第二章波动光学基本原理

第一节 定态光波和复振幅描述

第一节 定态光波和复振幅描述

- 1.1 波动概述
- 1.2 定态光波的概念
- 1.3 复振幅描述
- 1.4 平面波和球面波的复振幅描述
- 1.5 强度的复振幅描述

振动在空间的传播 → 振动场

i) 基本特点:

波场中每点的物理状态随时间作周期性的变化, 而在每一瞬时波场中各点物理状态的空间分布 也呈现一定的周期性--**时空双重周期性**



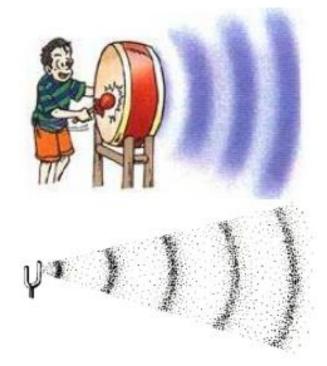


ii) 分类:

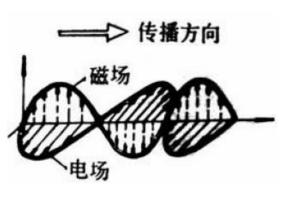
标量波:温度、密度、.....

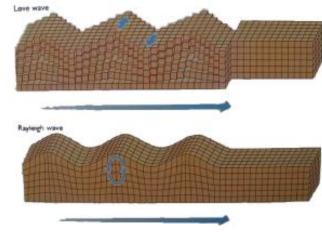
矢量波:电磁波、.....

张量波:固体中的声波、地震波......









电磁场—矢量波

地震波—张量波

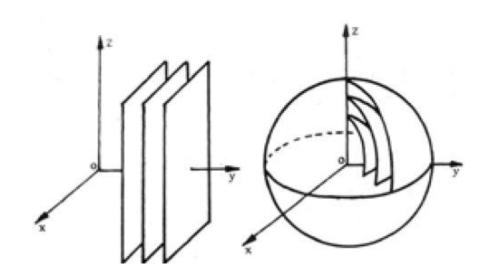
Optics

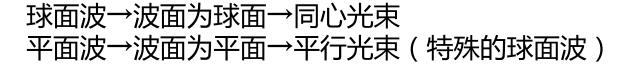
1.1 波动概述

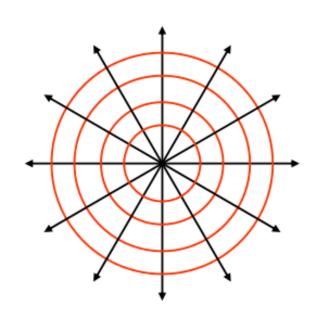
iii)几何描述:

