§8 电磁波的产生、传播与性质

麦克斯韦电磁理论

电磁波的产生和传播

电磁波的能流密度

电磁场的动量和光压

一. 麦克斯韦电磁理论

已有的电磁场定理：

$$\oiint \vec{D}\cdot d\vec{S} = q_0$$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

$$\oiint \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = I_0$$ ➡ 不适用于非稳恒情况

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_0$$

成立条件： $$\oiint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oiint_S \vec{j}_0 \cdot d\vec{S} = -\frac{dq_0}{dt} \xrightarrow{\oiint_S \vec{D} \cdot dS = q_0} \oiint_s (\vec{j}_0 + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = I_0 + \iint \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

位移电流

$$\frac{d\Phi_D}{dt} = \iint \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = \varepsilon_0 \iint \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{S} + \iint \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

结论：位移电流的物理含义：极化电荷的运动和电场的变化。在真空中：位移电流就是电场的变化引起的

麦克斯韦方程组

（积分形式）

$$\oint\!\!\!\oint \vec{D}\cdot d\vec{S}=q_0$$

$$\oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=-\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

$$\oint\!\!\!\oint \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$$

$$\oint \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=I_0+\iint \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

（微分形式）

$$\nabla\cdot\vec{D}=\rho_{e0}$$

$$\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\vec{B}=0$$

$$\nabla\times\vec{H}=\vec{j}_0+\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

各向同性物质性质方程

$$\left.\begin{aligned}\vec{D}&=\varepsilon_r\varepsilon_0\vec{E}\\ \vec{B}&=\mu_r\mu_0\vec{H}\\ \vec{j}_0&=\sigma\vec{E}\end{aligned}\right\}$$

边界条件

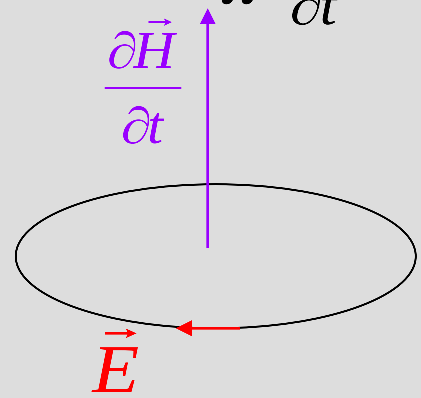
$$\begin{cases}\vec{n}\cdot(\overrightarrow{D_2}-\overrightarrow{D_1})=\sigma_0\\ \vec{n}\times(\overrightarrow{E_2}-\overrightarrow{E_1})=0\\ \vec{n}\cdot(\overrightarrow{B_2}-\overrightarrow{B_1})=0\\ \vec{n}\times(\overrightarrow{H_2}-\overrightarrow{H_1})=\overrightarrow{j_0}\end{cases}$$

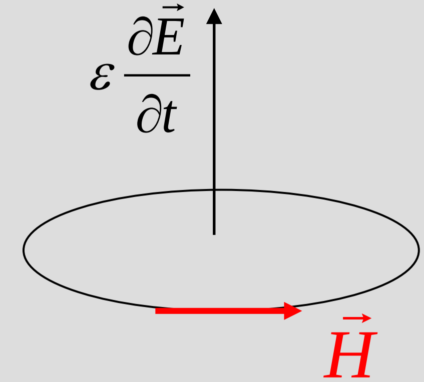
二、 电磁波的产生和传播

$$\oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S} \qquad \oint \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = I_0 + \iint \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

