Universidad Corporativa Coppel | Programas Académicos

Ingeniería en Desarrollo de Software

Actividad | #3 |

Nombre de la actividad Nombre del curso

Transformaciones lineales

Ingeniería en Desarrollo de Software

academiaglobal

TUTOR: Eduardo Israel Castillo García

ALUMNO: Mónica Lázaro Méndez

FECHA: 25/10/2025

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

Las transformaciones lineales son de gran relevancia en álgebra lineal y en diversas áreas de las matemáticas, manteniendo intactas la estructura fundamental de estos espacios. Esto significa que respetan las operaciones las operaciones de suma vectorial y multiplicación escalar formalmente, una transformación T: V → W entre espacios vectoriales V y W es lineal si cumple.

T (U + V) = T(U)+T(v) para todos los vectores u, v E V.

T (cu) = cT(u) para toso vector v E v y todo escalar c.

Las transformaciones lineales son fundamentales en algebra lineal tienen aplicaciones en diversas áreas como gráficos por computadora, procedimiento de señales y física. Se representan mediate matrices. Los que facilita la manipulación y calculo. El estudio de transformaciones lineales incluye el análisis de su núcleo (conjunto de vectores que mapean al vector cero).

DESCRIPCIÓN

Las transformaciones lineales son fundamentales en diversas disciplinas debido a su capacidad para preservar la estructura vectorial. En física, modelan fenómenos como rotaciones y reflexiones, esenciales en la mecánica cuántica y relatividad.

En el ámbito de la informática, las transformaciones lineales son circulares para el procedimiento de imágenes y gráficos por computador. Nos permiten realizar operaciones como escalad, rotación y translación de objetos gráficos de manera eficiente. Además, son la base de algoritmos de compresión y reconocimiento de patrones.

Una transformación lineal es una función entre espacios vectoriales que conserva las operaciones de suma y multiplicación escalar. Formalmente, una transformación. Estas propiedades aseguran que la estructura lineal se mantenga, lo que permite simplificar muchos problemas complejos. Las transformaciones se representan mediante matrices, lo que facilita el cálculo y la manipulación. El estudio de sus propiedades, como el núcleo y la imagen, proporción información valiosa sobre su comportamiento y aplicaciones.

JUSTIFICACIÓN

En matemáticas, las transformaciones lineales son esenciales para el estudio de espacios vectoriales y el algebra lineal, son esenciales para el estudio vectoriales y algebra lineal.
Proporciona un marco robusto para modelar y analizar sistemas que exhiben comportamiento lineal, sistemas en los que la propuesta es proporcional a la entrada, esta propiedad es fundamental en ciertas escalas. Nos perite simplificar problemas complejos nos facilita el análisis y la resolución de ecuaciones diferenciales.
También son fundamentales en algoritmos de compresión de imágenes y reconocimientos de patrones, lo que demuestra su importancia en la manipulación y análisis de datos visuales.
En el contexto de la ingeniería las transformaciones lineales son vitales, donde la superposición de soluciones es válida. Esto facilita el diseño y el control de sistemas dinámicos, como circuitos eléctricos o sistemas mecánicos, donde la respuesta a una combinación de entradas puede predecirse a partir de las respuestas individuales.

DESARROLLO

Ejercicio 1: Calcular T:

1.- Sea T una transformación lineal de R3 → R2 y suponga que :

$$T\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix},\ T\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\4\end{bmatrix}\text{ y }T\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\-3\end{bmatrix}.\text{ Calcular }T\begin{bmatrix}3\\-4\\5\end{bmatrix}.$$

Ejercicio 1: Calcular $T\begin{bmatrix}3\\-4\\5\end{bmatrix}$ dado que T es una tranformación lineal de $R3 \to R^2$ y $T\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}$

$T\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\4\end{bmatrix}$, y $T\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\-3\end{bmatrix}$.

