



INTEGRAL



DEFINISI

Fungsi F disebut anti turunan (integral tak tentu) dari fungsi f pada himpunan D jika

$$F'(x) = f(x)$$

Untuk setiap $x \in D$

Fungsi integral tak tentu f dinotasikan dengan $\int f(x)dx$ dan $f(x)$ dinamakan integran. Jadi

$$\frac{d}{dx} \int f(x)dx = f(x)$$

Jika F suatu fungsi integral tak tentu dari f , maka $\int f(x) dx = F(x) + C$ dengan C konstanta sembarang

SIFAT-SIFAT INTEGRAL TAK TENTU

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$$

$$\int k f(x) dx = k \int f(x) dx$$

$$\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

$$\int (f(x) - g(x)) dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$$

SOAL

1. $3x^5$

2. $\frac{5}{x^2}$

3. $(3x - 4)^2$

4. $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$

5. $\frac{x^3 + 5x^2 - 2}{x^2}$

INTEGRAL DENGAN SUBSTITUSI

Tentukan $\int (3x - 5)^{10} dx$

Solusi:

Misal $u = 3x - 5$

Maka $\frac{du}{dx} = 3$ sehingga $dx = \frac{1}{3} du$

Oleh karena itu

$$\int (3x - 5)^{10} dx = \int u^{10} \frac{du}{3} = \frac{1}{3} \int u^{10} du = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{11} u^{11} + C = \frac{1}{33} (3x - 5)^{11} + C$$

SOAL INTEGRAL DENGAN SUBSTITUSI

1. $\int \frac{9x}{\sqrt{3+x^2}} dx$

2. $\int \frac{x+2}{(x-4)^2} dx$

3. $\int x\sqrt{1-x} dx$

4. $\int \frac{x+1}{(x+2)^3} dx$

5. $\int x\sqrt{2x^2+1} dx$

6. $\int \frac{1}{1+\sqrt[3]{x}} dx$

INTEGRAL TENTU

$$\int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$$

Dengan F adalah anti-turunan dari f .

$F(b) - F(a)$ juga dapat dinyatakan dengan

$$F(x) \Big|_a^b$$

Sehingga

$$\int_a^b f(x) \, dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

SIFAT-SIFAT INTEGRAL TENTU

1. $\int_a^a f(x) dx = 0$
2. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$
3. $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$, k adalah konstanta bilangan real
4. $\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$
5. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$, c adalah bilangan real sebarang

SOAL INTEGRAL TENTU

1. $\int_1^2 (3x^4 - x^5) dx$
2. $\int_{-3}^{-1} (\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}) dx$
3. $\int_0^1 x(1 - \sqrt{x})^2 dx$
4. $\int_2^{10} \frac{dx}{x+2}$
5. $\int_1^4 (\frac{3}{\sqrt{x}} - 5\sqrt{x}) dx$
6. $\int_0^1 x^2(1 - x)^{\frac{1}{2}} dx$