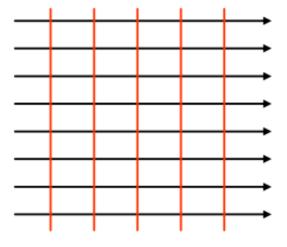
波面(wave surface):等相位面

波线(wave ray):能量传播的方向

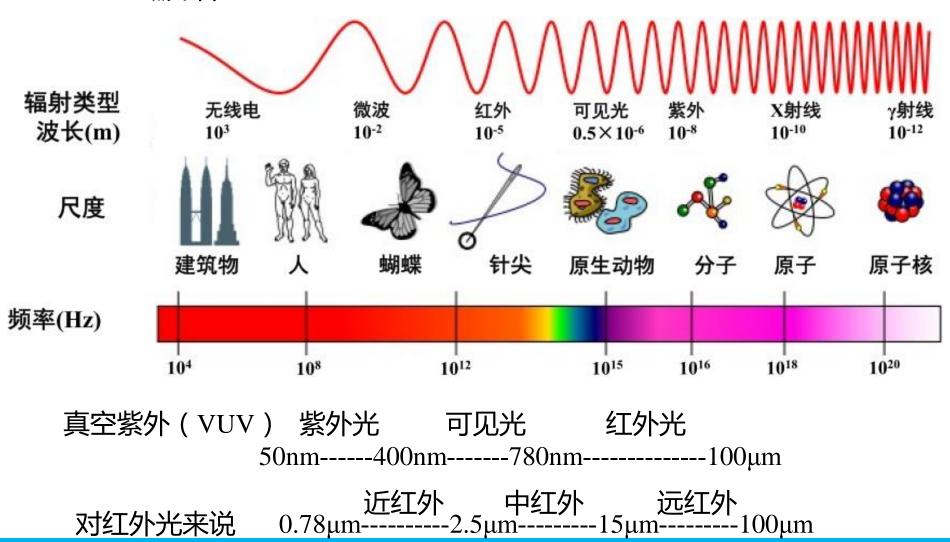






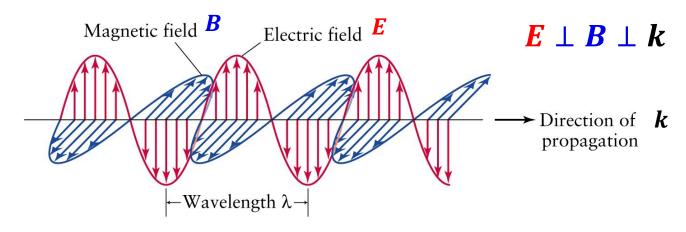


电磁波谱



光波场的特性

• 是电场强度、磁感应强度的矢量场



λ: 波长;(介质中波长=真空中波长/n);

 $u = c/\lambda$: 频率; ($\omega = 2\pi\nu$ 圆频率,角频率)

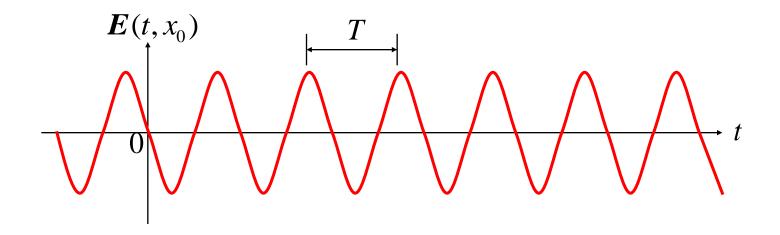
k: 波矢; (传播方向); $|k| = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$

E的振动方向:偏振

光强: $I = \bar{S} = \frac{n}{2c\mu_0} E_0^2 \propto E_0^2$

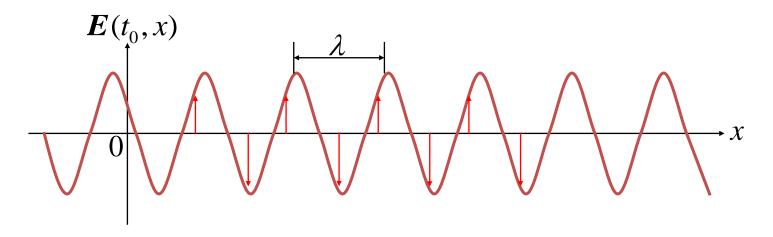
波的周期性

- 时间周期性:波场中任一点的物理量,随时间做周期变化, 具有时间上的周期性
- 时间周期:T ; v = 1/T:时间频率,单位时间内变化(振动)的次数



波的周期性

- 空间周期性:某一时刻,波场物理量的分布,随空间作周期性变化,具有空间上的周期性
- 波长 λ :空间周期; $\tilde{\nu} = 1/\lambda$:空间频率,单位空间长度内物理量的变化次数,波数



波场具有空间、时间两重周期性

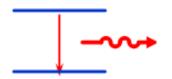
光波场的特性

- 光是交变电磁波,波长~500nm,频率~1014Hz
- 发射源是微观客体,具有独立、随机的特性。
- 从传播的角度看,是波动,是振动的传播:用速度、方向、振幅等参数描述
- 人物理量分布的角度看,是交变的空间场:用电场强度、磁场 强度等物理量描述
- 时间、空间是描述波的重要参量