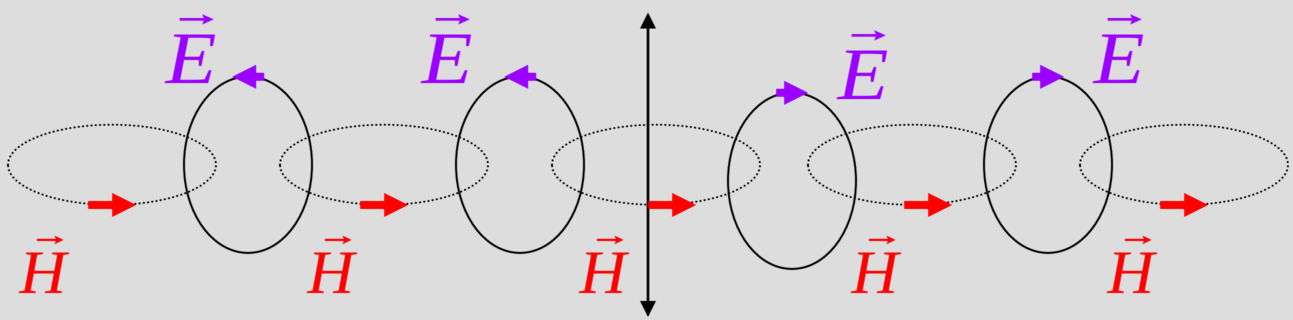
电磁波的激发

根据麦克斯韦电磁理论，变化的磁场可以在其周围空间激发涡旋电场；变化电场可以在其周围空间激发涡旋磁场。



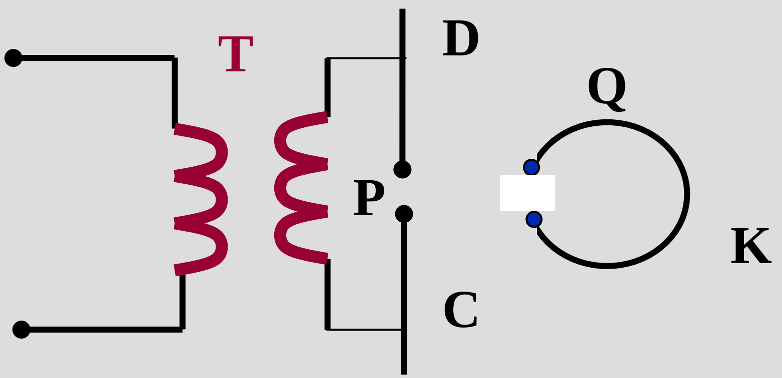


如果变化的电场和磁场相互激发，则闭合的涡旋电场线和涡旋磁场线会一环套一环，由近及远向外传播，这种变化的电磁场在空间的传播就称为电磁波。



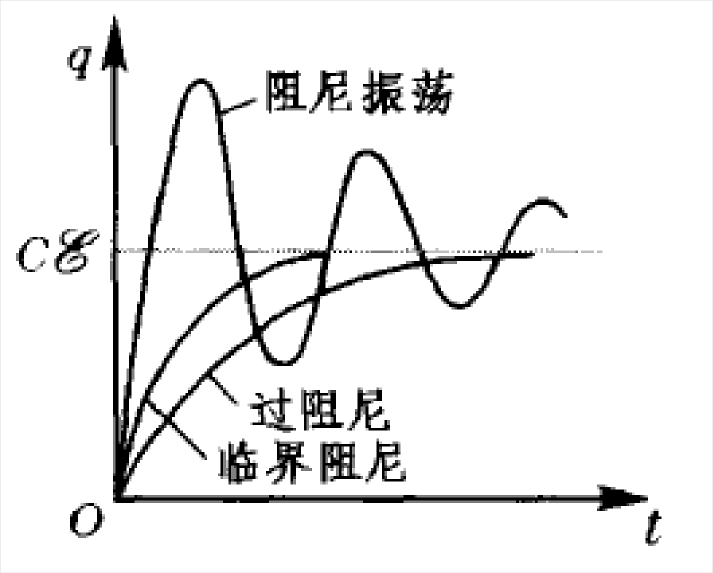
赫兹实验(Hertzian experiment)

1888年赫兹利用电容器充电后通过火花隙放电会产生振荡的原理，做成了如图所示的振荡器。



赫兹实验在人类历史上首次发射和接收了电磁波，通过多次实验证明了电磁波与光波一样能够发生反射、折射、干涉、衍射和偏振，验证了麦克斯韦的预言，揭示了光的电磁本质，从而将光学与电磁学统一起来。

