

§ 4. 3-4. 5

一、安培环路定理及应用

1. 安培环路定理
2. 安培环路定理的应用

二、磁场对电流的作用

- 1 磁场对载流导线的作用
- 2 磁场对载流线圈的作用
- 3 磁场对带电粒子的作用

一、安培环路定理及应用

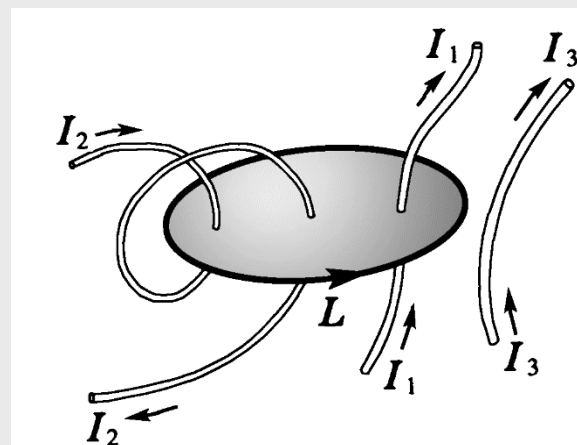
1. 安培环路定理

1.1 表述：

- 磁感应强度沿任何闭合环路L的线积分，等于穿过这环路所有电流强度的代数总和的 μ_0 倍

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{L\text{内}} I$$

$$\sum_{L\text{内}} I = I_1 - 2I_2$$



穿过回路L的电流方向与回路的环绕方向服从右手法则时， $I > 0$ 。

1.2 安培环路定理的微分形式

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{L\text{内}} I$$

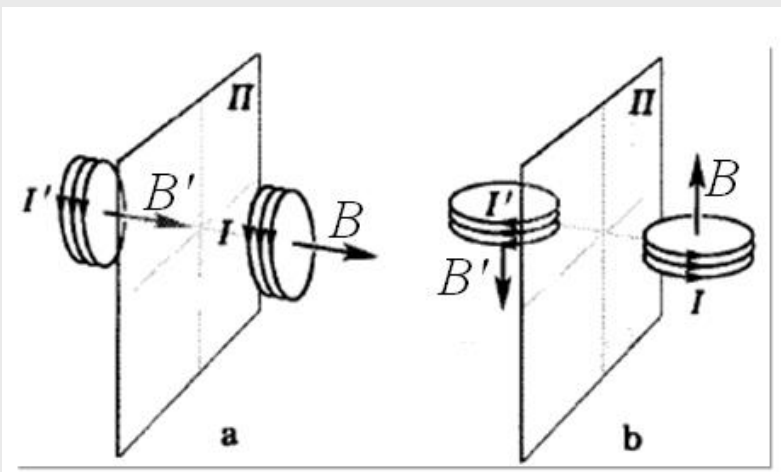
■ 利用斯托克斯定理

$$\iint_S (\nabla \times \vec{B}) \cdot d\vec{S} = \mu_0 \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} \quad \longrightarrow \quad \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

微分形式

■ 说明B的旋度不为零——有旋场

1.3 磁感应强度是轴矢量



极矢量和轴矢量简介

一. 操作

改变系统的时空位置叫**操作**。

3类基本**空间操作**：

- (1) **平移操作**：系统平移一段距离
- (2) **转动操作**：系统绕固定轴转个角度
- (3) **镜像操作**：系统对某平面作镜像反射

对系统进行**操作**可等价用**坐标系变换**描述。

这里只讨论无形变的刚性操作或坐标系变换，其中(2)、(3)类操作中原点不动（转轴或反射面通过原点），属于**刚性正交变换**。

二. 对称操作和对称性

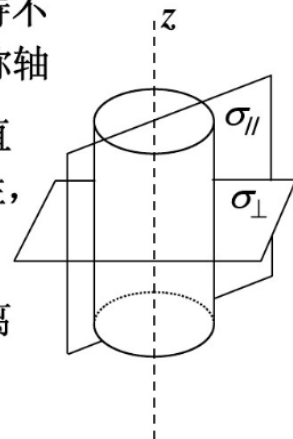
对系统实施（平移、旋转、镜像...）操作后，如果系统的时空位置或状态不变，则：

- 该操作称为（平移、旋转、镜像...）**对称操作**
- 系统具有相应于该操作的（平移、旋转、镜像...）**对称性**
- 相应的轴和反射面分别称为**旋转对称轴**和**镜面**

注意：讨论对称性时，要考虑实际的物质如电荷、电流等的分布，不能只考虑系统几何形状。

例：电荷均匀分布的无穷长圆柱体的对称性

- 绕 z 轴正反转任意一个角度保持不变的旋转对称性， z 轴是旋转对称轴
- 对通过 z 轴的任意平面 $\sigma_{//}$ 、对垂直于 z 轴的任意平面 σ_{\perp} 的镜像对称性， $\sigma_{//}$ 和 σ_{\perp} 是镜面
- 沿 z 轴正反方向任意平移一段距离保持不变的平移对称性



如果换成沿 z 轴均匀分布的电流，结果如何？

三. 极矢量和轴矢量

根据在镜象操作下的变换性质，把物理学中的矢量分成**极矢量**和**轴矢量**。

1. 极矢量

在镜象操作下，**垂直**反射面的分量**反向**，**平行**反射面的分量**不变**。（不证明）

如：位矢 \vec{r} ，速度 \vec{v} ，加速度 \vec{a} ，
电场强度 \vec{E} ，电位移矢量 \vec{D} ...

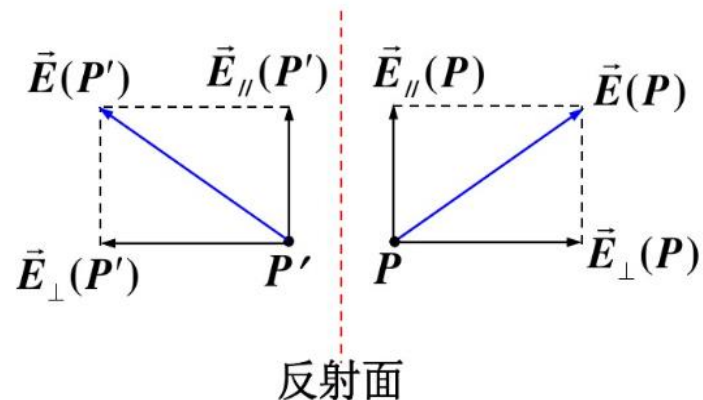
2. 轴矢量（赝矢量）

在镜象操作下，**垂直**反射面的分量**不变**，**平行**反射面的分量**反向**。（不证明）

如：角速度 $\vec{\omega}$ ，角动量 \vec{L} ，磁感应强度 \vec{B} ，
磁场强度 \vec{H} ...

可证明：**极矢量**×**极矢量**的结果是**轴矢量**

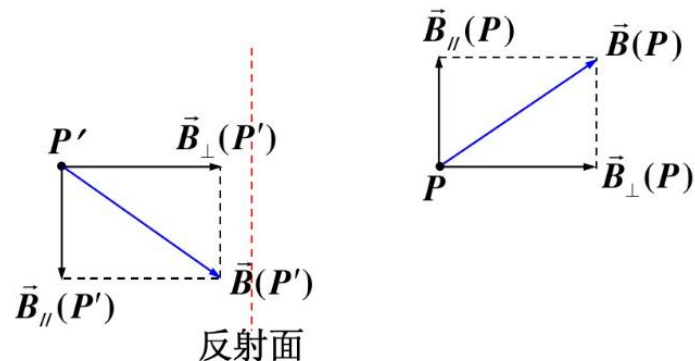
极矢量在镜象操作下的变换



场点 P 在镜象操作下变为 P'

$$\vec{E}_{\perp}(P) = -\vec{E}_{\perp}(P') \quad \vec{E}_{\parallel}(P) = \vec{E}_{\parallel}(P')$$

轴矢量在镜象操作下的变换

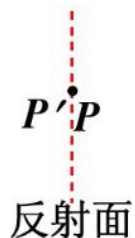


场点 P 在镜象操作下变为 P'

$$\vec{B}_{\perp}(P) = \vec{B}_{\perp}(P') \quad \vec{B}_{\parallel}(P) = -\vec{B}_{\parallel}(P')$$

