
TP 1.2 - ESTUDIO ECONÓMICO-MATEMÁTICO DE APUESTAS EN LA RULETA

Juan Pablo Jaca

Legajo: 50311

Comisión: 402

Universidad Tecnológica Nacional - FRRO

Zeballos 1341, S2000, Argentina

juampijaca@gmail.com

Nahuel Berli

Legajo: 50310

Comisión: 402

Universidad Tecnológica Nacional - FRRO

Zeballos 1341, S2000, Argentina

nahuel.berli@gmail.com

Juan Cruz Mondino

Legajo: 51922

Comisión: 402

Universidad Tecnológica Nacional - FRRO

Zeballos 1341, S2000, Argentina

juancm.2000@hotmail.com

Gustavo Giampietro

Legajo: 50671

Comisión: 402

Universidad Tecnológica Nacional - FRRO

Zeballos 1341, S2000, Argentina

gustgiam2001@gmail.com

Mateo Seffino

Legajo: 50939

Comisión: 402

Universidad Tecnológica Nacional - FRRO

Zeballos 1341, S2000, Argentina

seffinomateo@gmail.com

Alexis Mateo

Legajo: 51191

Comisión: 402

Universidad Tecnológica Nacional - FRRO

Zeballos 1341, S2000, Argentina

alexisjoelmateo@gmail.com

29 de abril de 2025

ABSTRACT

El siguiente documento tiene por objetivo presentar el trabajo de investigación realizado para profundizar el estudio del comportamiento de la ruleta desde el punto de vista del apostador y sus estrategias. Este trabajo se basa en una simulación que tiene como objetivo desmitificar, desde un enfoque estadístico, las probabilidades reales de obtener ganancias mediante el uso de una ruleta simulada, proporcionando una visión más clara sobre la efectividad de diversas estrategias de apuesta.

Keywords Simulación · Trabajo Práctico · Ruleta · Apuestas · Estrategias

Índice

1. Introducción	3
2. Estrategias de apuestas en la ruleta	3
2.1. Martingala	3
2.2. Fibonacci	4
2.3. D'Alembert	4
2.4. Paroli (Estrategia sugerida por el grupo de investigación)	5
3. Metodología de Trabajo	6
3.1. Implementación del simulador	6
3.2. Parámetros de simulación	6
3.3. Análisis estadístico	6
3.4. Visualización	7
4. Gráficas	7
4.1. Martingala	8
4.2. Fibonacci	9
4.3. D'Alembert	10
4.4. Paroli	12
5. Fórmulas empleadas	14
6. Conclusiones	15
Referencias	16

1. Introducción

La ruleta, uno de los juegos de azar más emblemáticos y tradicionales de los casinos, ha fascinado tanto a jugadores como a matemáticos durante siglos. Su aparente simplicidad oculta un complejo sistema de probabilidades que ha motivado el desarrollo de numerosas estrategias de apuestas, cada una prometiendo, en mayor o menor medida, maximizar las ganancias y minimizar las pérdidas. El presente trabajo de investigación tiene el propósito de analizar, desde una perspectiva científica y objetiva, la efectividad real de algunas de estas estrategias ampliamente difundidas como Martingala, Fibonacci, D'Alembert, y nuestra propuesta, la estrategia Paroli.

Mediante un enfoque metodológico basado en la simulación computacional, este estudio pretende desmitificar las creencias populares sobre las estrategias de apuestas y proporcionar datos concretos sobre su rendimiento a largo plazo. A través del análisis estadístico de muchas jugadas simuladas bajo condiciones controladas, evaluaremos no solo las probabilidades teóricas sino también los resultados prácticos de cada estrategia, considerando factores críticos como la gestión del capital, la progresión de las apuestas y las limitaciones inherentes al juego. Nuestro objetivo final es brindar una comprensión fundamentada sobre la verdadera naturaleza probabilística de la ruleta y las expectativas realistas que se deben tener al implementar cualquiera de estas estrategias.

2. Estrategias de apuestas en la ruleta

2.1. Martingala

Los orígenes del Método o **Estrategia Martingala** se remontan al Siglo XVIII, época en la que el matemático Paul Pierre Levy ofreció una teoría a través de la que, a grandes rasgos, aseguraba que una apuesta siempre acabaría en acierto más tarde o más temprano.

El Método Martingala tiene como objetivo apostar una cifra inicial y doblarla en caso de que esa primera apuesta no sea ganadora. Este proceso se repetiría hasta lograr por fin un boleto ganador, de modo que siempre recuperarás el dinero invertido y lograras como ganancias lo invertido en la apuesta de apertura. Es importante destacar que esta estrategia se aplica principalmente a apuestas con probabilidades cercanas al 50 % en la ruleta, como la paridad (par/impar).

Esta estrategia fue utilizada por Jacobo Winograd, un conocido apostador que tiene “prohibido” el ingreso a los casinos debido a la cantidad de dinero que ganaba en ellos.

Ventajas

- Simpleza en la aplicación de la estrategia (no se necesita contar con conocimientos matemáticos).
- La apuesta inicial se hace por una cantidad baja, lo que hace que la inversión se controle.
- Sirve para recuperar pérdidas cuando se tienen rachas negativas cortas.

