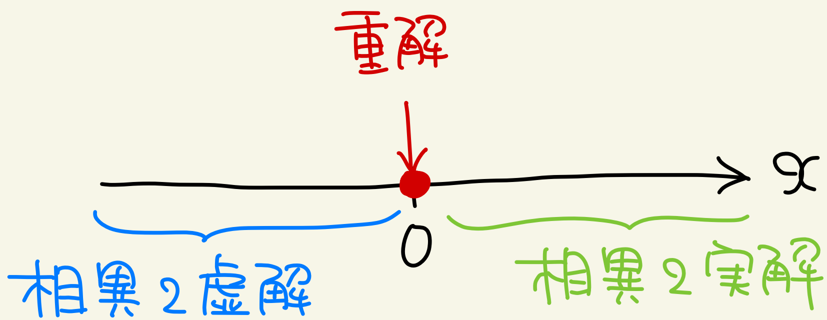
◎ t に関する2次方程式 $\boxed{t^2 - x = 0}$ を考える……

◎ t に関する2次方程式 $\boxed{t^2 - x = 0}$ を考える……

重解が出る x の条件？

$t^2 - x = 0$ が重解を持つ $\iff$ $x = 0$.

$t^2 - x = 0$ が重解を持つ $\iff$ $x = 0$.



⇝ 殆どの場合，重解は出てこない！

Q tに関する4次方程式

$$\boxed{t^4 + xt^2 + yt + z = 0}$$

を考える……

Q tに関する4次方程式

$$\boxed{t^4 + xt^2 + yt + z = 0}$$

を考える……

重解が出る x, y, z の条件?

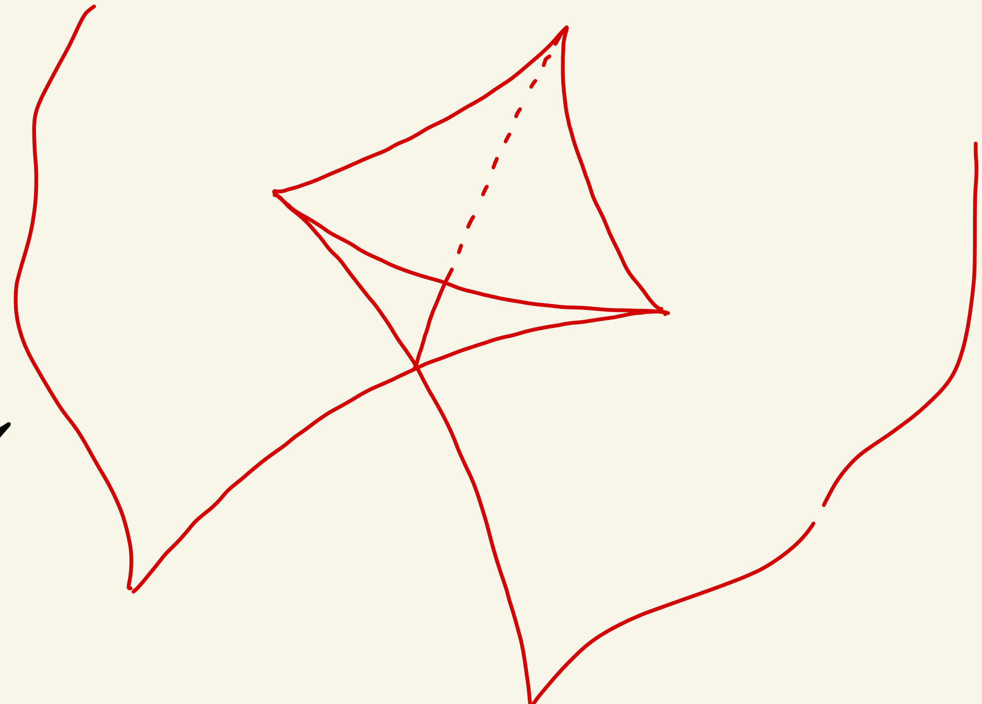
$t^4 + xt^2 + yt + z = 0$ が重解を持つ

$$\iff (x, y, z) = (u, -2uv - 4v^3, uv^2 + 3v^4)$$

$t^4 + xt^2 + yt + z = 0$ が重解を持つ

$\Longleftrightarrow (x, y, z) = (u, -2uv - 4v^3, uv^2 + 3v^4)$

図示!



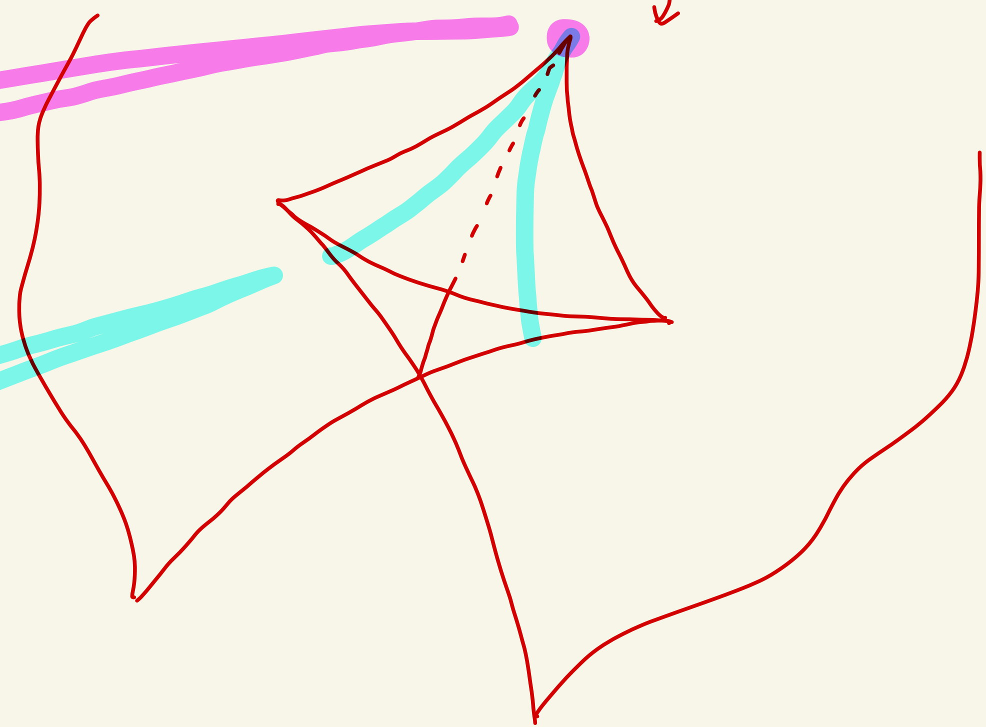
この曲面に
載った点 (x, y, z) が,
重解持ちの方程式を
与える!

$t^4 + xt^2 + yt + z = 0$ が重解を持つ

この面上は
2重解

この点上は
4重解

この線上は
3重解



少しでも興味が出たら……！

↓ 自分で調べてみよう！

参考文献

- 泉屋・石川『応用特異点論』（1998）共立
- 泉屋・佐野・佐伯・佐久間『特異点の数理Ⅰ 幾何学と特異点』（2001）共立
- 梅原・佐治・山田『特異点をもつ曲線と曲面の微分幾何学』（2017）丸善
- 佐久間『特異点のこころえ』（2019）日評

或いは……！

そろそろ復活予定の
数学YouTuber「もなくゎ」を
ch登録・通知ON！

ご~~視~~清聴ありがとうございました！