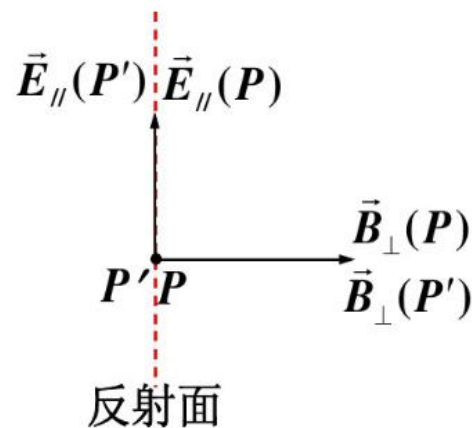
重要问题：对于反射面上的点，其极矢量和轴矢量应满足什么条件？

对于反射面上的点 P ，其镜象点 P' 与自身重合，即该点在镜像操作下不动：



故其处极矢量或轴矢量在镜像操作后不变！
要想如此，该处极矢量或轴矢量必须满足：

- 对极矢量，只能有平行分量（面内分量）
- 对轴矢量，只能有垂直分量



四. 对称性在求解电磁学问题中的应用

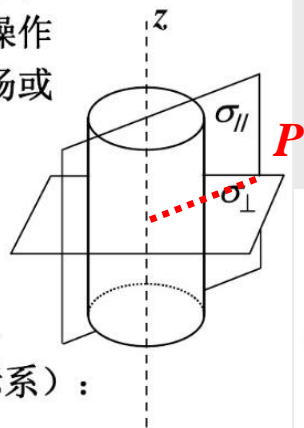
利用 电荷或电流在空间分布的对称性，以及极矢量和轴矢量在镜像操作下的变换性质，可以判定电场或磁场的函数形式

例：判定电荷均匀分布的无穷长圆柱体产生的电场特点

解：空间任一点同属于镜面 $\sigma_{//}$ 、 σ_{\perp}

则电场方向只能沿径向（柱坐标系）：

$$\therefore \vec{E} = E(r, \varphi, z) \vec{e}_r$$

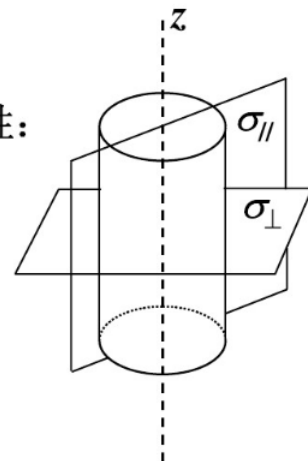
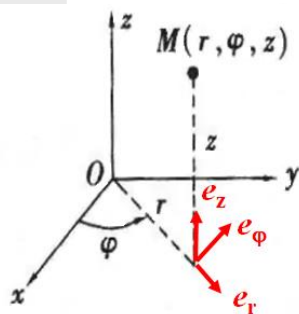


z 轴是转动任意角度的旋转对称轴，则：

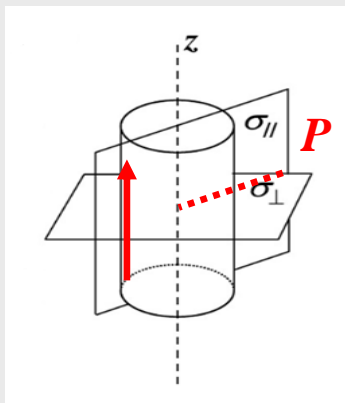
$$\therefore \vec{E} = E(r, z) \vec{e}_r$$

沿 z 轴正反方向的任意平移不变性：

$$\vec{E} = E(r) \vec{e}_r$$



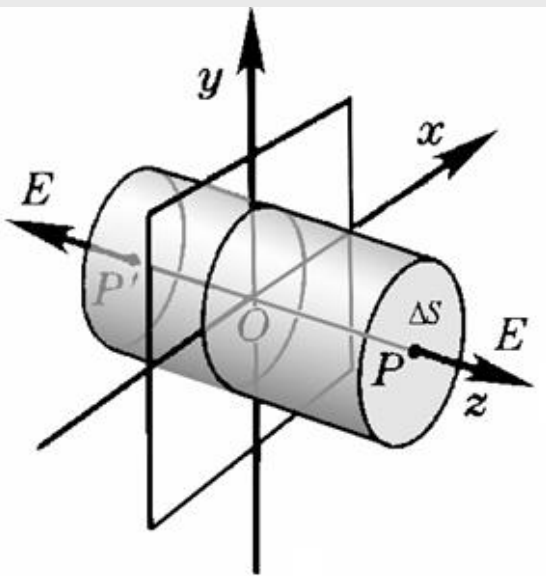
例：判定电流沿无限长圆柱体均匀流动时产生磁场的特点



- 磁场为轴矢量。电流分布满足任意 $\sigma_{//}$ 镜面对称性，不满足 σ_{\perp} 的镜面对称性。
- 磁场要满足镜面对称性，则平行于镜面的分量要反号，故不能有径向（ r 方向）和 z 方向的分量，所以磁场只可能有 φ 方向的分量，而且 B_{φ} 也满足轴矢量垂直于镜面方向分量不变的特点，故 $\mathbf{B} = B(r, \varphi, z)\mathbf{e}_{\varphi}$ 。
- 由于 z 轴是旋转对称轴，故 $\mathbf{B} = B(r, z)\mathbf{e}_{\varphi}$ ；电流沿 z 轴具有平移对称性，故 $\mathbf{B} = B(r)\mathbf{e}_{\varphi}$ 。

例：求均匀带正电的无限大平面的场强分布，电荷的面密度为 σ_e 。

电场为极矢量。设电荷分布在 oxy 面内。



- 电荷分布分布满足 oxz 和 oyz 的镜面对称性。电场要满足镜面对称性，则平行于镜面的分量不变，故不能有 x 和 y 有方向的分量，所以电场只能有 z 方向的分量，故，

$$\mathbf{E} = E(x, y, z)\mathbf{e}_z$$

- 而且 E_z 也满足极矢量平行于镜面 oxz 和 oyz 方向分量不变的特点。
- 由于电荷分布相对于 x 轴和 y 轴具有平移对称性，故 $\mathbf{E} = E(z)\mathbf{e}_z$ 。

2. 安培环路定理的应用

- 无限长圆柱形载流导体磁场
- 载流长直螺线管内的磁场
- 载流螺绕环的磁场

都具有一定的对称性

例题1.无限长圆柱形载流导体磁场

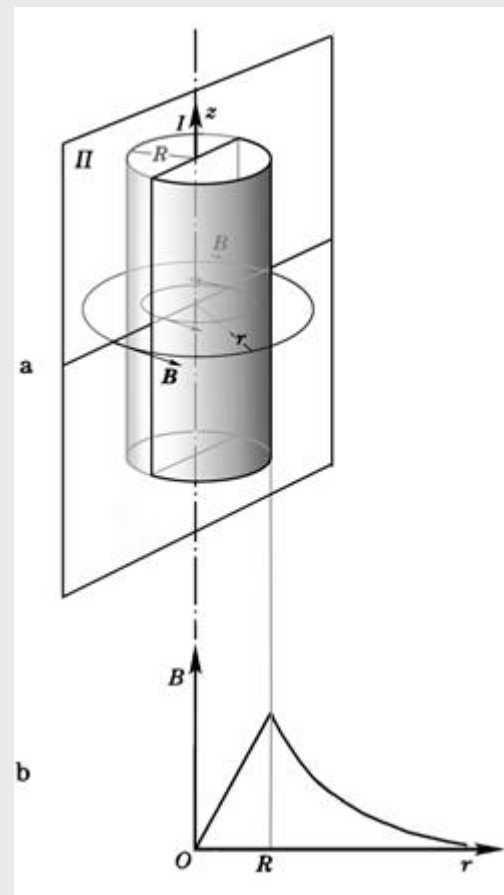
- 导线半径为 R ，电流 I 均匀地通过横截面
- 轴对称
- 取环路：分两种情况

$$r > R, \quad \sum I_{\text{内}} = I$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I, \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$r < R, \quad \sum I_{\text{内}} = \frac{I}{\pi R^2} \pi r^2, \quad B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