Desventajas

- Se debe tener mucha paciencia y no caer en la desesperación al ver que los ingresos no se incrementan con grandes cifras.
- El riesgo es mucho mayor que la recompensa, ya que se gastan cantidades mayores con cada pérdida, pero la ganancia solo será igual al tamaño de la inversión inicial.
- Requiere un capital considerable para afrontar rachas negativas largas.
- Los límites de apuesta máxima de los casinos pueden impedir continuar la progresión.

La **Estrategia Martingala** ha sido explicada en diversas fuentes, incluyendo un artículo detallado de (Oddsshark, 2024) y otro análisis de (Investopedia, 2025).

2.2. Fibonacci

La serie de Fibonacci se obtiene sumando los dos números anteriores para obtener el siguiente. Empezando por el cero y el uno, la serie de Fibonacci sería la siguiente:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144,...

Como se puede ver, los números crecen exponencialmente a medida que se desarrolla la serie.

La **Estrategia Fibonacci** consiste en que cuando se hace una apuesta que no gana, se añade el valor de sus dos últimas apuestas para determinar la siguiente apuesta. Cuando la apuesta es ganadora, se retrocede dos posiciones en la serie (o se queda en la apuesta mínima de 1 unidad si está al principio).

Ventajas

- La progresión es menos agresiva que la Martingala, lo que permite rachas negativas más largas antes de agotar el capital.
- Es fácil de seguir, ya que se requiere muy poco pensamiento para jugar.
- Permite una recuperación gradual tras una racha negativa, siempre que eventualmente se produzca una victoria.

Desventajas

- Se puede perder todo el capital en una sola racha de pérdidas suficientemente larga.
- No tiene en cuenta las limitaciones de presupuesto.
- Las ganancias no son consistentes, ya que dependen fuertemente de la distribución de victorias y derrotas.

La **Estrategia Fibonacci** ha sido detallada en fuentes como (PokerStars, [2025](#)) y (Page, [2025](#)).

2.3. D'Alembert

La **Estrategia D'Alembert** tiene un funcionamiento realmente sencillo. La idea básica es realizar una apuesta con un monto determinado de dinero y decidir cuál será la unidad base de apuesta. Las siguientes apuestas vendrán determinadas por los fallos o aciertos que se obtengan, apostando más cuando se va perdiendo y menos cuando se va ganando. Tras una apuesta perdedora, la siguiente apuesta debe incrementarse en una unidad base de apuesta. En cambio, si la apuesta es ganadora, la siguiente apuesta debe reducirse en una unidad base de apuesta.

Como se puede ver, estamos ante un sistema progresivo, en el cual apostaremos más dinero conforme vayamos perdiendo y menos cuando vayamos ganando, con la estrategia final de minimizar las posibles pérdidas que se generen.

Ventajas

- El monto de las apuestas aumenta más lentamente que con la Estrategia Martingala, lo que reduce la probabilidad de que se vuelva excesivamente alto.
- La magnitud de las pérdidas suele ser menos catastrófica que otras estrategias cuando se sufre una mala racha.
- El ritmo de crecimiento lineal del monto de las apuestas permite gestionar mejor el riesgo.

Desventajas

- Las pérdidas se recuperan más lentamente.
- Relacionada a la anterior, para recuperar varias pérdidas consecutivas, se necesita una racha ganadora más larga que la racha perdedora anterior.
- Las probabilidades de sufrir pérdidas son mayores debido a la ventaja inherente del casino (la presencia del cero en la ruleta).

La **Estrategia D'Alembert** también ha sido descrita en varias fuentes, como el artículo de (GamblingSites, [2024](#)).

2.4. Paroli (Estrategia sugerida por el grupo de investigación)

El objetivo de la **Estrategia Paroli** es obtener tres victorias consecutivas, doblando la apuesta en cada victoria. Para comenzar la progresión, se apuesta una sola unidad de apuesta base. Después de cada apuesta ganadora, la siguiente apuesta se duplica. Por otro lado, si la apuesta es perdedora o es la tercera apuesta ganadora consecutiva, la siguiente apuesta será de una unidad de apuesta base.

Esta estrategia se basa en la premisa de que las ganancias y las pérdidas tienden a aparecer por rachas. Un jugador puede maximizar sus ganancias apostando más durante las rachas ganadoras y menos durante las rachas perdedoras.

Cada progresión en la estrategia Paroli, entonces, finaliza en una pérdida o en tres victorias consecutivas. Para analizar sus resultados posibles, resulta útil dividir la jugada en grupos de tres apuestas. Éstos se detallan en la tabla que se muestra a continuación. Hay que tener en cuenta que por tres apuestas consecutivas hay 8 posibles secuencias de ganancias y pérdidas, y solo una de ellas terminará en una ganancia de 7 unidades:

Table of Outcomes for Paroli Betting System			
FIRST BET	SECOND BET	THIRD BET	NET RESULT
-1 Loss	-1 Loss	-1 Loss	- 3
-1 Loss	-1 Loss	+1 Win*	- 1
-1 Loss	+1 Win	-2 Loss	- 2
-1 Loss	+1 Win	+2 Win*	+ 2
+1 Win	-2 Loss	-1 Loss	- 2
+1 Win	-2 Loss	+1 Win*	+/- 0
+1 Win	+2 Win	-4 Loss	- 1
+1 Win	+2 Win	+4 Win	+ 7