Para encontrar $T\begin{bmatrix}3\\-4\\5\end{bmatrix}$, primero expresamos el vector $\begin{bmatrix}3\\-4\\5\end{bmatrix}$ como una combinación lineal de los vectores $\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$: $\begin{bmatrix}3\\-4\\5\end{bmatrix} = 3\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix} - 4\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix} + 5\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$

$$T\begin{bmatrix}3\\-4\\5\end{bmatrix} = T\left(3\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix} - 4\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix} + 5\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}\right)$$

$$T\begin{bmatrix}3\\-4\\5\end{bmatrix} = 3T\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix} - 4T\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix} + 5T\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$$

$T\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$, $T\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}$, y $T\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$:

$$T\begin{bmatrix}3\\-4\\5\end{bmatrix} = 3\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix} - 4\begin{bmatrix}-1\\4\end{bmatrix} + 5\begin{bmatrix}5\\-3\end{bmatrix}$$

$$T\begin{bmatrix}3\\-4\\5\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}6\\9\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}4\\-16\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}25\\-15\end{bmatrix}$$

$$T\begin{bmatrix}3\\-4\\5\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}6+4+25\\9-16-15\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}35\\-22\end{bmatrix}$$

Ejercicio 2. Calcular $T\begin{bmatrix}-3\\7\end{bmatrix}$ dando que T es una transformación lineal de $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ y $T\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}$ y $T\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-4\\0\\5\end{bmatrix}$.

$$T\begin{bmatrix}-3\\7\end{bmatrix} \quad T\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix} \text{ y } T\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-4\\0\\5\end{bmatrix}.$$

$$T\begin{bmatrix}-3\\7\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}-3\\7\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix} \text{ y } \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} : \begin{bmatrix}-3\\7\end{bmatrix} = T\left(-3\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} + 7\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right)$$

$$T\begin{bmatrix}-3\\7\end{bmatrix} = -3T\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} + 7T\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$$

$$T\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} \text{ y } T\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} : T\begin{bmatrix}-3\\7\end{bmatrix} = -3\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix} + 7\begin{bmatrix}-4\\0\\5\end{bmatrix}$$

$$T\begin{bmatrix}-3\\7\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-3\\-6\\-9\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-28\\0\\35\end{bmatrix}$$

$$T\begin{bmatrix}-3\\7\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-3-28\\-6+0\\-9+35\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-31\\-6\\26\end{bmatrix}$$

Ejercicio 3. $T(x,y) = (x, y, (2x-y)/3)$

$T(x,y) = (x, y, (2x-y)/3)$ $\quad 2x - y + 3z = 0$

1.. Verificar si la transformación mapea a W:

Dado el vector $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ su imagen bajo la transformación T es $(x, y, (2x-y)/3)$.

$W = 2x - y + 3z = 0$ sustituimos $z = (2x-y)/3$ en la ecuación W: $2x - y + 3((2x-y)/3) = 2x - y + (2x - y)$ $= 4x - 2y$.

2. Condición para $T(x,y)$ esté en W.

. Para que $T(x,y)$ esté en W, debemos tener $4x - 2y = 0$

Esto implica $2x = y$.

3.. La transformación $T(x,y) = (x, y, (2x-y)/3)$ mapea vectores de $\mathbb{R}^2$ al plano W si y solo si $y = 2x$

U-PAK

CONCLUSIÓN

Las transformaciones lineales constituyen uno de los pilares conceptuales del algebra lineal, ofreciendo un marco fundamental para comprender como las estructuras vectoriales pueden ser mapeadas de un espacio a otro, preservando las operaciones básicas de suma de vectores y multiplicación y multiplicación por un escalar. Esta propiedad de linealidad, expresada formalmente como $t\ (u + v) = t(u)+t(v)$ y $t(cu)= ct(u)$, es crucial, ya que garantiza que las transformaciones mantengan la esencia geométrica y algebraicas de los espacios que conectan. La matriz asociada a una transformación lineal actual como su representación operacional, permitiendo calcular el resultado de la transformación mediante una simple multiplicación matricial.
El estudio de conceptos como el núcleo o kernel y la imagen de una transformación lineal revela información vital sobre su comportamiento. El núcleo este compuesto por todos los vectores del dominio que son mapeados al vector cero del dominio, y su dimensión indica el grado de colapso de información que ocurre durante la transformación.