方向：绕圆柱中心轴环形分布。



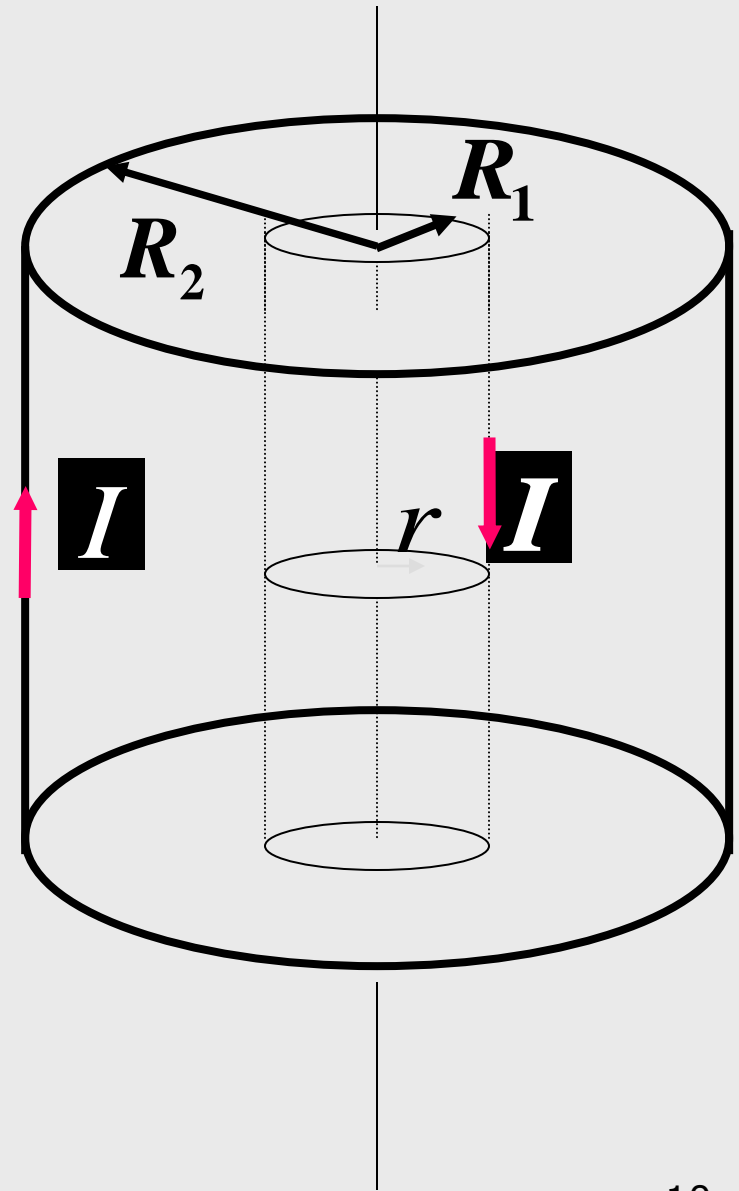
思考：载有电流 I 的无穷长空心圆筒，半径为 R ，（筒壁厚可以忽略）电流沿轴线方向流动，且分布均匀，求 $r < R$ 和 $r > R$ 处的磁场。

练习1.无限长同轴的两筒状导线通有等值反向的电流 I ,
求 \vec{B} 的分布。

$$(1) \ r > R_2, \ B = 0$$

$$(2) \ R_1 < r < R_2, \ B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$(3) \ r < R_1, \ B = 0$$



电场、磁场中典型结论的比较

		电荷均匀分布	电流均匀分布
长直线		$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$
长直圆柱面	内	$E = 0$	$B = 0$
	外	$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$
长直圆柱体	内	$E = \frac{\lambda r}{2\pi\epsilon_0 R^2}$	$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$
	外	$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

例题2. 载流无限长螺线管内外的磁场

- 密绕，忽略螺距； $L \gg R$,
- B 是轴矢量，垂直于镜面 Π ;

■ 管外

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_P \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{\perp} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{\perp} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{\infty} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

■ $B=0$

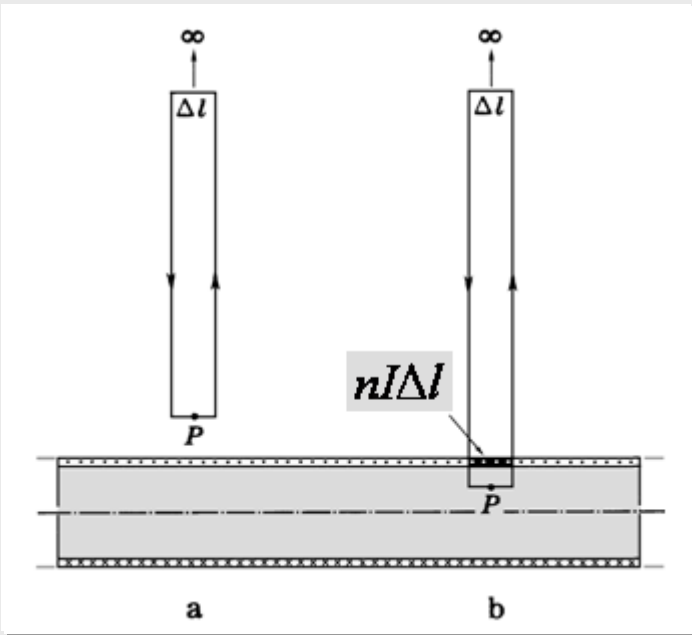
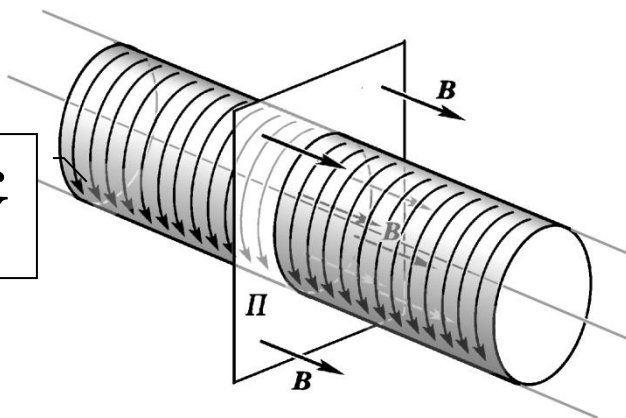
■ 管内

$B\Delta l$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_P \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{\perp} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{\perp} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{\infty} \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

$\Rightarrow B = \mu_0 n I$

无穷远处
磁场为**0**



例题3. 载流螺绕环内的磁场

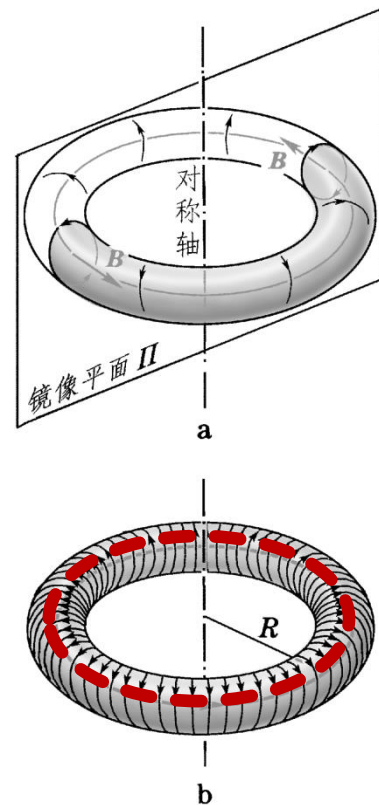
- 密绕，匝数：N，电流：I
- 对称性分析：
 - 磁感应线与环共轴

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cdot 2\pi r = \mu_0 \sum_{S \text{ 内}} I_i = \mu_0 NI$$