* Progression to continue

Figura 1: Tabla de resultados para la Estrategia de Apuestas Paroli

La Figura 1, como se mencionó, muestra una tabla de resultados para la Estrategia de Apuestas Paroli aplicado a la ruleta. El sistema se basa en secuencias de tres apuestas consecutivas, donde se analizan diferentes combinaciones de resultados (ganar/perder) y sus consecuencias financieras. La tabla muestra en cada fila una posible secuencia, indicando el resultado de la primera, segunda y tercera apuesta, junto con el balance neto final. Algunas secuencias terminan con un asterisco (*), lo que indica que la progresión Paroli se reinició con una apuesta base y continúa más allá de las tres apuestas mostradas. Los resultados netos varían desde una pérdida de 3 unidades hasta una ganancia de 7 unidades, dependiendo de la combinación específica de victorias y derrotas en la secuencia.

Ventajas

- Es una estrategia de progresión positiva (a diferencia de las anteriores que son negativas).
- Buscan contener los riesgos y una progresión financiera determinada, sin comprometer grandes sumas si se tiene una racha de mala suerte.
- Es un método modulable y permite una retirada táctica cuando tenemos una buena posición, lo que lo hace fascinante para los más prudentes.
- Las pérdidas están limitadas a una unidad por cada apuesta perdida.

Desventajas

- Para obtener ganancias significativas se deben ganar tres apuestas seguidas, cuya probabilidad es de aproximadamente $(18/37)^3 \approx 11.5\%$ para apuestas a la paridad, por ejemplo, y obviamente mucho menor si se apuesta por un número específico.

La referencia para la **Estrategia Paroli** proviene de (Europosgrados, 2024).

3. Metodología de Trabajo

Para el desarrollo de este trabajo, implementamos un programa en Python que simula apuestas en una ruleta europea, utilizando diferentes estrategias matemáticas. La simulación tiene como finalidad analizar el comportamiento del capital de un jugador y la frecuencia relativa de éxito bajo distintos sistemas de apuestas. El programa fue diseñado de manera modular para garantizar claridad, mantenibilidad y facilidad de modificación.

3.1. Implementación del simulador

Nuestro simulador emplea las siguientes bibliotecas de Python:

- `random`: para la generación de tiradas aleatorias en la ruleta.
- `numpy`: para el manejo eficiente de vectores numéricos y operaciones estadísticas.
- `matplotlib.pyplot`: para la construcción de gráficos que ilustran los resultados obtenidos.
- `sys`: para la lectura de argumentos desde consola, que permiten parametrizar la simulación.
- `datetime`: para la creación dinámica de nombres de archivos al guardar los gráficos generados.

El programa fue estructurado en funciones específicas para cada tarea: `leer_parametros`, `tiradas`, `es_ganadora`, `obtener_multiplicador`, entre otras, y estrategias como Martingala, Fibonacci, D'Alembert y Paroli. El código principal se encuentra encapsulado en la función `main` para mejorar su organización.

3.2. Parámetros de simulación

Los parámetros se configuran mediante argumentos de línea de comandos, permitiendo personalizar cada ejecución:

- `-c`: número de corridas de simulación.
- `-n`: cantidad de tiradas por corrida.
- `-e`: número objetivo (o un guión medio “-” para apostar a números pares).
- `-s`: estrategia de apuestas (m: Martingala, d: D'Alembert, f: Fibonacci, o: Paroli).
- `-a`: tipo de capital (i: infinito, f: finito).

Ejemplo de ejecución:

Para realizar una simulación con 5 corridas de 40 tiradas apostando al número 28 mediante la estrategia Martingala con capital finito, se debe ejecutar el siguiente comando:

```
python estrategias_ruleta.py -c 5 -n 40 -e 28 -s m -a f
```

3.3. Análisis estadístico

Durante las simulaciones, se evaluaron las siguientes métricas:

- **Frecuencia relativa de éxito**: relación entre la cantidad de éxitos obtenidos (aciertos en el número o en la paridad) y el número total de tiradas, comparada con la frecuencia esperada teórica.
- **Evolución del capital**: seguimiento del capital del jugador/apostador a lo largo de cada tirada, permitiendo identificar patrones de crecimiento o **bancarrota**.

Los datos de todas las corridas fueron almacenados en listas para analizar tanto la evolución individual como la comparación simultánea entre múltiples corridas.

3.4. Visualización

La visualización de los resultados se realizó utilizando el módulo `pyplot` de la biblioteca `matplotlib`, con un estilo `seaborn` para mejorar la estética de los gráficos. Se generaron tres tipos de gráficos principales:

- Frecuencia relativa del éxito a lo largo de las tiradas, comparada con la frecuencia esperada.
- Evolución del capital del jugador en una corrida individual.
- Evolución simultánea del capital del jugador en múltiples corridas.

Cada conjunto de gráficos se guardó automáticamente en un archivo `.png`, cuyo nombre incluye los parámetros de simulación y la fecha y hora de ejecución, facilitando su posterior identificación.