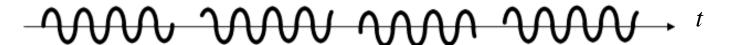
定态光波的定义

- (1)空间各点的扰动是同频率的简谐振动;
- (2)波场中各点扰动的振幅不随时间变化,在空间形成一个稳定的振幅分布。
- 严格满足上述要求的光波应当充满全空间,是无限长的单色波列。
- 但当波列的持续时间比其扰动周期长得多时,可将其当作无限长波列处理。

发光波列的特点



独立、随机发光

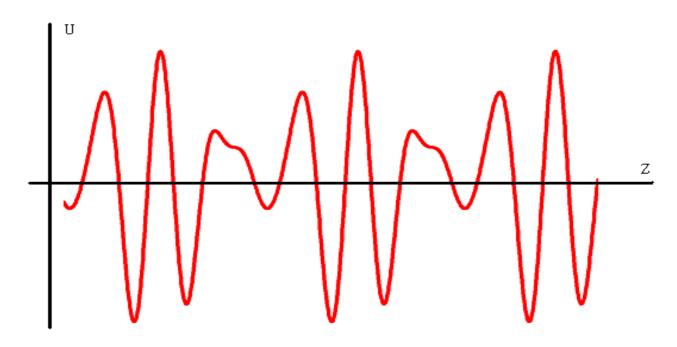


一次发光时间(一个波列): $10^{-8}s$, 包含 10^{6} 个周期。



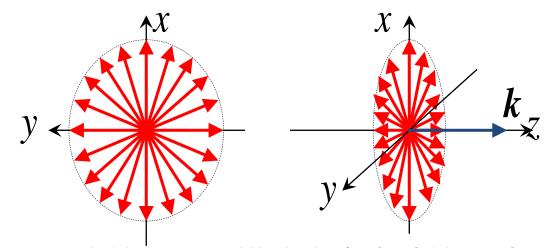
• 持续时间远大于震动周期,因此可看做定态波场

- 任何复杂的非单色波都可以分解为一系列单色波的叠加;
- 简谐波(正弦波)是一种最简单的定态光波,但是定态光 波不一定是简谐波,其空间各点的振幅可以不同,只需稳 定即可。



定态标量波的数学描述:

电磁波都是矢量波,应该用矢量表达式描述。但对符合上述条件的定态光波,通常用标量表达式描述。



其实是在一个取定的平面内描述定态光波的振动

$$U(p,t) = A(p)\cos[\omega t - \varphi(p)]$$

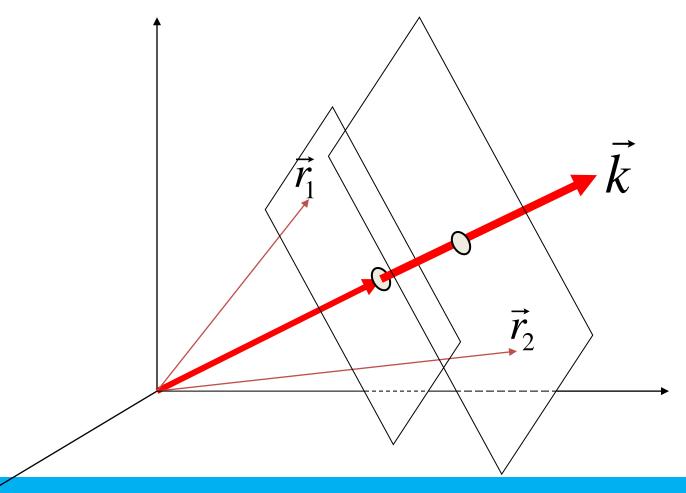
• A(p) 为振幅(Amplitude)的空间分布

• $\varphi(p)$ 为位相(Phase)的空间分布

p为场点

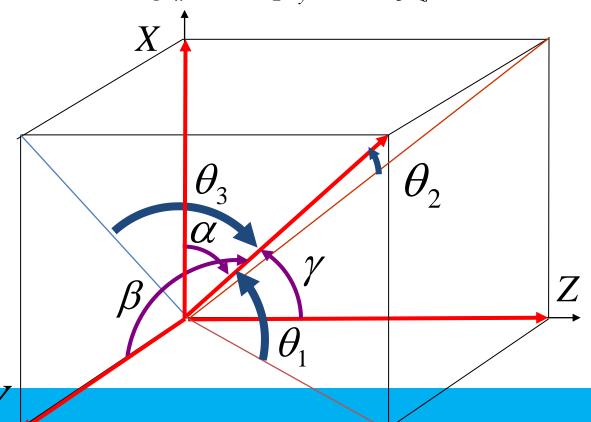
平面波:

 $\vec{k} \cdot \vec{r}$ 的物理含义: \vec{k} 向 \vec{r} 方向上的投影,即在 \vec{r} 方向上的相位改变率。



波矢的方向角表示:

- 在数学中常用方向余弦表示矢量的方向,即用矢量与坐标轴间的夹角表示 $\vec{k} = k(\cos\alpha e_x + \cos\beta e_y + \cos\gamma e_z)$
- 在光学中习惯上也常采用波矢与平面间的夹角表示矢量的方向 $\vec{k} = k(\sin\theta_1 e_x + \sin\theta_2 e_y + \sin\theta_3 e_z)$



波矢的方向角表示:

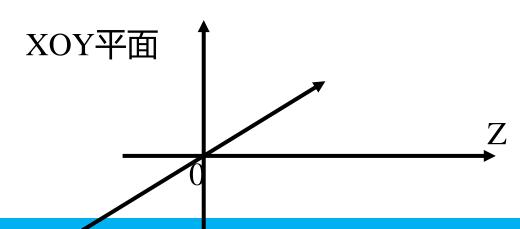
波场中一点
$$(x,y,z)$$
处的相位为 $\varphi(x,y,z) = \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0$

$$\vec{k} = k(\sin\theta_1 \mathbf{e}_x + \sin\theta_2 \mathbf{e}_y + \sin\theta_3 \mathbf{e}_z)$$
 $\vec{r} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z$

$$\varphi(x, y, z) = k(x\sin\theta_1 + y\sin\theta_2 + z\sin\theta_3) + \varphi_0$$

通常取一平面在z=0处,则该平面上的相位分布为

$$\varphi(x, y, 0) = k(x \sin \theta_1 + y \sin \theta_2) + \varphi_0$$



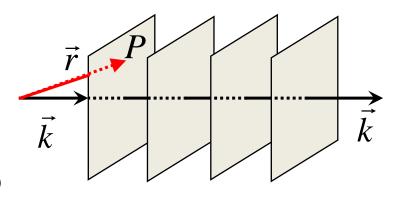
平面波波函数特点:

- 振幅A(p) 为常数,与场点无关
- 位相 $\varphi(p)$ 是空间(直角坐标)的线性函数

场点
$$P(x, y, z) = \vec{r} = xe_x + ye_y + ze_z$$

波矢 $\vec{k} = k_x e_x + k_y e_y + k_z e_z$

$$\varphi(P) = \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0 = k_x x + k_y y + k_z z + \varphi_0$$



平面波 $\vec{k} \cdot \vec{r} = const$

平面波可描述为: $U(p,t) = A\cos\left[\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} - \varphi_0\right]$

其中: \vec{k} 为波矢(wave vector), \vec{r} 为场点的位置 φ_0 为原点的初位相

球面波波函数特点:

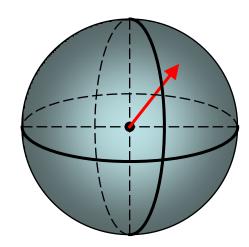
从点源发出或向点源汇聚。

• 振幅反比于场点到振源的距离(能量守恒)

$$A(P) = a / r$$

• 位相是场点到振源距离的线性函数

$$\varphi(P) = kr + \varphi_0$$

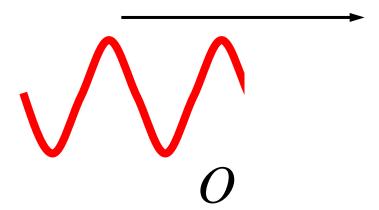


球面波可描述为:
$$U(p,t) = \frac{a}{r}\cos[\omega t - kr - \varphi_0]$$

其中: $k = 2\pi / \lambda$ 为波矢的模,r为场点到振源的距离 φ 。为原点的初位相

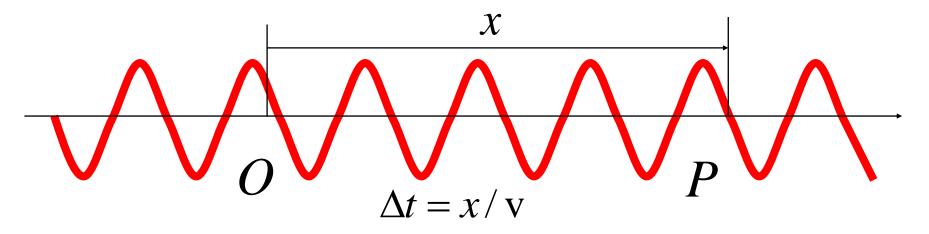
相位的超前与滞后

对于同一列波上的不同点而言



P

- P点的振动是由O点传播过来的 , O点超前
- 波从O点传播到P点的时间为 Δt , P点的振动比O点延迟 Δt 时间 , P点在t时刻的振动就是O点在t- Δt 时刻的振动



$$U(O,t) = A(O)\cos[\omega t - \varphi_0]$$

$$U(P,t) = U(O,t-\Delta t) = A(O)\cos[\omega(t-\Delta t) - \varphi_0]$$

$$= A\cos[\omega t - 2\pi v \frac{x}{v} - \varphi_0] = A\cos[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x - \varphi_0]$$

$$= A\cos[\omega t - kx - \varphi_0] = A\cos[\omega t - (kx + \varphi_0)] = A\cos[\omega t - \varphi(P)]$$