→ $B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$

$$n = \frac{N}{2\pi R}, B = \mu_0 nI$$

形式上与无限长螺
线管内磁场一样



重要结论

无限长圆柱形载流导体磁场

$$r < R, \quad B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

$$r > R, \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

无限长圆面载流导体磁场

$$r < R, \quad 0$$

$$r > R, \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

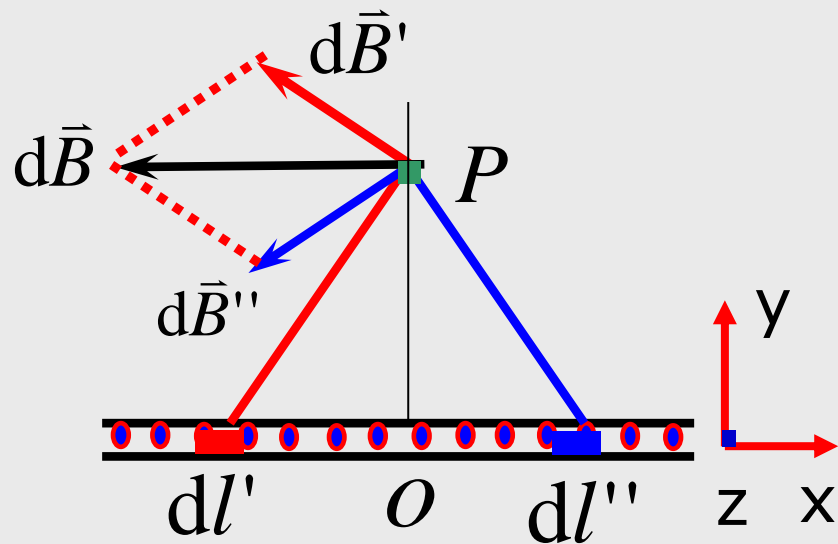
载流螺绕环的磁场

$$B = \mu_0 n I$$

外部: $B=0$

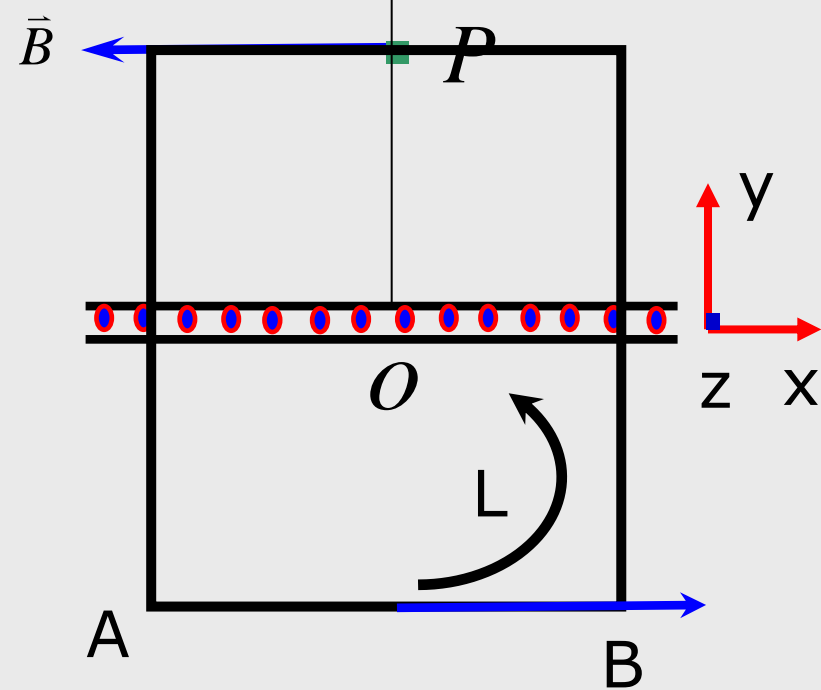
例4：设一无限大导体薄平板垂直于纸面放置，其上有方向垂直于纸面朝外的电流通过，垂直于电流方向单位长度的电流为 j ，求无限大平板电流的磁场分布。

解：可视为无限多平行长直电流的场。因此 P 点的场具有对称性。



做 PO 垂线，取对称的长直电流元，其合磁场方向平行于电流平面。无数对称元在 P 点的总磁场方向平行于电流平面。

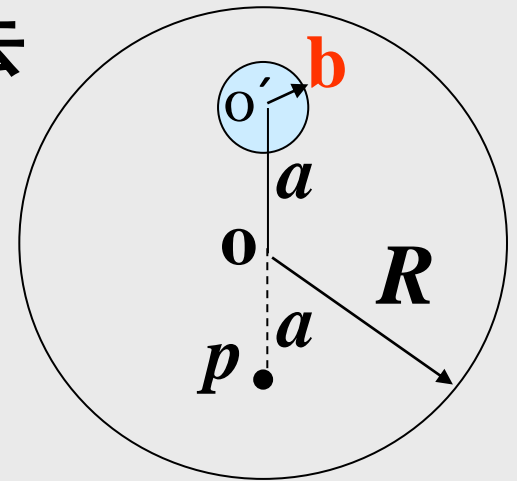
电流平面无限大，故与电流平面等距离的各点 B 的大小相等。在该平面两侧的磁场方向相反。



$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cdot 2 \cdot AB = \mu_0 \sum_{S_{\text{内}}} I_i = \mu_0 j \cdot AB$$

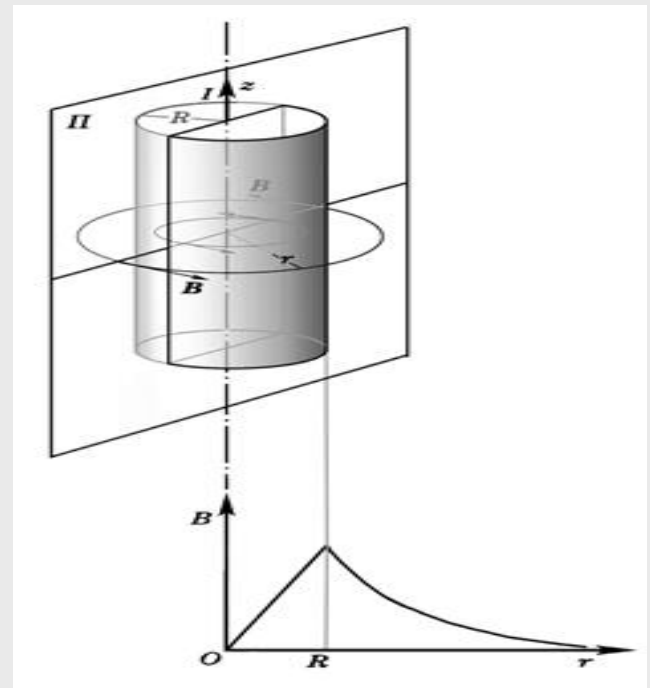
$$B = \frac{1}{2} \mu_0 j$$

例题5. 无限长载流圆柱体，半径 R ，通以电流 I ，电流均匀分布在截面上，现在圆柱体上挖去一半径为 b 的小圆柱体，其轴线相互平行，且相距 a ($a+b < R$)，设挖去小圆柱体后，余下部分电流密度不变， p 点在 $o'o$ 的延长线上 $op=a$
求： $B_p = ?$



解：电流均匀分布的无限长载流柱体的磁场分布为：

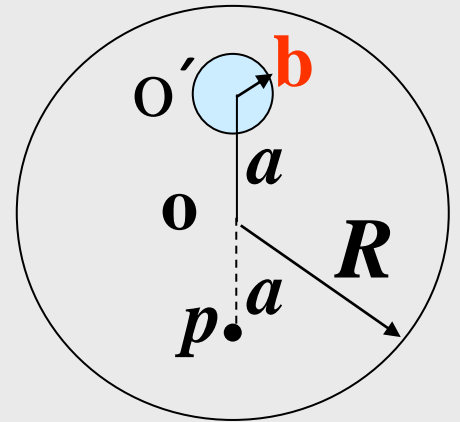
$$\mathbf{B} = \begin{cases} \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} & 0 \leq r < R \\ \frac{\mu_0 I}{2\pi r} & R \leq r < \infty \end{cases}$$



由叠加原理：

此题相当于电流流向相反的

大小两载流柱体产生磁场的叠加



$$\therefore B = \frac{\mu_0 I a}{2\pi R^2} - \frac{\mu_0 I'}{2\pi 2a} \quad \frac{I' = I \pi b^2}{\pi R^2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} \left(a - \frac{b^2}{2a} \right)$$

二、磁对电的作用

1. 磁场对载流导线的作用

$$d\vec{F}_{12} = I_2 d\vec{l} \times \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{(I_1 d\vec{l}_1 \times \hat{r}_{12})}{r_{12}^2} \rightarrow \vec{B}$$