4. Gráficas

Para el análisis de las estrategias de apuestas simuladas, se generaron tres tipos de gráficos principales, correspondientes a cada experimento realizado:

- **Frecuencia relativa de éxito:**

Este gráfico representa la evolución de la frecuencia relativa de obtener el número objetivo o acertar la paridad seleccionada (pares), a medida que aumentan las tiradas. Se incluye una línea punteada de referencia de color azul indicando la frecuencia esperada teórica ($1/37$ para un número específico o $18/37$ para los números pares).

- **Evolución del capital (una corrida):**

Se grafica la evolución del capital disponible a lo largo de todas las tiradas de una corrida individual. Esta visualización permite observar el impacto de la estrategia sobre el flujo de caja, considerando tanto los aciertos como las pérdidas sucesivas.

- **Evolución del capital (varias corridas):**

Muestra simultáneamente la evolución del capital para múltiples corridas de simulación. Esta representación facilita la comparación del comportamiento general de la estrategia bajo distintos escenarios de tiradas aleatorias.

Como se mencionó en la Sección 3, relacionada a la metodología de trabajo implementada en el desarrollo del código en lenguaje Python, cada uno de estos gráficos fue generado utilizando la librería `matplotlib` y se guardó en formato `.png` con un nombre que incluye los parámetros utilizados en la simulación, así como la fecha y hora de ejecución.

A continuación, pasaremos a presentar los tres tipos de gráficos mencionados, para cada una de las estrategias de apuestas investigadas. Detallaremos, además, los parámetros bajo los cuales dichos gráficos fueron generados, para facilitar el entendimiento y análisis de la simulación realizada en cada caso. Todas las simulaciones las llevaremos a cabo con la misma cantidad de corridas y tiradas por corrida, pero variaremos la estrategia de apuesta, la apuesta a un número específico o a la paridad, y el tipo de capital (finito o infinito).

4.1. Martingala



Figura 2: Gráficas de Frecuencia Relativa y Flujo de Capital bajo una Estrategia de Apuesta Martingala

Las tres gráficas en la Figura 2 ilustran los resultados de una simulación implementando la estrategia Martingala para apuestas en la ruleta, con los siguientes parámetros específicos:

- 5 corridas
- 40 tiradas por corrida
- Apuesta a los Números Pares (representado con el guión medio “-”)
- Capital Infinito

Por lo tanto, el comando de ejecución de la simulación fue:

```
python estrategias_ruleta.py -c 5 -n 40 -e - -s m -a i
```

Gráfico 1: Frecuencia relativa de éxito

En este gráfico se observa una línea azul punteada que hace referencia a la frecuencia relativa esperada, que en este caso es aproximadamente 0.4865 o $18/37$, ya que se está apostando a los números pares (recordando que en la ruleta europea el 0 no se considera ni par ni impar). Las columnas o barras rojas representan la frecuencia relativa de obtener una apuesta favorable o, en otras palabras, la cantidad de veces que salió un número par sobre la cantidad total de tiradas realizadas hasta ese momento.

Se puede apreciar que en las primeras tiradas el valor de la frecuencia relativa es muy variable, lo que genera saltos visibles en la gráfica. Sin embargo, a medida que aumenta el número de tiradas, el valor tiende a estabilizarse alrededor del valor esperado (0.4865), lo que confirma el cumplimiento de la Ley de los Grandes Números.

Gráfico 2: Flujo de capital singular

Este gráfico representa el flujo de capital de una sola corrida, es decir, muestra la evolución del dinero que posee el apostador durante las 40 tiradas en una de las cinco corridas realizadas. La línea azul punteada horizontal indica el capital inicial del apostador de 100.000 unidades. Como se señala en la parte superior izquierda del gráfico, todos los valores del eje y deben ser multiplicados por 100.000 (10^5) para obtener los valores reales, ya que se utiliza esta escala para facilitar la visualización de los cambios.

La línea continua verde representa el capital del apostador después de cada tirada. Se puede observar que mientras el apostador gana o no encadena muchas pérdidas consecutivas, el flujo de capital se mantiene relativamente estable. Sin embargo, cuando ocurren varias pérdidas seguidas, el método Martingala vuelve el flujo más volátil debido a que las apuestas se duplican tras cada pérdida. Luego, ante un eventual acierto, se recupera lo perdido y se obtiene una pequeña ganancia correspondiente al valor de la apuesta inicial.

Gráfico 3: Flujo de capital múltiple

Este gráfico representa lo mismo que el segundo, pero muestra simultáneamente el flujo de capital de las 5 corridas, cada una representada por una línea de color diferente.

La conclusión obtenida a partir de ambos gráficos de flujo de capital es similar: la estrategia Martingala se vuelve altamente volátil cuando se encadenan varias pérdidas, pero luego, ante un eventual acierto, permite recuperar todo lo perdido. Las gráficas se mantienen relativamente estables mientras el apostador gana regularmente o cuando no experimenta largas rachas de pérdidas consecutivas. Esta estrategia resulta particularmente efectiva en el escenario ideal de capital infinito, permitiendo siempre recuperarse de las rachas negativas; sin embargo, en situaciones reales con capital limitado, el riesgo de **bancarrota** es **considerable**.