RLC电磁振荡电路



$$L\frac{d^2q}{dt^2}+R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=0$$

$$q=q_0e^{-\alpha t}\cos(\omega_0 t+\varphi)$$

电荷随时间作周期性变化，固有振荡频率为

$$f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

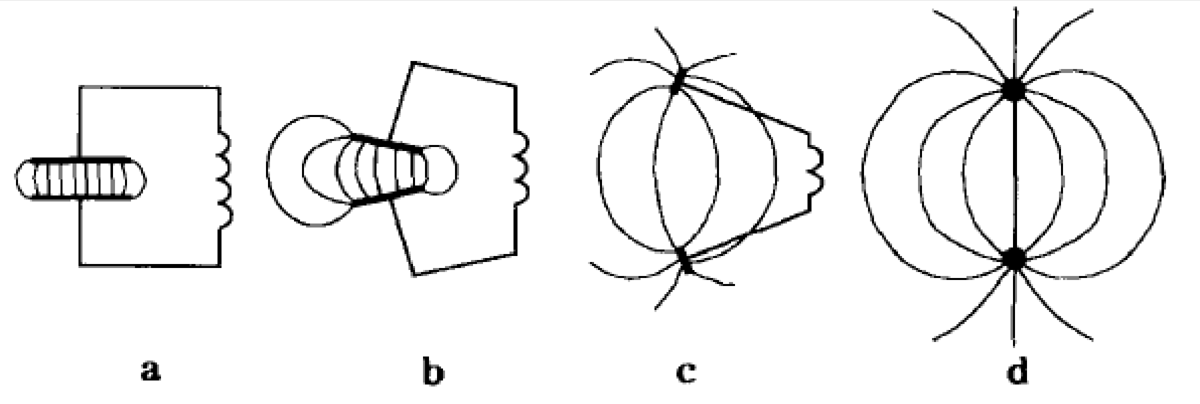
***LC*振荡电路原则上可作发射电磁波的波源**

发射电磁波须具备两个条件：

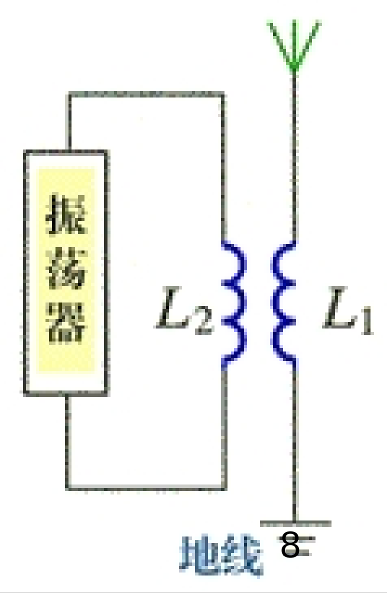
一是振荡频率要高，二是电路要开放。

提高频率：须减小线圈自感*L*和电容*C*；

开放电路：不让场和能集中在电容器和线圈之中，而要分散到空间去。

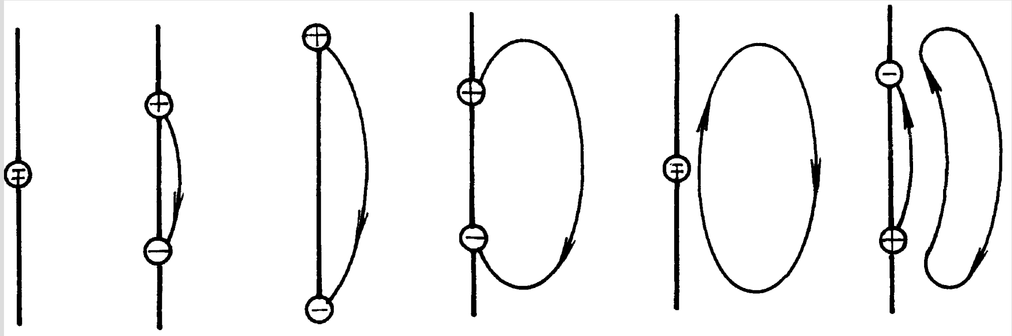


*LC*振荡电路演变为一根直导线，电流往返振荡，两端出现正负交替变化的等量异号电荷，此电路就称为**振荡偶极子**，或**偶极振子**。

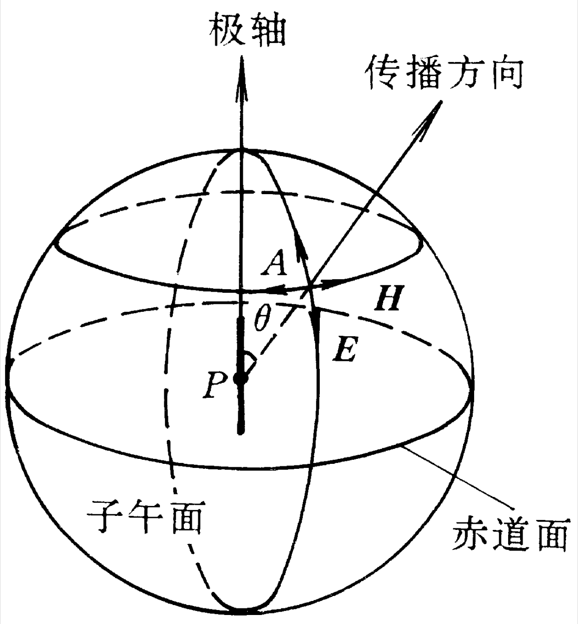


偶极振子发射的电磁波

偶极振子附近电场线变化过程



0 T/8 T/4 3T/8 T/2



偶极振子周围电场E位于子午面内；

磁场强度H位于与赤道平行的平面内

平均能流密度：$\bar{S} \propto f^4; \bar{S} \propto \frac{1}{r^2}; \bar{S} \propto p^2 \sin^2 \theta$

平面电磁波

平面波系指场强与传播方向（Z轴）垂直，在与Z轴正交的平面上各点具有相同的值，即E和B仅与Z，t有关。（远离波源的自由空间传播的电磁波近似为平面波）

讨论在自由空间传播的均匀平面电磁波。所谓自由空间是指空间中既没有自由电荷，也没有传导电流，而且空间无限大，可以不考虑边界的影响。空间可以是真空，也可以充满均匀介质。

$$\left.\begin{aligned}
&\nabla\cdot\vec{E}=0\\
&\nabla\times\vec{E}=-\mu_r\mu_0\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}\\
&\nabla\cdot\vec{H}=0\\
&\nabla\times\vec{H}=\varepsilon_r\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}
\end{aligned}\right\}$$

$$\nabla=\left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right)$$

$$\vec{E}=E_x\vec{i}+E_y\vec{j}+E_z\vec{k}$$

$$\vec{H}=H_x\vec{i}+H_y\vec{j}+H_z\vec{k}$$

$$\frac{\partial E}{\partial z} = -\mu_r\mu_0\frac{\partial H}{\partial t} \qquad \frac{\partial H}{\partial z} = -\varepsilon_r\varepsilon_0\frac{\partial E}{\partial t} \quad (1)$$

将一个式子对*z*取偏微分，另一个式子对*t*取偏微分，便可把一个场变量消去。消去*H*的方程为：

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \varepsilon_r\varepsilon_0\mu_r\mu_0\frac{\partial E}{\partial t^2} = 0 \qquad (2)$$

同理，消去*E*的方程式为： $$\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} - \varepsilon_r\varepsilon_0\mu_r\mu_0\frac{\partial H}{\partial t^2} = 0 \qquad (3)$$

式2，3是*E*和*H*所遵守的波动方程。如果考虑沿*z*方向传播的简谐波：

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \to \text{波数} \qquad \begin{cases} \tilde{E} = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \\ \tilde{H} = H_0 e^{i(\omega t - kz)} \end{cases} \qquad (4)$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}$$

只要$k^2=\varepsilon_r\varepsilon_0\mu_r\mu_0\omega^2$,(4)式可同时满足(2)和(3)

$$v=\frac{\omega}{k}=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r\varepsilon_0\mu_r\mu_0}} \Longrightarrow \text{真空波速：}\ v=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$$

$$\begin{cases}\tilde{E}=E_0e^{i(\omega t-kz)}\\ \tilde{H}=H_0e^{i(\omega t-kz)}\end{cases}$$