2. 磁场对载流线圈的作用

$$\vec{L} = IS\vec{n} \times \vec{B} \quad \vec{L} = \vec{m} \times \vec{B}$$

3. 磁场对带电粒子的作用

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

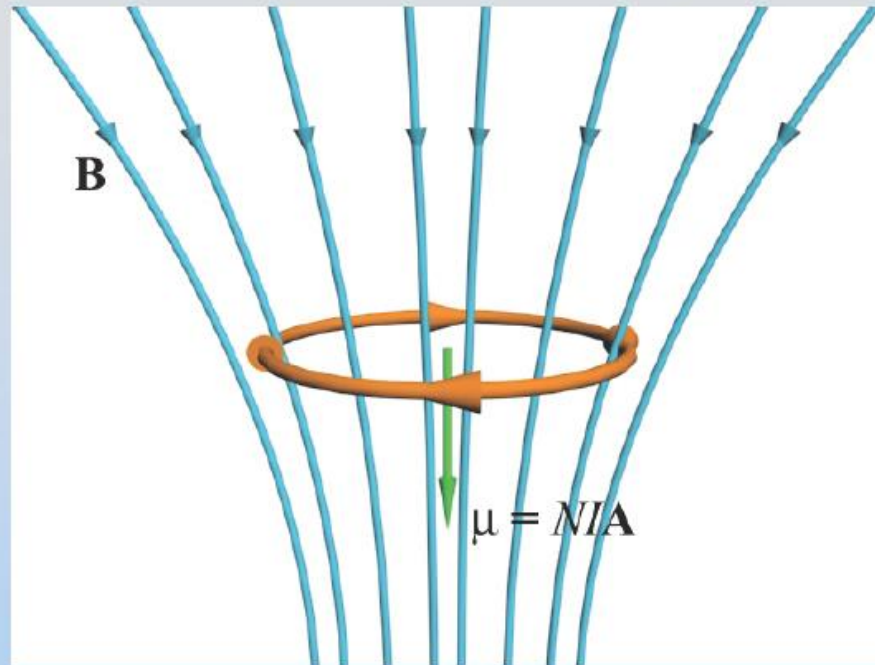
1. 磁场对载流导线的作用

演示视频（电流电流相互作用）



两根导线竖直放置，这是一根
The two wires run vertically — this is one wire,

Concept Question: Dipole in Field



The current carrying coil above will feel a net force

1. upwards
- ✓ 2. downwards
3. of zero
4. I don't know

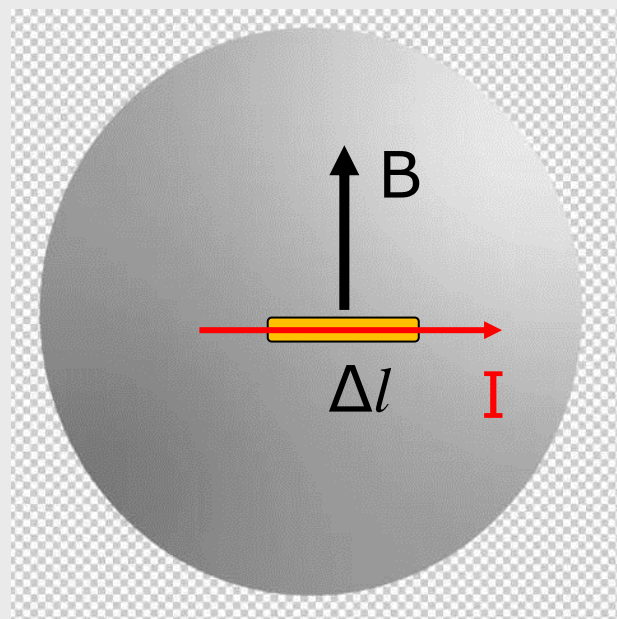
例1：一铜线直径是 d ，载有电流（电流密度为 J ），放在赤道上，电流由西向东，赤道处有由南指向北的地磁场， $B=0.5 \times 10^{-4} \text{T}$ 。铜的密度是 $8.9 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ，电阻率是 $1.7 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ 。问（1）多大的电流密度 J 才能将导线抬起；（2）在（1）的状态下，每立方厘米铜线电流的功率？

解：考虑 Δl 受的力，设截面积为 S

$$d\vec{F}_{\text{磁}} = \vec{J}S\Delta l \times \vec{B} = JBdV\hat{k}$$

$$dF_{\text{磁}} = JBdV = dF_{\text{重}} = \rho dVg$$

$$J = \rho g / B = 1.74 \times 10^9 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}$$

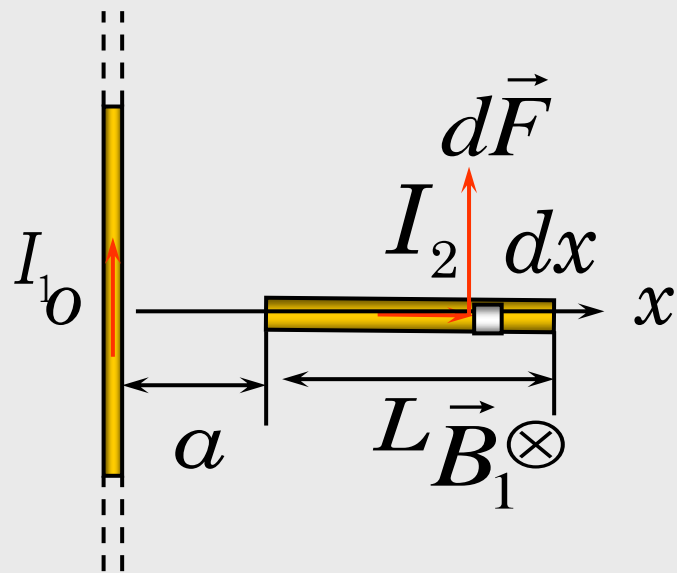


一般家用铜线 2.5 mm^2 ($d \sim 1.8 \text{ mm}$)，电流 $I=4350 \text{ A}$

$$\frac{P}{dV} = \frac{(JS)^2(\rho\Delta l / S)}{S\Delta l} = \rho J^2 = 5.2 \times 10^4 \text{ W} \cdot \text{cm}^3$$

例2：在无限长载流直导线 I_1 旁，垂直放置另一长为 L 的载流直导线 I_2 ， I_2 导线左端距 I_1 为 a ，求导线 I_2 所受到的安培力。

解：建立坐标系，坐标原点选在 I_1 上，分割电流元，长度为 dx ，



电流元受安培力大小为： $dF = I_2 dx B_1 \sin \theta$

其中 $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$ ， $\theta = \frac{\pi}{2}$

$$\begin{aligned} \therefore F &= \int dF = \int_a^{a+L} I_2 B_1 \sin \frac{\pi}{2} dx = \int_a^{a+L} I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} \frac{dx}{x} \\ &= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln \frac{a+L}{a} \quad \text{方向向上。} \end{aligned}$$

2. 磁场对载流线圈的作用

例3: 一半径为 R 的薄圆盘, 放在磁感应强度为 B 的均匀磁场中, B 的方向与盘面平行, 如图所示, 圆盘表面的电荷面密度为 σ , 若圆盘以角速度 ω 绕其轴线转动, 试求作用在圆盘上的磁力矩。

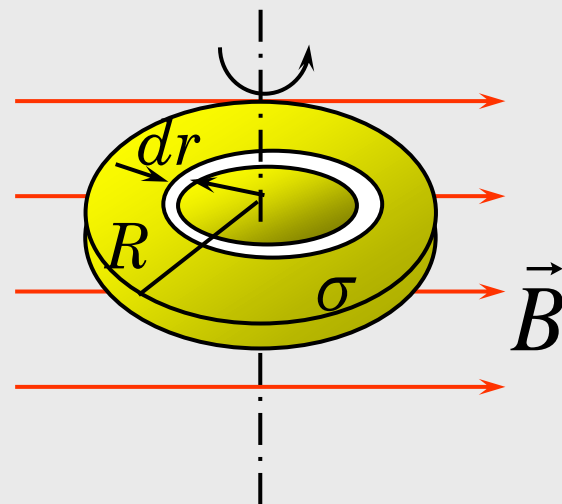
解: 取半径为 r , 宽为 dr 的圆环。

圆环带电量: $dq = \sigma \cdot 2\pi r dr$

转动形成电流

$$dI = \frac{dq}{T} = \frac{dq\omega}{2\pi} = \omega\sigma r dr$$

磁矩: $dm = \pi r^2 dI = \pi\sigma\omega r^3 dr$ 方向沿轴线向上



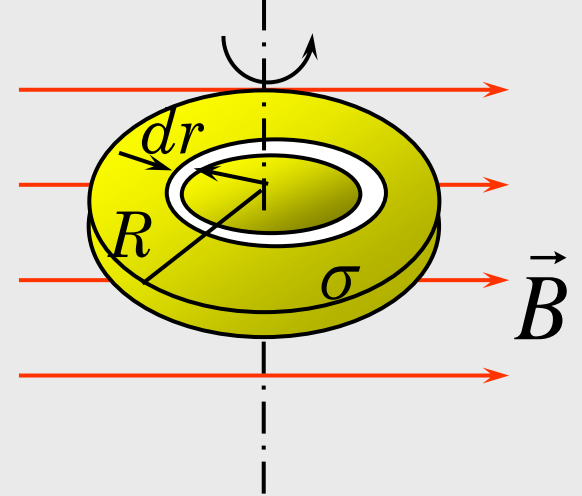
$$dm = \pi r^2 dI = \pi \sigma \omega r^3 dr$$

所受磁力矩 $dL = dm \times B$:

$$dL = dmB \sin \frac{\pi}{2} = dmB = \pi \sigma \omega B r^3 dr$$

$$L = \int dL = \int_0^R \pi \sigma \omega B r^3 dr = \frac{\omega \sigma B \pi R^4}{4}$$

方向垂直纸面向里 \otimes



3. 磁场对带电粒子的作用

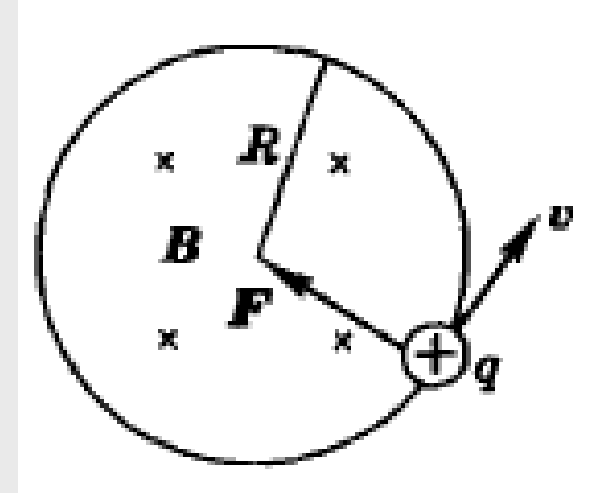
1) 初速度 V_0 与 B 垂直

洛仑兹力提供向心力: $F = qvB$

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \quad R = \frac{mv}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