4.2. Fibonacci

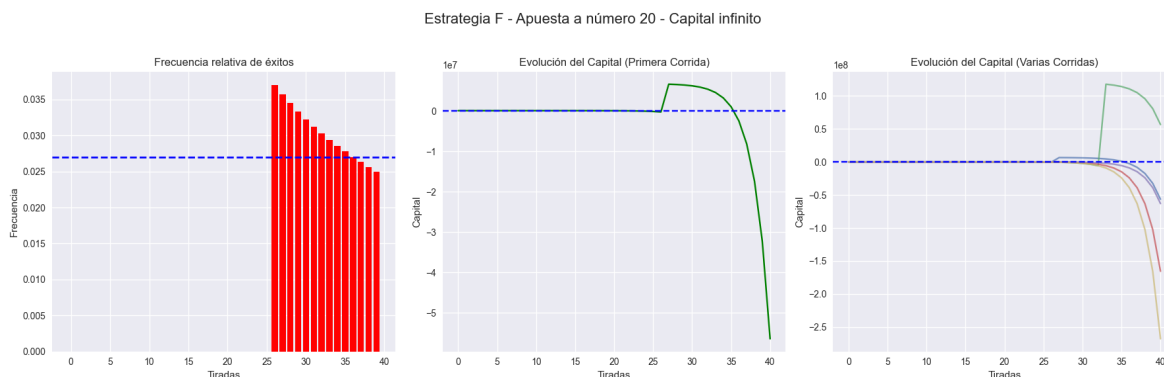


Figura 3: Gráficas de Frecuencia Relativa y Flujo de Capital bajo una Estrategia de Apuesta Fibonacci

Las tres gráficas en la Figura 3 ilustran los resultados de una simulación implementando la estrategia Fibonacci para apuestas en la ruleta, con los siguientes parámetros específicos:

- 5 corridas
- 40 tiradas por corrida
- Apuesta al Número 20
- Capital Infinito

Es decir, el comando de ejecución de la simulación fue el siguiente:

```
python estrategias_ruleta.py -c 5 -n 40 -e 20 -s f -a i
```

Gráfico 1: Frecuencia relativa de éxito

Este gráfico indica la frecuencia relativa esperada mediante una línea azul punteada, que es 0.027 aproximadamente o $1/37$, haciendo referencia a que es la probabilidad de que salga un número entre los 37 que tiene la ruleta europea; y la frecuencia relativa de obtener la apuesta favorable en columnas o barras rojas, básicamente representando las veces que se ganó (salió el número 20) sobre la cantidad de tiradas que se realizaron hasta el momento. Como se puede observar, no se ganó hasta la tirada número 26, y llegando a las 40 tiradas el valor de la frecuencia relativa tiende al valor de la frecuencia esperada, cumpliendo con la Ley de los Grandes Números.

Gráfico 2: Flujo de capital singular

Este gráfico representa el flujo de capital del supuesto apostador que está implementando el método de Fibonacci. Es importante notar que, debido a que lo representado está a escala, todos los valores del eje y que se visualizan deben ser multiplicados por 10.000.000 (10^7).

Desde la primera tirada hasta que salió el número al que le está apostando la persona simulada en la tirada 26, el valor del capital disminuye progresivamente porque no paró de perder. Como en este método al perder tenés que aumentar la apuesta según la secuencia de Fibonacci, cada vez perdía más. Sin embargo, esto no se llega a ver bien representado porque la escala utilizada para observar toda la gráfica es muy grande en comparación con las pérdidas de ese momento. Cuando finalmente sale el número 20 en la tirada 26, al estar tan avanzado en la serie de Fibonacci, la ganancia es exponencial. Por lo tanto, se recupera lo perdido y se obtiene una gran ganancia. Finalmente, se puede observar que el apostador no frenó a tiempo y, al no volver a acertar en las tiradas restantes, así como su ganancia fue exponencial, ahora su pérdida también lo fue, y terminó perdiendo (como se puede interpretar de la gráfica) aproximadamente 5 veces más de lo que ganó.

Gráfico 3: Flujo de capital múltiple

Este gráfico representa el flujo de capital al igual que el anterior, con la diferencia de que ahora lo hace sobre las cinco corridas juntas y no sobre una.

En este caso, las corridas están representadas por líneas de diferentes colores. Se puede observar que, en general, este método produce pérdidas, ya que en 4 de las 5 corridas ocurrió esto. Aunque haya una con una gran ganancia, se debe considerar como un comportamiento excepcional, que no es común estadísticamente.

Analizando estos casos, queda representada de buena manera la volatilidad del método o estrategia. En este caso ideal en el que se cuenta con capital infinito, se pueden llegar a obtener ganancias, pero solo en un eventual acierto luego de encadenar varias derrotas. Sin embargo, en la mayoría de los casos, se obtienen pérdidas muy numerosas.

La evaluación general de esta estrategia de apuesta confirma algo muy importante que puede ser extrapolado al resto de las estrategias: aunque con capital infinito se pueden mostrar ocasionalmente resultados positivos espectaculares, la tendencia general a largo plazo refleja la ventaja matemática que siempre tiene la casa en el juego de la ruleta.

