Mongi Saad Ben Salah
Nil Joval Martínez
3MIC-D

Les véhicules électriques (contraintes d'autonomie)

1. Introduction au problème ouvert choisi.

Dans ce document, nous traiterons le problème de la gestion des itinéraires avec une limitation de l'autonomie d'un véhicule électrique, dans ce cas, de 200 km. Pendant le voyage, nous pouvons utiliser deux types de routes : les routes de ville, avec une vitesse moyenne d'environ 45 km / h et des autoroutes avec une vitesse moyenne de 120 km / h. Ces derniers disposent également une station de rechange de batterie automatisée qui prend environ 10 minutes pour chaque remplacement. Pour des questions d'intérêt didactique, nous considérerons que les itinéraires ayant une longueur plus élevée que l'autonomie de la voiture, nous devrons donc passer par une de ces stations de rechange au moins une fois.

Dans ce rapport, nous allons aborder les différents aspects théoriques que nous avons dû développer avant de commencer à modéliser et à essayer de résoudre le problème.

2. Conventions et concepts utilisés.

Considérez un réseau routier N = (X, A), où X est l'ensemble des sommets, A est l'ensemble des arcs dirigés. Avec chaque arc (i, j) du sommet i au sommet j étant associé une longueur a_{ij}, qui est ici limitée à une valeur positive.
Un véhicule commence à une origine spécifiée et arrive dans une destination spécifiée F, en passant par des stations pour changer sa batterie. On suppose que pour chaque cycle de batterie, l'autonomie du véhicule est de 200km, sans tenir en compte tous les effets extérieurs au véhicule qui pourraient affecter le fonctionnement et autonomie de la batterie.

3. Notre approche.

On considère d'abord le point de départ O et le point d'arrivé F comme des stations pour changer la batterie aussi. On peut bien aborder le problème de cette façon puisque d'après l'énoncé, on part avec une batterie chargée complètement, et on peut charger la batterie au 100% au point d'arrivé.

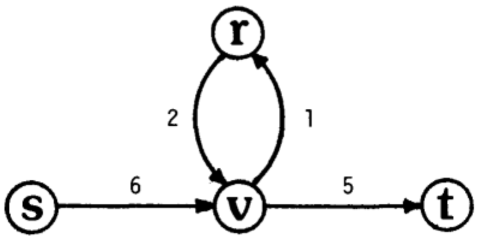
Tout simplement, comme l'itinéraire est supérieur à l'autonomie de la batterie (+200km), le problème revient juste à déterminer le chemin le plus court entre l'origine et la destination.

Mongi Saad Ben Salah
Nil Joval Martínez
3MIC-D

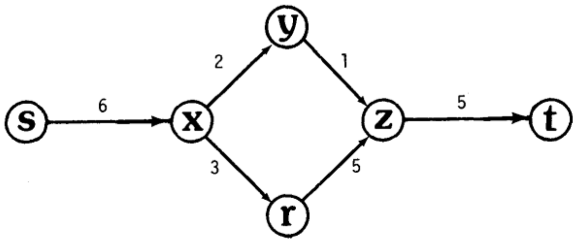
4. Possibles problèmes qu'on pourrait rencontre.

Comme on peut observer dans le schéma ci-dessous, en considérant le sommet r comme une station de rechange de batterie, si on se fixe une autonomie de A=10, on voit bien que le parcours s-v-t est impossible à cause de la limitation d'autonomie. On est donc obligé de passer par r, tout en formant un cycle.

Cela nous montre que notre solution pourrait bien contenir de cycles.



Dans le schéma ci-dessous, avec r encore une station pour changer la batterie et une autonomie A=10, on voit bien que pour aller du sommet S au sommet T, on est obligé de passer par r à cause des contraintes d'autonomie, alors que pour aller du sommet S au sommet Z, on peut bien emprunter l'autre chemin en passant par le sommet Y car les contraintes d'autonomie sont en effet respectées.



Ces deux situations nous montrent que la résolution du problème avec une application simple des algorithmes de plus court chemin comme Dijkstra n'est pas possible.

5. Solution proposée.

Tout d'abord, on cherche à déterminer le chemin le plus court entre tous les pairs des sommets P autoroutiers dans lesquels on peut changer la batterie. Ce problème revient juste à appliquer (p-1)! fois l'algorithme de Dijkstra. Si on commence avec le point de départ O, on calculera (p-1) fois Dijkstra, on aura donc les chemins les plus courts entre le point O et tous les autres points. Par la suite, on prend un point B qui appartient à P. Pour ce point B on va calculer (p-2) fois l'algorithme de Dijkstra, en calculant les chemins les plus courts vers tous les autres points P du réseau sauf vers O, parce qu'il a été déjà calculé précédemment. On se retrouve donc à la fin avec (p-1)! calculs avec Dijkstra. En ce qui concerne la complexité de Dijkstra, le pire cas est du $o(n^2)$, avec n le nombre de sommets qui constituent le réseau étudié. Comme on a appliqué l'algorithme (p-1)!, on aura une complexité dans le pire des cas de $o((p-1)!n^2)$.

Ensuite, à l'aide d'une fonction auxiliaire qui nous calcule la distance d'un path selon le poids des arcs qui le constituent, on enregistre tous les chemins trouvés précédemment dans une liste par exemple si et seulement si leur distance totale est inférieure ou égale à l'autonomie de la batterie, soit 200km.

Une fois on a « filtré » tous les paths dont la longueur est inférieure ou égale à l'autonomie, on construit un nouveau réseau routier N'=(S, A') qui contient tous les sommets S du réseau original mais qui conserve uniquement les arcs qui constituent tous les paths calculés précédemment.

Finalement, avec ce nouveau réseau avec les « routes optimisées », il suffit juste d'appliquer une dernière fois l'algorithme de Dijkstra depuis le point de départ O pour arriver à l'arrivé F et on trouvera donc le chemin le plus court sans entre le départ et la destination sans tomber en panne de batterie.

En considérant que toutes les opérations de filtrage des paths en fonction de la longueur ainsi que la dernière application de l'algorithme de Dijkstra pour trouver le chemin le plus court définitif sont de complexité de $o(n^2)$, on estime donc que dans le pire des cas l'algorithme en entier sera de $o((p-1)!n^2)$.

6. Conclusion.

Dans ce travail nous avons pu établir un premier contact avec une modélisation d'une problématique du quotidien comme en l'occurrence la gestion des itinéraires conditionnées par l'autonomie du véhicule. Bien que la solution proposée ne soit peut-être pas la plus optimale en termes de temps nécessaire au calcul, elle utilise les algorithmes de plus court chemin standard tels que Dijkstra qui nous garantissent que la solution trouvée est en réalité la distance la plus courte. Cependant, pour utiliser Dijkstra, nous avons dû faire une sélection dans le graphe originale pour conserver les sous-itinéraires qui respecteraient les restrictions d'autonomie du véhicule.

Avec ce travail, nous avons vu à quel point peut être complexe quelque chose d'aussi quotidien comme GPS et les itinéraires et les calculs d'itinéraire qu'il propose, et comment, bien qu'il s'agisse d'approximations du résultat optimales, les résultats restent très proches de l'idéal.