代入

$$\frac{\partial E}{\partial z}=-\mu_r\mu_0\frac{\partial H}{\partial t}$$

$$\frac{\partial H}{\partial z}=-\varepsilon_r\varepsilon_0\frac{\partial E}{\partial t}$$

可得:$\sqrt{\varepsilon_r\varepsilon_0}\tilde{E}=\sqrt{\mu_r\mu_0}\tilde{H}$

$$\sqrt{\varepsilon_r\varepsilon_0}E_0=\sqrt{\mu_r\mu_0}H_0$$

$$\varphi_u=\varphi_H$$

电磁波的基本性质

1. 电磁波是横波

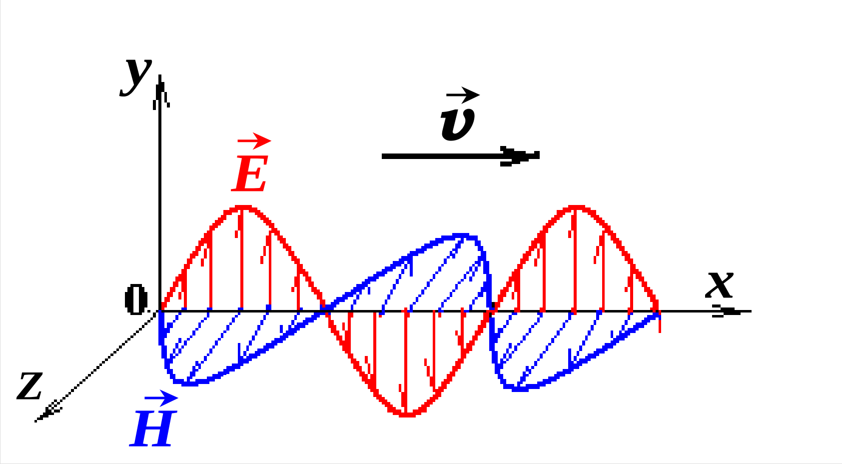
电磁波的电矢量$\vec{E}$ 和磁矢量$\vec{H}$ 均与传播方向垂直，设电磁波沿直角坐标系的Z轴正方向传播，则有：

$\vec{E} \perp \vec{k}$　$\vec{H} \perp \vec{k}$　$\vec{k}$为Z轴方向的单位矢量

2. 电矢量 $\vec{E}$和磁矢量 $\vec{H}$互相垂直

$$\vec{E} \perp \vec{H}$$

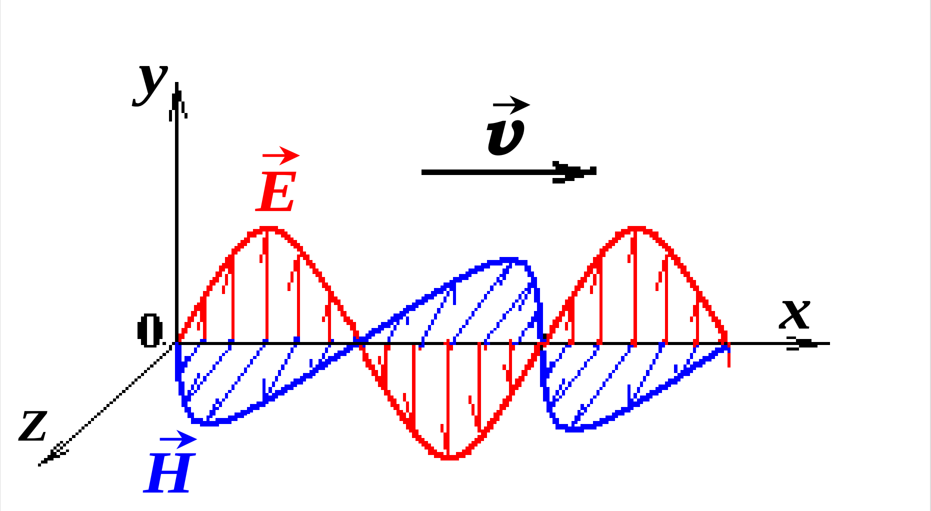
$\vec{E}$ 、$\vec{H}$ 和$\vec{k}$ 三个矢量之间满足右手螺旋关系。



3. 同一点的E与H成正比

真空中 $\sqrt{\varepsilon_0}E=\sqrt{\mu_0}H$

介质中 $\sqrt{\varepsilon_r\varepsilon_0}E=\sqrt{\mu_r\mu_0}H$



4. 电磁波的传播速度

真空中: $c=\dfrac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}=2.998\times10^8 m/s$

介质中: $v=\dfrac{1}{\sqrt{\mu_r\mu_0\varepsilon_r\varepsilon_0}}$

三、电磁波的能流密度

- 在空间任一体积 V,其表面为Σ.
- 体积V内电磁能为:

$$W=W_e+W_m=\frac{1}{2}\iiint_V(\vec{D}\cdot\vec{E}+\vec{B}\cdot\vec{H})\mathrm{d}V$$

电磁能的时间变化率:

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{2}\iiint_V\frac{\partial}{\partial t}(\vec{D}\cdot\vec{E}+\vec{B}\cdot\vec{H})\mathrm{d}V$$

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{2}\iiint_V \frac{\partial}{\partial t}(\vec{D}\cdot\vec{E}+\vec{B}\cdot\vec{H})\mathrm{d}V$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\vec{D}\cdot\vec{E}+\vec{B}\cdot\vec{H})=\varepsilon_r\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}(\vec{E}\cdot\vec{E})+\mu_r\mu_0\frac{\partial}{\partial t}(\vec{H}\cdot\vec{H})$$

$$=2\varepsilon_r\varepsilon_0\vec{E}\cdot\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}+2\mu_r\mu_0\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}=2\vec{E}\cdot\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}+2\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}=\nabla\times\vec{H}-\vec{j}_0 \qquad \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}=-\nabla\times\vec{E}$$