4.3. D'Alembert



Figura 4: Gráficas de Frecuencia Relativa y Flujo de Capital bajo una Estrategia de Apuesta D'Alembert

En todas las estrategias, como ya se mencionó varias veces, las tres gráficas representan lo mismo análogamente, variando los valores según el método de apuesta utilizado, y los demás parámetros en juego. En este caso particular, con la Estrategia D'Alembert, en la Figura 4 se utilizaron los siguientes:

- 5 corridas
- 40 tiradas por corrida
- Apuesta a los Números Pares (lo representamos con el guión medio “-” en lugar del número específico)
- Capital Finito

Por lo tanto, el comando de ejecución de la simulación fue:

```
python estrategias_ruleta.py -c 5 -n 40 -e - -s d -a f
```

Gráfico 1: Frecuencia relativa de éxito

En este gráfico, al igual que en el análogo de la anterior estrategia, se puede observar una línea azul punteada que hace referencia a la frecuencia relativa esperada. En este caso, este valor teórico tiene un valor de $18/37$, aproximadamente 0.4865, ya que el 0 no se considera ni par ni impar, por lo que existen 18 números pares y 18 números impares en la ruleta. Es posible observar en el gráfico que la línea azul punteada se encuentra apenas por debajo del 0.5. El hecho de que la probabilidad de acierto cuando se apuesta a la paridad no llegue al 50 % justifica el sesgo a favor del casino.

Las barras verticales rojas representan, entonces, la frecuencia relativa de obtener una apuesta favorable o, en otras palabras, la cantidad de veces que salió un número par sobre la cantidad total de tiradas hasta el momento. Se puede observar que inicialmente el valor de la frecuencia relativa supera considerablemente al valor esperado, producto de una secuencia afortunada. Sin embargo, a medida que aumentan las tiradas, el valor tiende a estabilizarse cerca del esperado, cumpliendo una vez más con la Ley de los Grandes Números.

Gráfico 2: Flujo de capital singular

Por otro lado, este gráfico representa el flujo de capital singular, es decir, el flujo del dinero que tiene el apostador durante la primera de las cinco corridas realizadas.

La línea azul punteada horizontal, una vez más y de la misma forma que en el segundo gráfico de la estrategia Fibonacci ya explicada, representa el dinero inicial del apostador, fijado en 100.000 unidades. Por su lado, además, la línea continua representa la evolución del dinero que tiene el apostador luego de cada tirada.

También es importante destacar que, como se indica en la parte superior izquierda del gráfico, todos los valores del eje y deben ser multiplicados por 100.000 (10^5), ya que la gráfica está realizada a escala para representar los grandes números que se visualizan.

Este gráfico evidencia que el método D'Alembert tiene un comportamiento moderadamente volátil, con incrementos y descensos de capital que no siguen una progresión exponencial como en otras estrategias, sino lineal. Esto se debe a que las apuestas aumentan o disminuyen en una unidad base tras cada pérdida o victoria, respectivamente.

Gráfico 3: Flujo de capital múltiple

Este último gráfico de la estrategia muestra lo mismo que el segundo, pero con la particularidad de que representa el flujo de capital de las 5 corridas simultáneamente, no solamente de una.

Como conclusión de la segunda y la tercera gráfica, se puede decir que, en este caso, las ganancias (incluyendo a las pérdidas también como si fueran ganancias negativas) al principio son más estables, es decir, no tan volátiles como si lo son a mayor número de tiradas. Esto se debe a que, a mayor número de tiradas, el valor que se apuesta es mayor, lo que, como se ve, produce saltos en el flujo de capital. A pesar de existir casos excepcionales como el del flujo de capital de color amarillo, que no paró de perder, si seguimos las otras cuatro, sí concuerdan con la conclusión.

Una particularidad observable en este tipo de simulaciones con capital finito —más realistas que aquellas con capital infinito— es la posibilidad de **bancarrota** que tiene el apostador, es decir, de quedarse sin dinero. En este caso, por ejemplo, la línea amarilla en el tercer gráfico de la Figura 4 representa una corrida en la que el jugador, que entró con un capital inicial de 100.000, perdió todo su capital alrededor de la tirada 11. Este resultado ilustra que, aunque la estrategia D'Alembert sea menos agresiva que otras, no está exenta del riesgo de quiebra si se encadenan pérdidas prolongadas.

4.4. Paroli



Figura 5: Gráficas de Frecuencia Relativa y Flujo de Capital bajo una Estrategia de Apuesta Paroli

Las tres gráficas en la Figura 5 ilustran los resultados de una simulación implementando la estrategia Paroli para apuestas en la ruleta, con los siguientes parámetros específicos:

- 5 corridas
- 40 tiradas por corrida
- Apuesta al Número 20
- Capital Finito

Es decir, el comando de ejecución de la simulación fue el siguiente:

```
python estrategias_ruleta.py -c 5 -n 40 -e 20 -s o -a f
```

Gráfico 1: Frecuencia relativa de éxito

Este gráfico muestra la frecuencia relativa esperada mediante una línea azul punteada, que es aproximadamente 0.027 o $1/37$, representando la probabilidad teórica de acertar a un número específico (en este caso, el 20) entre los 37 números de la ruleta europea. Las columnas rojas representan la frecuencia relativa de obtener una apuesta favorable, es decir, la cantidad de veces que salió el número 20 dividido por el número total de tiradas realizadas hasta ese momento.

