

Untuk menggambar grafik dari suatu fungsi, penting untuk mengumpulkan informasi yang lengkap mengenai fungsi tersebut sedapat mungkin. Informasi-informasi yang penting tersebut antara lain:

- a. Titik potong pada sumbu-x dan sumbu-y
- b. Titik dan garis simetris
- c. Asimtot
- d. Titik stationer
- e. Kurva naik dan kurva turun
- f. Titik maksimum dan minimum
- g. Titik belok
- h. Kecekungan

- a. Titik potong sumbu

Titik potong pada sumbu-y pada kurva $y = f(x)$ adalah titik $(0, f(0))$.

Titik potong sumbu-x adalah titik $(x, 0)$ sedemikian sehingga $f(x) = 0$.

- b. Simetris

Jika $f(-x) = f(x)$ maka f adalah fungsi genap dan grafiknya simetris terhadap sumbu-y.

Jika $f(-x) = -f(x)$ maka f adalah fungsi ganjil dan grafiknya simetris terhadap titik asal $(0,0)$.

Jika f salah satu dari kedua di atas, genap atau ganjil saja, cukup menggambar f pada $x \geq 0$ karena separuhnya dapat digambarkan simetris.

- c. Asimtot

Jika terdapat konstanta " k " sedemikian sehingga $f(x) \rightarrow k$ dengan $x \rightarrow \infty$ atau $x \rightarrow -\infty$ maka garis $y = k$ disebut horisontal asimtot dari kurva $y = f(x)$.

Jika terdapat konstanta " a " sedemikian sehingga $f(x) \rightarrow \infty$ atau $-\infty$ dengan $x \rightarrow a$ maka garis $x = a$ disebut vertikal asimtot dari kurva $y = f(x)$.

Sebagai contoh, kurva $y = \frac{1}{x-1} + 2$ memiliki asimtot horisontal $y = 2$ karena

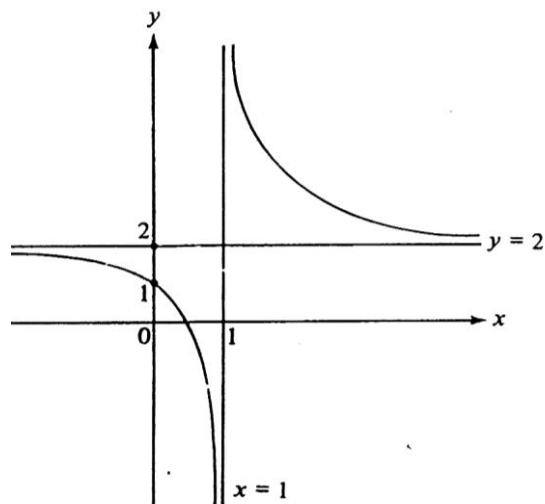
$$\frac{1}{x-1} + 2 \rightarrow 2 \text{ dengan } x \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{x-1} + 2 \rightarrow 2 \text{ dengan } x \rightarrow -\infty$$

Dan juga kurva $y = \frac{1}{x-1} + 2$ memiliki asimtot vertikal $x = 1$ karena

$$\frac{1}{x-1} + 2 \rightarrow \infty \text{ dengan } x \rightarrow 1 \text{ (} x > 1 \text{)}$$

$$\frac{1}{x-1} + 2 \rightarrow -\infty \text{ dengan } x \rightarrow 1 \text{ (} x < 1 \text{)}$$



Contoh

Sketsalah grafik fungsi

$$f: x \rightarrow x^3 - 6x^2 + 9x + 2 \quad (x \in R)$$

Solusi:

(i) Titik potong sumbu

Ketika $x = 0$, $y = f(0) = 2$. Jadi titik $(0, 2)$ terletak pada kurva.

(ii) Simetris

f bukan fungsi genap maupun ganjil. Jadi, kurva tidak simetris terhadap titik asal dan sumbu-y.

(iii) Asimtot

Tidak ada asimtot horisontal maupun vertikal.

Perhatikan

$$f'(x) = 3(x^2 - 4x + 3) = 3(x - 1)(x - 3)$$

$$f''(x) = 6(x - 2)$$

Maka, $f'(x) = 0$ ketika $x = 1$ atau $x = 3$. $f''(x) = 0$ ketika $x = 2$

Dari informasi poin (iv) – (viii) diberikan pada tabel berikut:

x	$f'(x)$	$f''(x)$	$f(x)$	
$x < 1$	+	-	Naik	↑
$x = 1$	0	-	(1,6) titik maksimum	Cekung ke bawah
$1 < x < 2$	-	-	↑	↓
$x = 2$	-	0	Turun	(2,4) titik belok
$2 < x < 3$	-	+	↓	↑
$x = 3$	0	+	(3,2) titik minimum	Cekung ke atas
$x > 3$	+	+	Naik	↓

Dengan informasi di atas, digambarkan sketsa grafik $y = f(x)$ seperti gambar berikut