P点的相位比O点滞后kx,在上述表达式中,即通常的复振幅表达式中,相位 $\varphi(P)$ 大表示滞后。

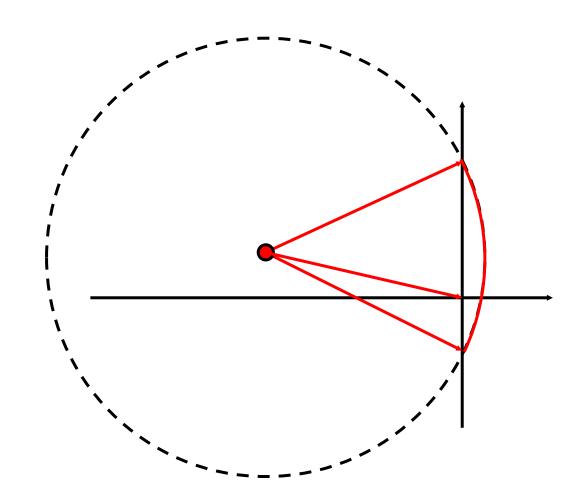
相位的超前与滞后

• 如果振动的表达式为

$$U(P,t) = A\cos[\varphi(P) - \omega t]$$

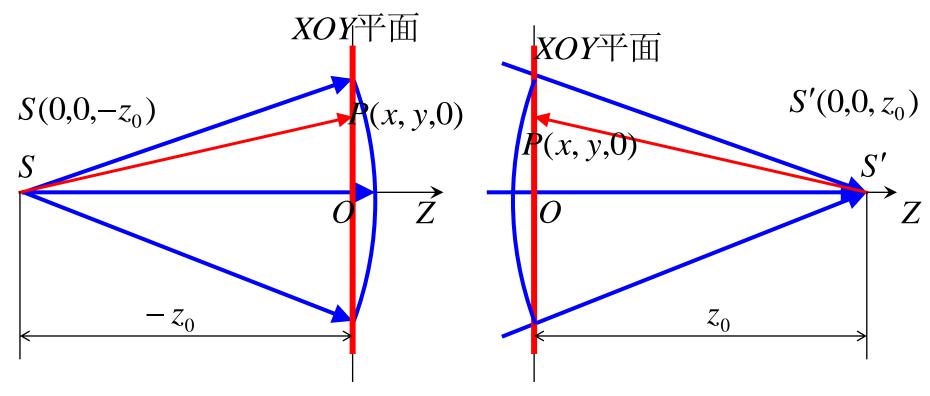
则相位小表示滞后

球面波举例:



在一个平面(观察平面)上,球面波的位相分布不是恒定值。

球面波举例:



轴上一点发散和汇聚的球面波

$$r = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2 + (0 \pm z_0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2}$$

球面波举例:

 $(0,0,z_0)$ 发出的球面波在(x,y,0) 平面的振动为

$$\tilde{U}_{+}(x, y, 0) = \frac{A}{\sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2}} \cos[\omega t - k\sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2} - \varphi_0]$$

 $(0,0,-z_0)$ 出发出的球面波在(x,y,0) 平面上的振动同样是

$$\tilde{U}_{-}(x, y, 0) = \frac{A}{\sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2}} \cos[\omega t - k\sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2} - \varphi_0]$$

球面波举例:

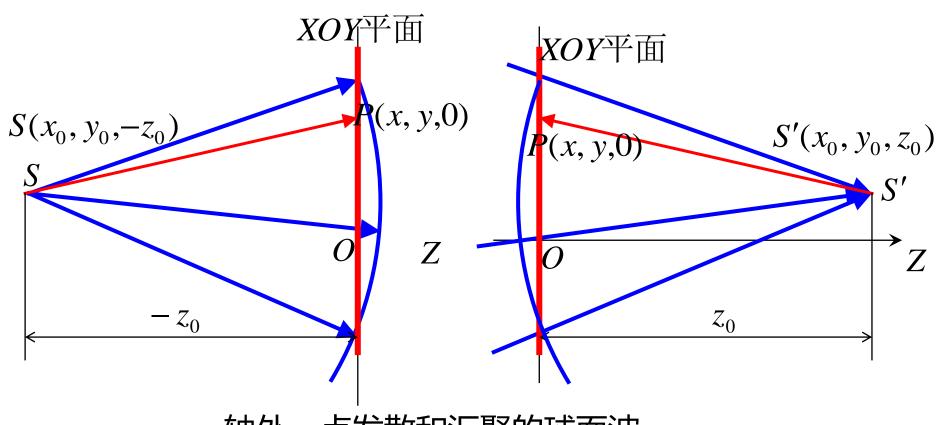
向 $(0,0,z_0)$ 点汇聚的球面波为

$$\tilde{U}_{+}^{*}(x, y, 0) = \frac{A}{\sqrt{x^{2} + y^{2} + z_{0}^{2}}} \cos[\omega t + k\sqrt{x^{2} + y^{2} + z_{0}^{2}} - \varphi_{0}]$$

向 $(0,0,-z_0)$ 点汇聚的球面波为

$$\tilde{U}_{-}^{*}(x, y, 0) = \frac{A}{\sqrt{x^{2} + y^{2} + z_{0}^{2}}} \cos[\omega t + k\sqrt{x^{2} + y^{2} + z_{0}^{2}} - \varphi_{0}]$$