En este caso particular, se observa que el apostador tuvo la suerte de acertar dos veces en tan solo 40 tiradas, específicamente en las tiradas 21 y 25, lo cual es un evento relativamente raro considerando la probabilidad teórica. Esto explica los saltos significativos en la frecuencia relativa que se observan en esos puntos.

Aunque no se llegue a distinguir perfectamente por haber obtenido un acierto cerca de las últimas tiradas, la gráfica confirma, una vez más y como se viene mencionando, el cumplimiento de la Ley de los Grandes Números: aunque al inicio las frecuencias relativas fluctúan considerablemente, con más tiradas estas convergen hacia el valor esperado ($1/37$), incluso en apuestas de baja probabilidad como un número específico. Es posible observar que la frecuencia relativa, a partir de la tirada ganadora número 26, se encuentra en descenso hacia este valor teórico.

Gráfico 2: Flujo de capital singular

Este gráfico representa el flujo de capital durante una sola corrida, mostrando cómo evoluciona el dinero del apostador a lo largo de las 40 tiradas. La línea punteada horizontal indica el capital inicial. Como se señala en la parte superior izquierda del gráfico, todos los valores del eje y deben multiplicarse por 100.000 (10^5) para obtener los valores reales.

La línea continua representa el capital después de cada tirada. A diferencia de otras estrategias, como la Martingala, en la estrategia Paroli se observa un comportamiento opuesto: al encadenar aciertos se generan ganancias que crecen exponencialmente, mientras que las rachas de derrotas producen pérdidas lineales.

Esto se debe a que el sistema Paroli es una estrategia de progresión positiva: el monto apostado aumenta solo tras una victoria. Por lo tanto, las pérdidas son limitadas, ya que cada apuesta inicial es de una unidad fija. En cambio, si se logra una secuencia ganadora, la ganancia se multiplica rápidamente. Este comportamiento se observa claramente en este gráfico: el incremento muy pronunciado del capital luego de las tiradas 21 y 25 corresponde a los dos aciertos consecutivos del jugador.

Gráfico 3: Flujo de capital múltiple

Este gráfico muestra simultáneamente el flujo de capital para las 5 corridas realizadas, cada una representada por una línea de diferente color.

La conclusión que se puede extraer de ambos gráficos de flujo de capital es, entonces, que la estrategia Paroli funciona de manera inversa a la Martingala. El encadenamiento de aciertos genera ganancias exponenciales, mientras que las rachas de derrotas provocan pérdidas lineales. Esto hace que las pérdidas sean más controladas en comparación con estrategias como Martingala o Fibonacci, pero también requiere encadenar varios aciertos para obtener ganancias significativas.

Por ejemplo, se puede observar en el gráfico el caso representado por la línea violeta, donde el apostador encadenó derrotas durante aproximadamente 35 tiradas, pero luego consiguió dos aciertos consecutivos en las tiradas 36 y 37, lo que le permitió recuperar gran parte de lo perdido hasta ese momento. Sin embargo, también se evidencia el caso representado por la línea verde, donde el apostador no logró ningún acierto durante las 40 tiradas, resultando en una pérdida constante de capital.

Este contraste entre líneas refleja que la estrategia Paroli, si bien ofrece un mayor control sobre el riesgo y evita pérdidas explosivas, depende fuertemente de lograr rachas de victorias poco frecuentes. Asimismo, su naturaleza conservadora la vuelve más sostenible a largo plazo, pero sus beneficios pueden ser limitados en escenarios con baja tasa de aciertos.

En contextos de capital finito, como el que se simuló, esta estrategia minimiza las probabilidades de **bancarrota** rápida, aunque no elimina completamente el riesgo. La probabilidad de éxito acumulado sigue dependiendo del azar inherente al juego.

5. Fórmulas empleadas

Durante el análisis estadístico de los resultados, se utilizaron las siguientes fórmulas:

Frecuencia relativa de éxito:

$$f_r = \frac{n_e}{n_t} \quad (1)$$

Donde:

- f_r : frecuencia relativa acumulada de éxitos hasta el momento.
- n_e : número de eventos exitosos (aciertos del número o paridad).
- n_t : número total de tiradas realizadas hasta ese momento.

Ganancia o pérdida en cada tirada:

La evolución del capital (C) en cada tirada se calcula de forma incremental:

$$C_i = C_{i-1} - A_i + G_i \quad (2)$$

Donde:

- C_i : capital después de la tirada i .
- C_{i-1} : capital antes de la tirada i .
- A_i : monto apostado en la tirada i .
- G_i : ganancia obtenida en la tirada i (si corresponde; en caso contrario, es 0).