回旋共振频率: $\nu = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$



荷质比

$$\frac{q}{m}$$

2) 普遍情况

\vec{v} 与 \vec{B} 成任意夹角

(1) $\vec{v} // \vec{B}$ ($v \cos \theta$)

不受力 粒子作
匀速直线运动

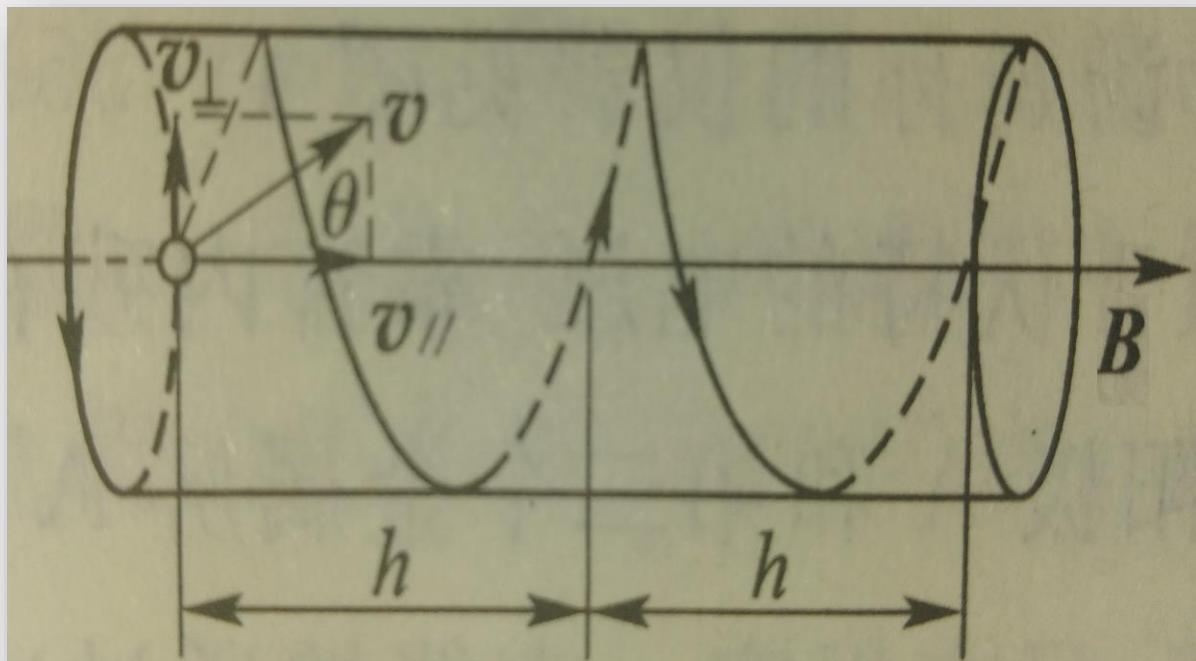
(2) $\vec{v} \perp \vec{B}$ ($v \sin \theta$)

粒子作匀速圆周运动

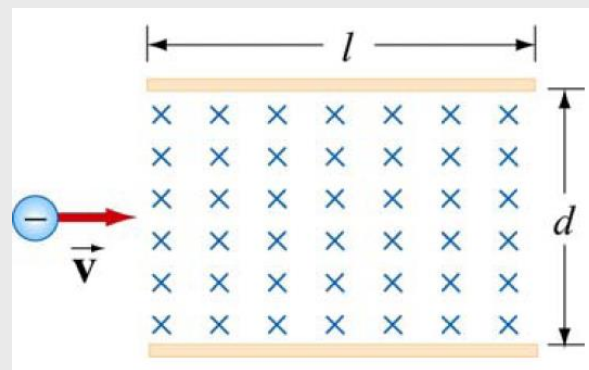
$$F = qv_{\perp}B = \frac{mv_{\perp}^2}{R}, R = \frac{mv_{\perp}}{qB}, T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi m}{qB}$$

粒子作螺旋线运动, 每过一个周期, 水平方向平移:

$$h = v_{//} \cdot T = \frac{2\pi m}{qB} v_{//}$$



例题4.带有 $-e$ 的电荷以初始速度 \vec{V} 水平射入一对平行极板，极板有均匀的磁场,且垂直向里，如图所示，重力效应可以忽略。问：（1）粒子向上还是向下偏离；
（2）粒子正好沿着边缘射出，速度是多少？



解：（1）粒子向下偏离

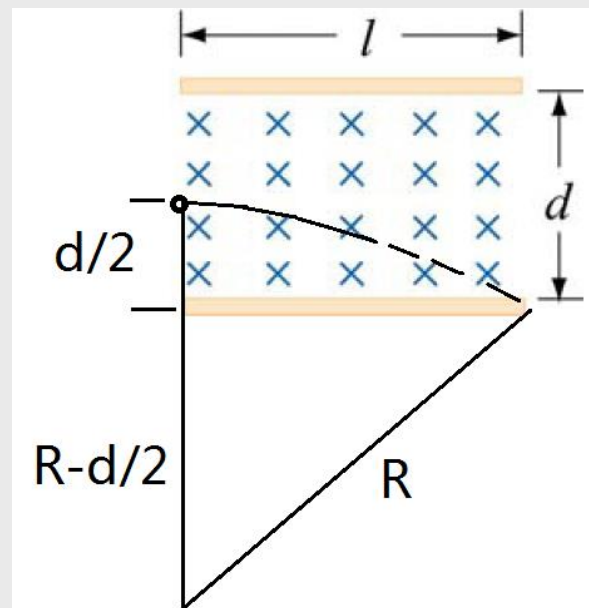
$$(2) \quad evB = m \frac{v^2}{R} \quad v = \frac{eBR}{m}$$

$$R^2 = (R - d/2)^2 + l^2$$

$$R^2 = R^2 - Rd + d^2/4 + l^2$$

$$R = \frac{d}{4} + \frac{l^2}{d}$$

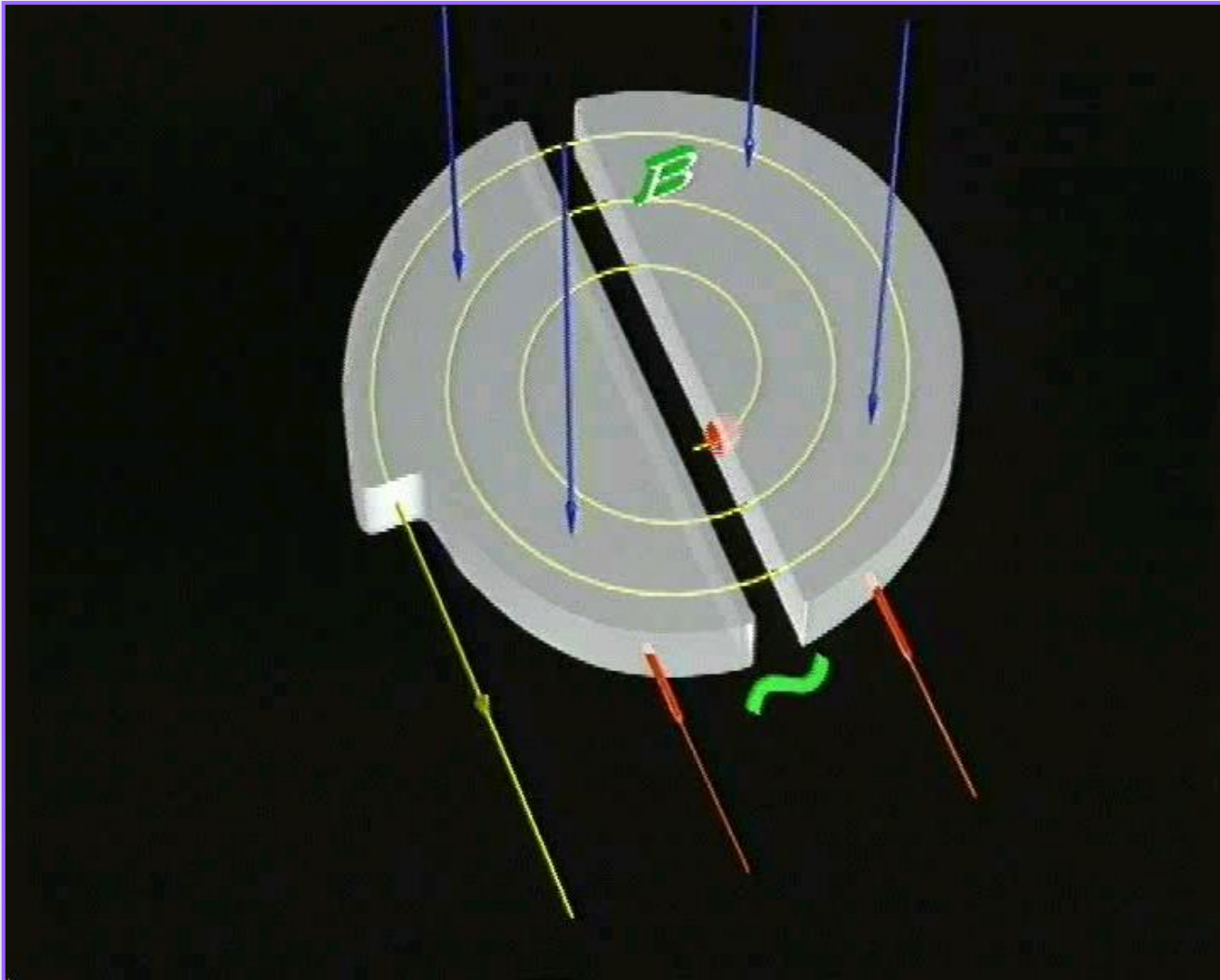
$$v = \frac{eB}{m} \left(\frac{d}{4} + \frac{l^2}{d} \right)$$