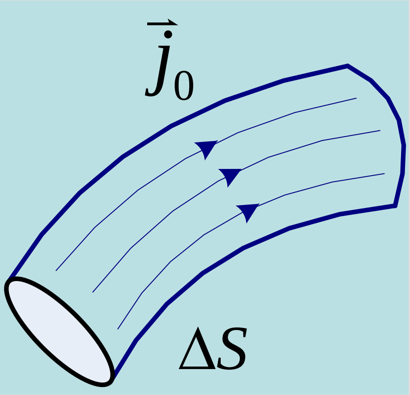
$$-\nabla\cdot(\vec{E}\times\vec{H})$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\vec{D}\cdot\vec{E}+\vec{B}\cdot\vec{H})=2[\boxed{\vec{E}\cdot(\nabla\times\vec{H})-\vec{H}\cdot(\nabla\times\vec{E})}-\vec{j}_0\cdot\vec{E}]$$

$$=-2[\nabla\cdot(\vec{E}\times\vec{H})-\vec{j}_0\cdot\vec{E}]$$

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}=-\iiint_V\nabla\cdot(\vec{E}\times\vec{H})\mathrm{d}V-\iiint_V\vec{j}_0\cdot\vec{E}\mathrm{d}V$$

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = -\iiint_V \nabla\cdot(\vec{E}\times\vec{H})\mathrm{d}V - \iiint_V \vec{j}_0\cdot\vec{E}\mathrm{d}V$$



$$\vec{j}_0 = \sigma(\vec{E}+\vec{K})$$

$$\vec{E} = \rho\vec{j}_0 - \vec{K}$$

$$\iiint_V \vec{j}_0\cdot\vec{E}\mathrm{d}V = \iiint_V (\rho j_0{}^2 - \vec{j}_0\cdot\vec{K})\mathrm{d}V$$

$$\iiint_{\text{小流管}} (\rho j_0{}^2 - \vec{j}_0\cdot\vec{K})\mathrm{d}V = \rho j_0{}^2\Delta S\Delta l - \vec{j}_0\cdot\vec{K}\Delta S\Delta l$$

$$= \frac{\rho\Delta l}{\Delta S}(j_0\Delta S)^2 - j_0\Delta S(\vec{K}\cdot\Delta\vec{l}\,)$$

$$= I_0{}^2R - I_0\Delta\varepsilon = Q - P$$

损耗的焦耳热

电源做的功

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = -\iiint_V \nabla\cdot(\vec{E}\times\vec{H})\mathrm{d}V - \iiint_V \vec{j}_0\cdot\vec{E}\mathrm{d}V$$

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = -\iiint_V \nabla\cdot(\vec{E}\times\vec{H})\mathrm{d}V - Q + P$$

$$\oiiint_V \nabla\cdot(\vec{E}\times\vec{H})dV = \oiint_\Sigma (\vec{E}\times\vec{H})\cdot d\vec{\Sigma}$$

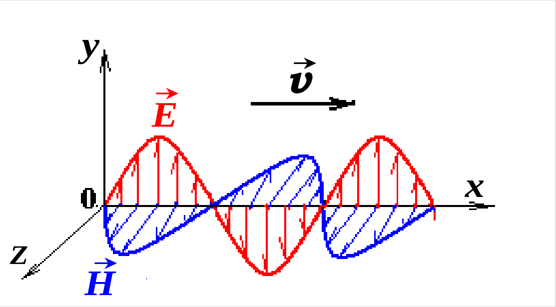
$\vec{S} = \vec{E}\times\vec{H}$(电磁能流密度矢量)

单位时间流过与之垂直的单位面积的电磁能量

$$\frac{dW}{dt} = -\oiint_\Sigma (\vec{E}\times\vec{H})\cdot d\vec{\Sigma} - Q + P$$

体积V内，单位时间电磁能量的增加等于此体积内单位时间电源做的功减去焦耳热损失和电磁能流密度的通量。

电磁能流密度矢量： $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$



简谐波平均能流密度: $\bar{S} = \dfrac{1}{2} E_0 H_0$

已知: $\sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0} E_0 = \sqrt{\mu_r \mu_0} H_0$

$$\bar{S} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_r \varepsilon_0}{\mu_r \mu_0}} E_0^{\ 2}$$