Como ya se explicó en detalle en la Sección 2, cada estrategia de apuestas (Martingala, Fibonacci, D'Alembert, Paroli) determina su propio valor para A_i en función de los resultados anteriores. A continuación, se indican las reglas específicas para cada una:

- **Martingala**
 - Si se pierde, $A_{i+1} = 2A_i$.
 - Si se gana, $A_{i+1} = A_0$ (valor inicial de apuesta).
- **Fibonacci**
 - Si se pierde, avanzar una posición en la secuencia.
 - Si se gana, retroceder dos posiciones.
- **D'Alembert**
 - Si se pierde, $A_{i+1} = A_i + 1$.
 - Si se gana, $A_{i+1} = A_i - 1$ (con un mínimo de 1 unidad).
- **Paroli**
 - Si se gana, $A_{i+1} = 2A_i$, hasta un máximo de tres aciertos consecutivos.
 - Si se pierde o se alcanza la tercera victoria ininterrumpida, reiniciar con $A_{i+1} = A_0$.

6. Conclusiones

A partir de la investigación y las simulaciones realizadas sobre las diferentes estrategias de apuestas, se pueden extraer las siguientes conclusiones principales:

Estrategia	Tipo de progresión	Riesgo de bancarrota	Ganancia potencial	Volatilidad del capital	Ideal para...
Martingala	Negativa	Muy alto	Baja (unidad base)	Muy alta	Capital ilimitado
Fibonacci	Negativa moderada	Alto	Moderada	Alta	Jugadores pacientes
D'Alembert	Negativa lineal	Medio	Moderada	Media	Apuestas sostenidas
Paroli	Positiva	Bajo	Alta (si acierta)	Baja	Rachas cortas y positivas

Tabla 1: Comparativa de estrategias de apuestas

Algunas observaciones clave:

- **Las estrategias de progresión negativa (Martingala, Fibonacci y D'Alembert)** buscan recuperar pérdidas aumentando el monto de apuesta tras cada derrota. Esta lógica, sin embargo, **amplifica el riesgo de quiebra** cuando se encadenan rachas negativas prolongadas. Especialmente en Martingala, donde el monto apostado crece exponencialmente, se requiere un capital muy elevado para evitar la **bancarrota**.
- **D'Alembert**, si bien también se basa en una progresión negativa, lo hace de manera más moderada (lineal), lo cual **reduce la exposición al riesgo**, pero también **retrasa la recuperación** de pérdidas y exige mayor número de aciertos consecutivos.
- **Fibonacci presenta una progresión no lineal**, pero menos agresiva que Martingala. **Aunque ofrece alguna capacidad de recuperación**, su volatilidad sigue siendo considerable, y como se demostró en las simulaciones, **los resultados positivos son más excepcionales que comunes**.
- **Paroli**, como estrategia de progresión positiva, **reduce considerablemente el riesgo** al no incrementar apuestas tras las pérdidas. Esta característica hace que sea una estrategia más prudente, **especialmente con capital finito**, aunque depende de lograr aciertos consecutivos para generar beneficios considerables. **Su eficiencia se observa más en escenarios de rachas ganadoras breves, pero frecuentes**.

Conclusión final

Las estrategias analizadas no ofrecen ventajas sostenibles a largo plazo frente a la ventaja estadística del casino. A pesar de aparentes beneficios en algunas corridas, todas están sujetas al azar inherente del juego, y su desempeño depende fuertemente de factores como la racha de resultados y el capital disponible.

El análisis estadístico confirma que ninguna estrategia permite vencer sistemáticamente a la ruleta. Sin embargo, el diseño de algunas de ellas (como Paroli y D'Alembert) permite controlar mejor el riesgo, ofreciendo experiencias de juego más sostenibles y menos propensas a pérdidas catastróficas.

Desde una perspectiva de ingeniería y probabilidad, la mejor recomendación para el jugador racional es comprender los límites del sistema, y no apostar esperando un rendimiento positivo asegurado, sino conociendo los riesgos reales asociados a cada estrategia de apuesta.

Referencias

- Europosgrados. (2024). *Estrategia Paroli en la Ruleta*. Europosgrados. Consultado el 28 de abril de 2025, desde <https://www.europosgrados.com.ar/sistemas-ruleta/paroli.php>
- GamblingSites. (2024). *Estrategia D'Alembert: Qué es y cómo funciona en las apuestas*. GamblingSites. Consultado el 28 de abril de 2025, desde <https://www.gamblingsites.com/systems-strategies/dalembert/>
- Investopedia. (2025). *Martingale System: What It Is and How It Works*. Investopedia. Consultado el 28 de abril de 2025, desde <https://www.investopedia.com/terms/m/martingalesystem.asp>
- Oddsshark. (2024). *Método Martingala: Qué es y cómo funciona en las apuestas deportivas*. Oddsshark. Consultado el 28 de abril de 2025, desde <https://www.oddsshark.com/es/apuestas-deportivas/metodos-para-apostar/martingala>
- Page, T. P. (2025). *The Fibonacci Betting System Explained*. The Punters Page. Consultado el 28 de abril de 2025, desde <https://www.thepunterspage.com/the-fibonacci-betting-system-explained/>
- PokerStars. (2025). *Comprender la Estrategia Fibonacci de la Ruleta*. PokerStars. Consultado el 28 de abril de 2025, desde <https://www.pokerstars.es/casino/news/comprender-la-estrategia-fibonacci-de-la-ruleta/1735/>