应用范例：回旋加速器

- 1) 1932年美国物理学家劳伦斯发明了回旋加速器，实现了在较小的空间范围内进行多级加速。
- 2) 工作原理：利用电场对带电粒子的加速作用和磁场对运动电荷的偏转作用来获得高能粒子，这些过程在回旋加速器的核心部件——两个D形盒和其间的窄缝内完成

回旋共振频率： $f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$

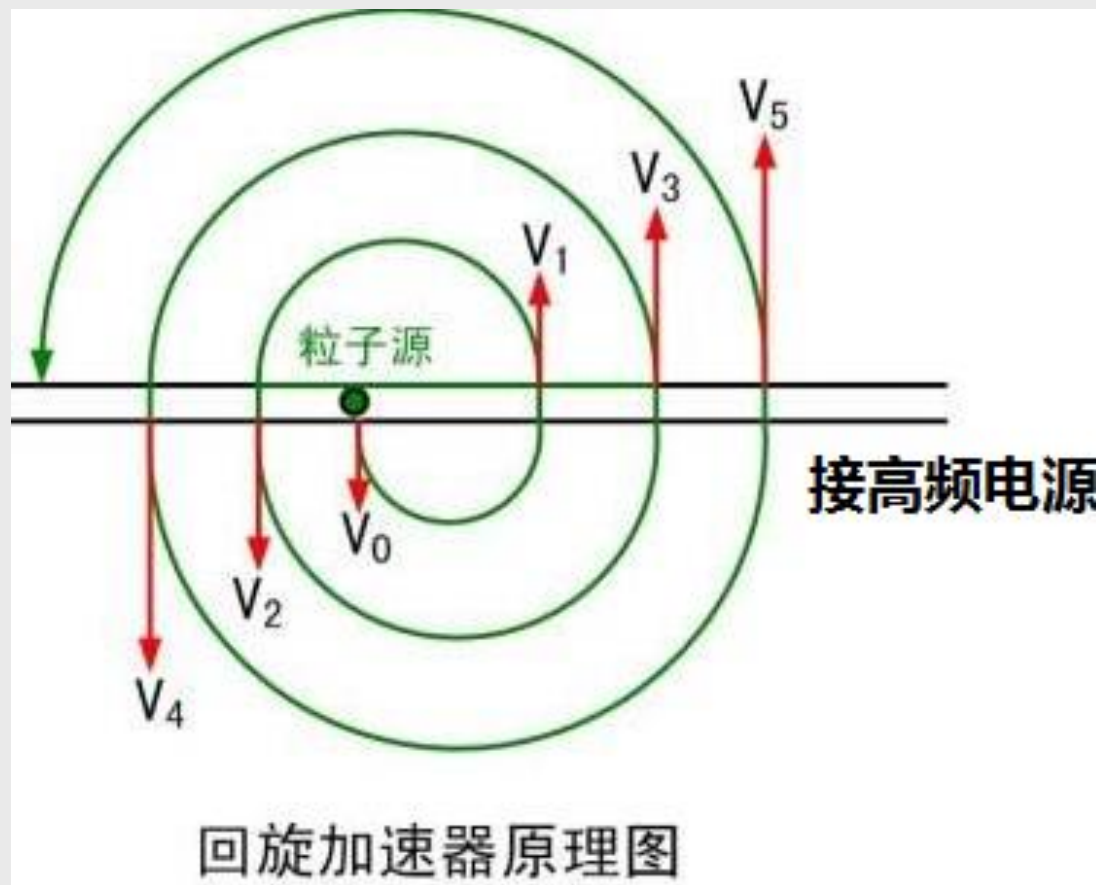


回旋共振频率： $f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$ $R = \frac{mv}{qB}$

(1) 离子源发射的离子被电场加速

(2) 磁场的作用：带电粒子在洛伦兹力作用下做匀速圆周运动，其周期和速率、半径均无关，

(3) 电场的作用：带电粒子经过狭缝区域时被加速。每半个周期均被加速。



(4) 交变电压：为了保证带电粒子每次经过窄缝时都被加速，使之能量不断提高，须在窄缝两侧加上跟带电粒子在D形盒中运动周期相同的交变电压。

3) 带电粒子的最终能量

当带电粒子的速度最大时，其运动半径也最大，由 $r=mv/qB$ 得 $v=rqB/m$ ，若D形盒的半径为 R ，则带电粒子的最终动能：

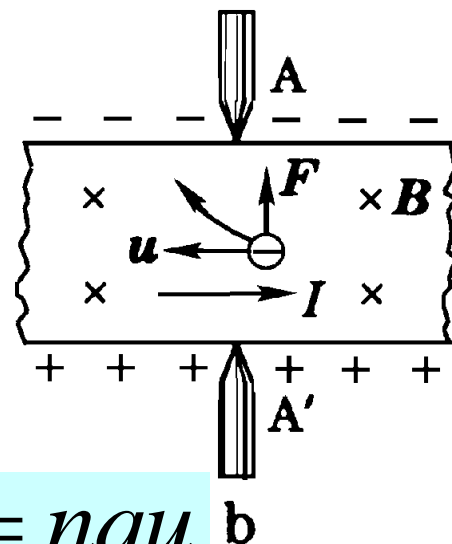
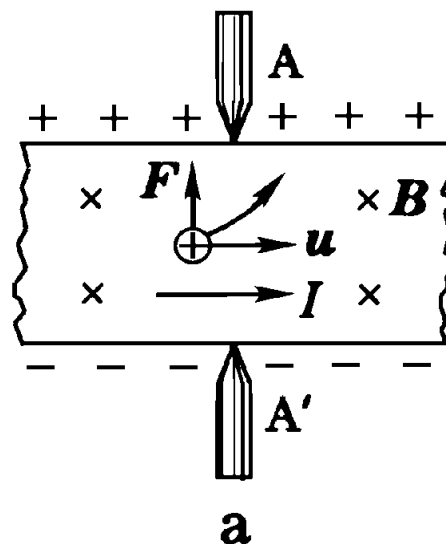
$$E_m = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m}$$

所以，要提高加速粒子的最终能量，应尽可能增大磁感应强度 B 和D形盒的半径 R 。

增强 B 和增大 R 可提高加速粒子的最终能量，与加速电压高低无关。

Hall系数

■ 带电粒子受力平衡时



$$quB = qE$$

$$U_{AA'} = K \frac{IB}{d} = Eb = uBb = \frac{IB}{nqd} = \frac{1}{nq} \frac{IB}{d}$$