自由空间电磁波的能量密度

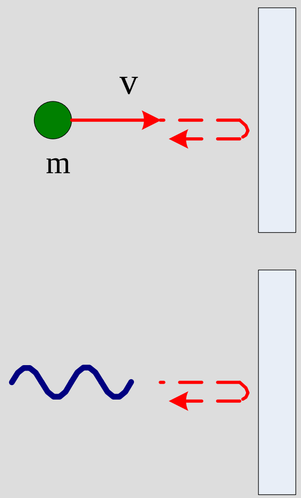
在自由空间某点处，电磁场的能量密度（单位体积内电磁场的能量）为

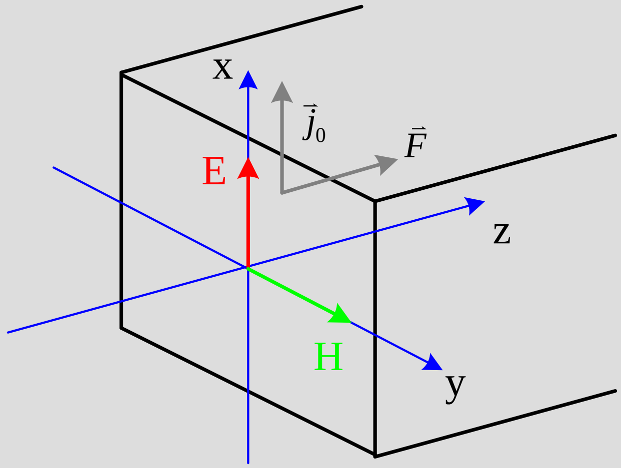
$$w = w_e + w_m = \frac{1}{2}\varepsilon_r \varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2}\mu_r \mu_0 H^2$$

真空中: $\sqrt{\varepsilon_0}E = \sqrt{\mu_0}H$ $\Rightarrow$ $\varepsilon_0 E^2 = \mu_0 H^2$

$$\therefore w_m = w_e, \quad w = \varepsilon_0 E^2$$

四、电磁场的动量和光压





电磁波不仅具有能量，也具有动量。根据量子理论，电磁波和光波一样都具有波粒二象性，电磁波的能量是由许多分立的、以光速运动的光子所携带，而每个光子的能量决定于辐射的频率，并可以表示为E=hν

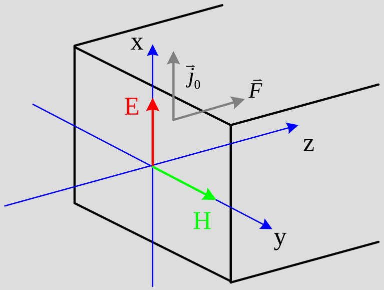
其中h = 6.626176 × 10^{-34} J · s称为普朗克常量。

根据相对论的质能关系，每个光子的能量也可以表示为 $E = mc^2$

所以光子的质量为 $m = \dfrac{E}{c^2} = \dfrac{h\nu}{c^2}$

由上式可以得到光子的动量为 $P = mc = \dfrac{E}{c} = \dfrac{h\nu}{c}$

$$P = mc = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}$$



金属板动量的变化： $\Delta\vec{P}_{板} = \frac{1}{c}(E_{入} - E_{反})$

金属板动量的变化： $\Delta\vec{P}_{板} = \frac{1}{c}(\vec{S}_{入} - \vec{S}_{反})\Delta\Sigma\Delta t$

金属板面元ΔΣ受到的力： $\Delta F = \frac{1}{c}(S_{入} - S_{反}) \cdot \Delta\Sigma$

$$压强P = \frac{1}{c}\left| S_{入} - S_{反} \right|$$

对于全反射，$S_{入}=S_{反}$, 物体表面所受压强为：

$$p = \frac{1}{c}\left|S_{入} - S_{反}\right| = \frac{2}{c}S_{入} = \frac{2}{c}EH$$

对于全吸收， $S_{反} = 0$，物体表面所受压强为 $p = \frac{1}{c}EH$ (绝对黑体)

➢ 光压非常小，很难观察到。

光的电磁理论

1. 光是电磁波

麦克斯韦得出这样的结论：光是一种电磁波，*c*就是光在真空中的传播速度。

在介质中电磁波传播的速度： $v = \dfrac{c}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}}$

$$v = \frac{c}{n}$$ 这里*n*为折射率

$$n = \sqrt{\mu_r \varepsilon_r}$$

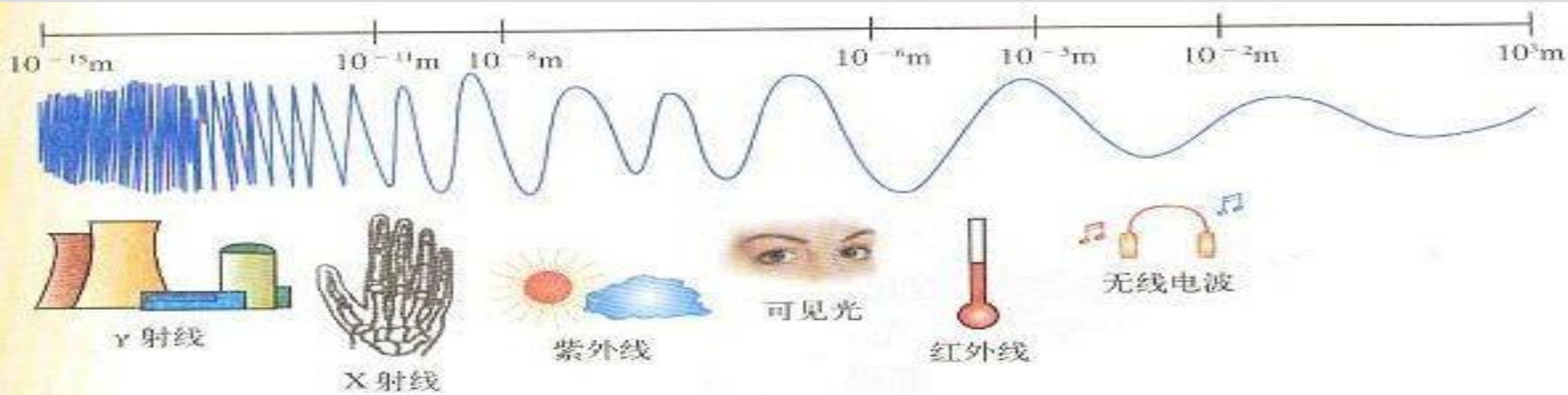
2.电磁波谱

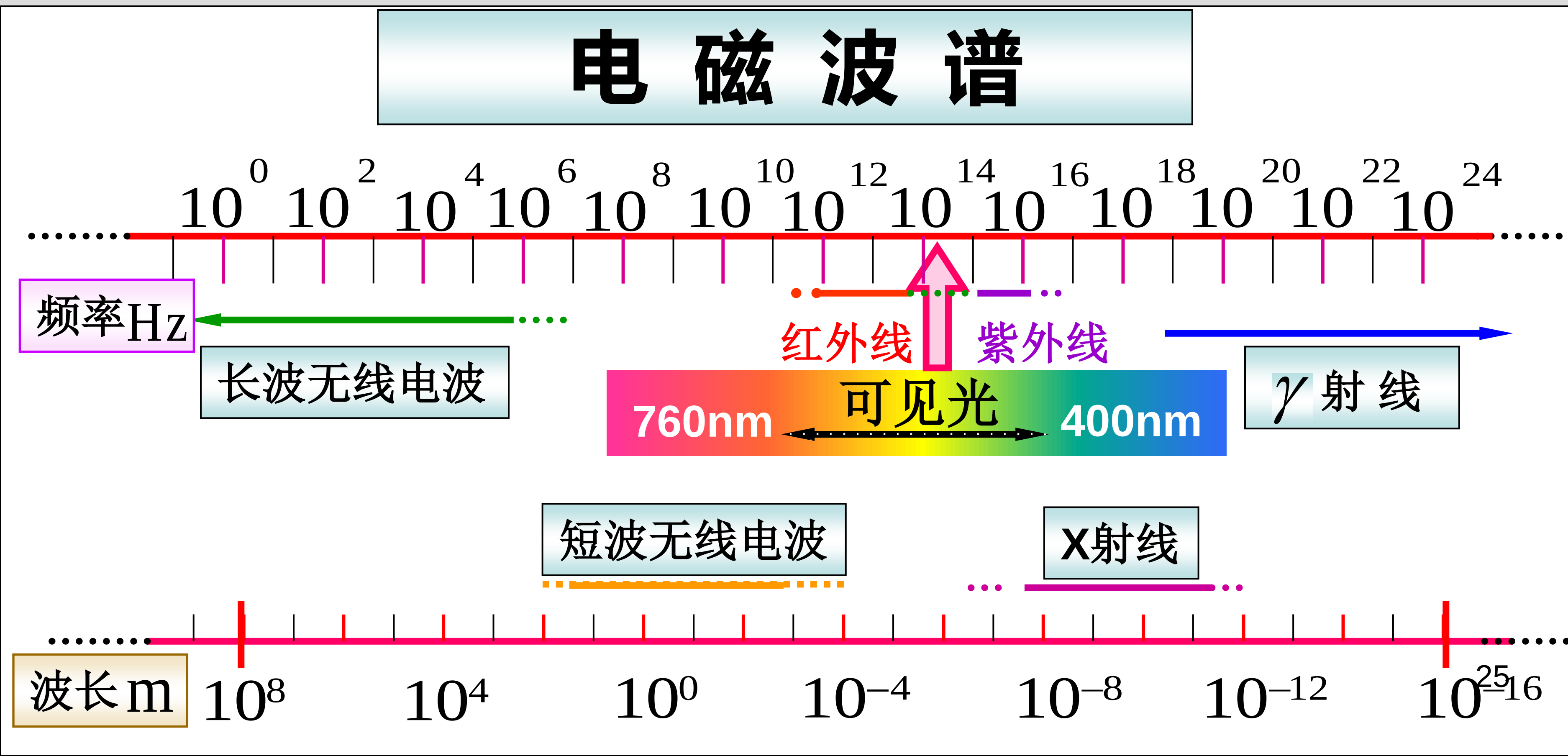
自从赫兹应用电磁振荡的方法产生了电磁波，并证明了电磁波的性质与光波的性质相同之后，人们又陆续发现X射线和放射性辐射中的 γ 射线都是电磁波。这些电磁波本质上完全相同，只是频率或者波长有很大区别而已。我们按照波长或者频率的顺序把各种电磁波排列起来就得到了所谓的电磁波谱。