K取决于载流子浓度和带电的正、负，可正、可负，

$$j = nqu$$

$$I = jbd$$

$$u = I / nqbd$$

例：在无限长载流直导线 I_1 旁，平行放置另一长为 L 的载流直导线 I_2 ，两根导线相距为 a ，求导线 I_2 所受到的安培力。

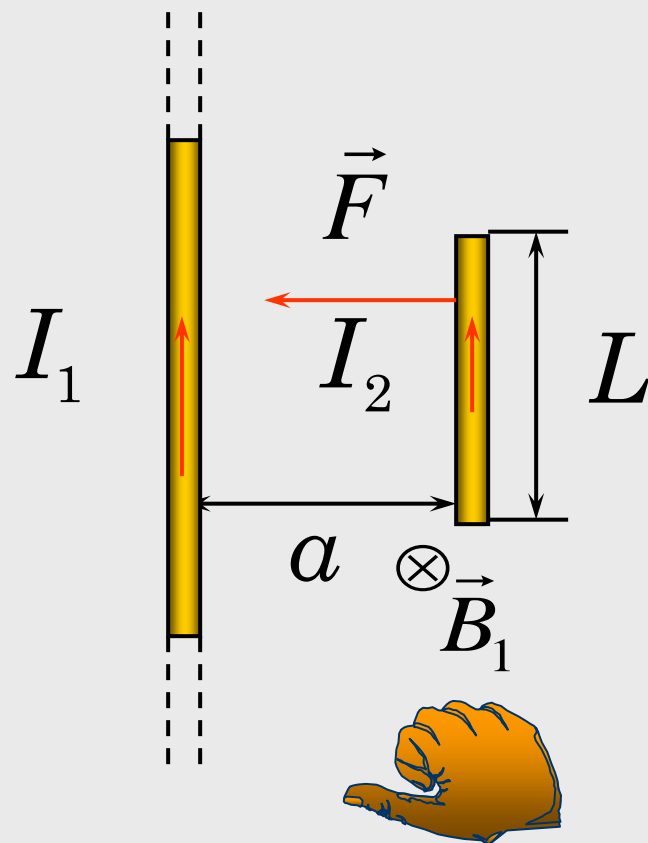
解：由于电流 I_2 上各点到电流 I_1 距离相同， I_2 各点处的 B 相同

I_2 受到的安培力方向如图所示

安培力大小： $F = I_2 L B_1 \sin \theta$

$$\text{其中 } B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}, \quad \theta = \frac{\pi}{2}$$

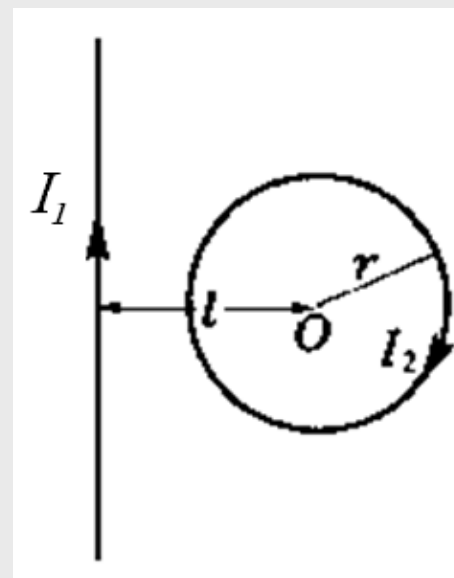
$$F = I_2 L \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi a}$$



I_2 受到 I_1 的引力。

同理 I_1 也受到 I_2 的引力。

例题6：载有电流 I_1 的长直导线旁有一平面圆形线圈，线圈的半径为 r ，中心到导线的垂直距离为 l ，线圈载有电流 I_2 ，线圈和直导线在同一平面内。求 I_1 作用在圆形线圈上的力。



解：圆上任一电流元 $I_2 d\vec{l}$ 处，由 I_1 产生的磁感应强度的大小： $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1}{(l + r \cos \theta)}$ 方向垂直纸面向内。

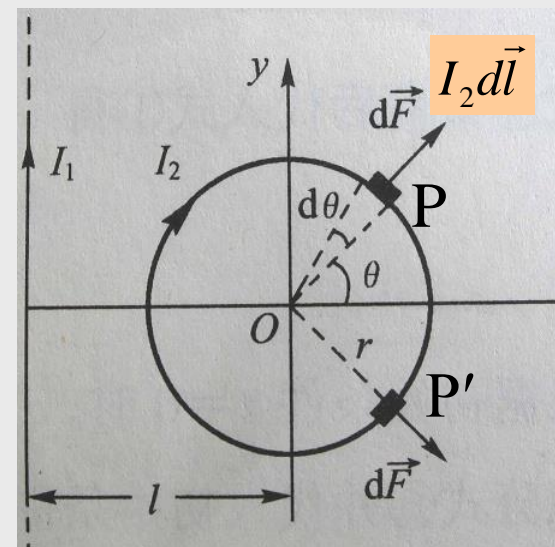
电流元 $I_2 d\vec{l}$ 受到的安培力：

$$dF = BI_2 dl = BI_2 r d\theta \quad \text{方向沿径向垂直于} dl。$$

作用在整圆上的力只有x分量：

$$F = \oint_{\text{圆}} dF_x = \oint_{\text{圆}} \cos \theta dF$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{r \cos \theta d\theta}{(l + r \cos \theta)} = \mu_0 I_1 I_2 \left(1 - \frac{l}{\sqrt{l^2 - r^2}}\right) \quad \text{方向.....}$$



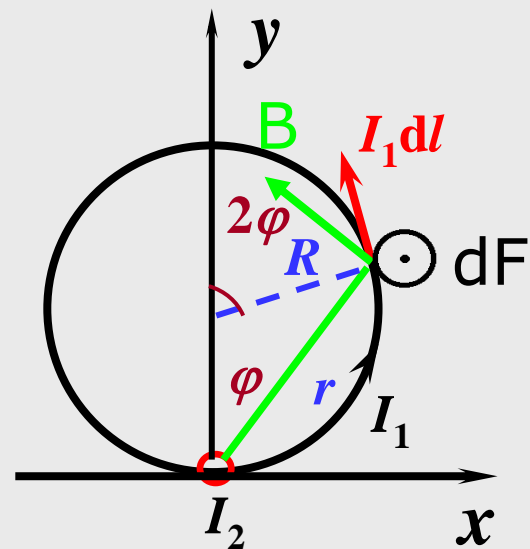
例2： 电流 I_1 半径 R 单匝圆线圈与电流 I_2 （垂直向外）的长直导线相切，初始时刻二者平面相垂直。求圆线圈相对于过切点和圆心的竖直轴的力矩。

解：建立如图所示的坐标系。

在线圈上距切点 r 处取电流元

$I_1 dl$ ，长直电流在此处产生的磁

感应强度为

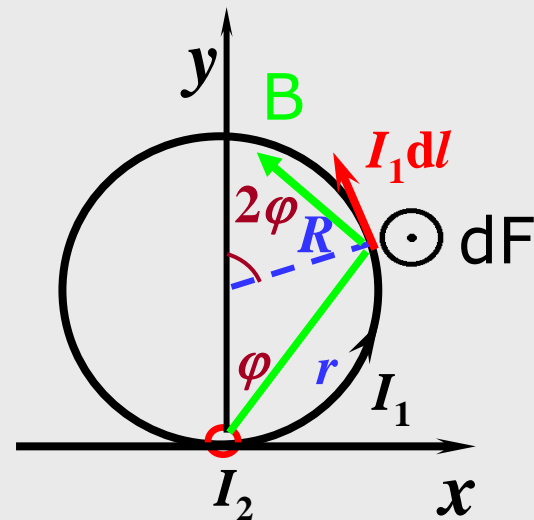
$$B = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}$$


电流元受力为 $d\vec{F} = I_1 d\vec{l} \times \vec{B} = I_1 dl B \sin \phi \vec{k}$ ， \vec{k} 是沿 z 轴方向的单位矢量。

力对轴线的力矩的大小为

$$dL = r \sin \varphi dF$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \sin^2 \varphi dl,$$



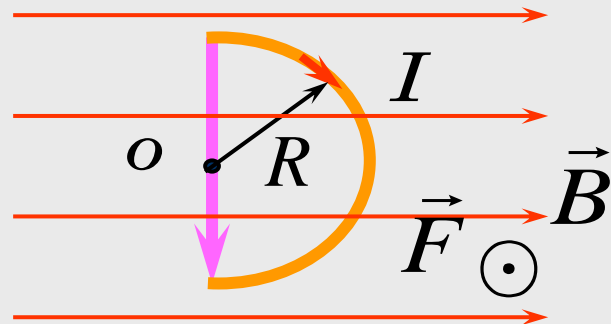
力矩方向沿-j方向，其中 $dl=Rd(2\varphi)=2Rd\varphi$ 。

由于整个线圈所受力矩方向都相同，总力矩为

$$L = \int dL = \frac{\mu_0 I_1 I_2 R}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 \varphi d\varphi = \frac{1}{2} \mu_0 I_1 I_2 R$$

线圈在该力矩的作用下将发生转动，转动方向为对着y轴看去沿顺时针方向，最后停止在与长直电流共面的平衡位置上。

例：在均匀磁场中，放置一半圆形半径为 R 通有电流为 I 的载流导线，求载流导线所受的安培力。



解：半圆形电流受到的安培力相当于沿直径电流受到的安培力

$$F = ILB \sin \frac{\pi}{2} = 2RIB$$