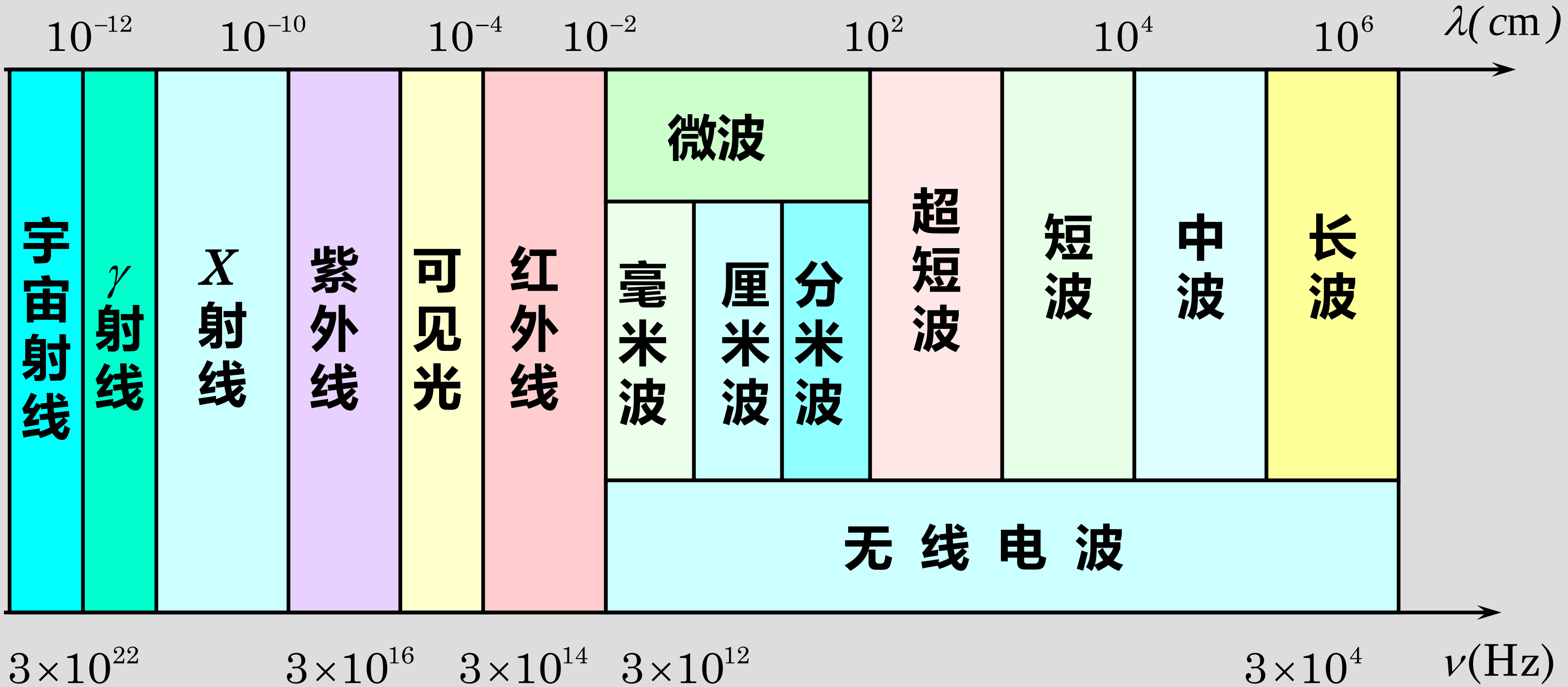
习惯上常用真空中的波长 λ 作为电磁波谱的标度

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

这里c为真空中的光速，f 为电磁波的频率


γ射线
X射线
紫外线
可见光
红外线
无线电波


电磁波谱
10^{0} 10^{2} 10^{4} 10^{6} 10^{8} 10^{10} 10^{12} 10^{14} 10^{16} 10^{18} 10^{20} 10^{22} 10^{24}
频率Hz
长波无线电波
红外线
紫外线
可见光
760nm
400nm
γ射线
短波无线电波
X射线
波长m
10^{8} 10^{4} 10^{0} 10^{-4} 10^{-8} 10^{-12} 10^{-16}



10^{-12}
10^{-10}
10^{-4}
10^{-2}
10^{2}
10^{4}
10^{6}
$\lambda(cm)$
宇宙射线
γ射线
X射线
紫外线
可见光
红外线
微波
毫米波
厘米波
分米波
超短波
短波
中波
长波
无 线 电 波
3×10^{22}
3×10^{16}
3×10^{14}
3×10^{12}
3×10^{4}
$\nu(Hz)$

<table>
<tr><th colspan="2">电磁波谱</th><th>真空中波长</th><th>主要产生方式</th></tr>
<tr><td colspan="2">红外线</td><td>$0.76\mu m — 600\mu m$</td><td rowspan="9">由炽热物体、气体放电或其他光源激发分子或原子等微观客体所产生的电磁辐射</td></tr>
<tr><td rowspan="7">可见光</td><td>红</td><td>6200 — 7600</td></tr>
<tr><td>橙</td><td>5920 — 6200</td></tr>
<tr><td>黄</td><td>5780 — 5921</td></tr>
<tr><td>绿</td><td>5000 — 5780</td></tr>
<tr><td>青</td><td>4640 — 5000</td></tr>
<tr><td>蓝</td><td>4460 — 4640 $\left(\mathring{A}\right)$</td></tr>
<tr><td>紫</td><td>4000 — 4460</td></tr>
<tr><td colspan="2">紫外线</td><td>$50\,\mathring{A} — 4000\,\mathring{A}$</td></tr>
</table>

电磁波谱	真空中波长	主要产生方式
X 射线	$0.4\overset{\circ}{A} — 50\overset{\circ}{A}$	用高速电子流轰击原子中内层电子而产生的电磁辐射
γ 射线	$0.4\overset{\circ}{A}$以下	由放射性原子衰变时发出的电磁辐射或用高能粒子与原子核碰撞所产生电磁辐射

电磁波谱		真空中波长	主要产生方式
无线电波	长波	$3\times10^3 m — 3\times10^4 m$	由线路中电磁振荡所激发的电磁辐射
	中波	$200m — 3\times10^3 m$	
	短波	$10m — 200m$	
	超短波	$1m — 10m$	
	微波	$0.1m — 1m$	

电磁场是物质的一种形态

1. 电磁场具有粒子性：电磁场具有能量和动量。

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}, \quad P = mc = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}$$

2. 电磁场也具有波动性。

$$v = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}} \qquad \lambda = \frac{c}{f}$$