球面波举例—轴外



轴外一点发散和汇聚的球面波

$$r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (0 \pm z_0)^2}$$

球面波举例—轴外

如果点光源在轴外(x_0 , y_0 , $\pm z_0$),则发出和汇聚的球面波在xy平面上的电矢量分别为

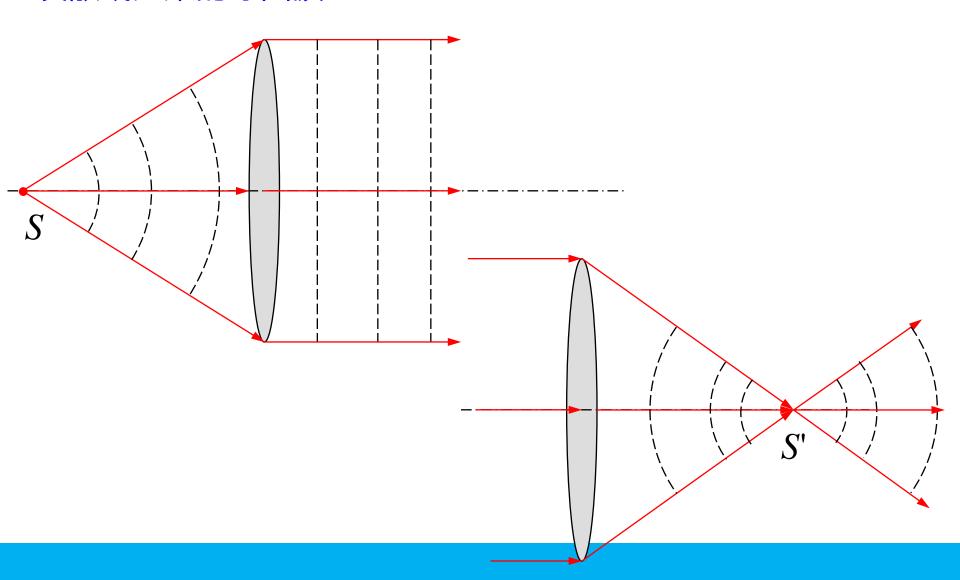
$$U_{\pm}(x, y, 0) = \frac{A}{\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z_0^2}}$$

$$\cos[\omega t - k\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z_0^2} - \varphi_0]$$

$$U_{\pm}^*(x, y, 0) = \frac{A}{\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z_0^2}}$$

$$\cos[\omega t + k\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z_0^2} - \varphi_0]$$

发散或汇聚的球面波:



1.3 复振幅 (complex amplitude) 描述

- 用复指数的实部或虚部表示余弦或正弦函数,
- 用复数来描述光波的振动
- → 复振幅(complex amplitude)描述

$$U(P,t) = A(P)\cos[\omega t - \varphi(P)]$$

$$\tilde{U}(P,t) = A(P)e^{\pm i[\omega t - \varphi(P)]}$$

指数取负号
$$\tilde{U}(P,t) = A(P)e^{-i[\omega t - \varphi(P)]}$$
 $= \tilde{U}(P)e^{-i\omega t}$

复振幅: $\tilde{U}(P) = A(P)e^{i\varphi(P)}$

- 1. 包含定态波场中的振幅空间分布和位相空间分布;
- 2. 模量为振幅的空间分布,辐角为位相的空间分布。

1.4 平面波和球面波的复振幅描述

平面波(plane wave)复振幅描述:

$$U(P,t) = A\cos[\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \varphi_0]$$

$$\widetilde{U}(P) = Ae^{i[k \cdot r + \varphi_0]}$$

球面波(spherical wave)复振幅描述:

$$U(P,t) = \frac{a}{r} \cos[\omega t - kr - \varphi_0]$$

$$\tilde{U}(P) = \frac{a}{r} e^{i[kr + \varphi_0]}$$

强度的复振幅描述

$$I(P) = \tilde{U}^*(P) \cdot \tilde{U}(P)$$

Optics

本节重点

- 1. 光波的复振幅描述
- 2. 平面波和球面波的复振幅表达式

Optics

作业

P147~148 --1,3, 5,6

重排版: P108~109 --1,3,5,6

思考题:

1、请思考无线电波和光波的异同之处。

第二章波动光学基本原理

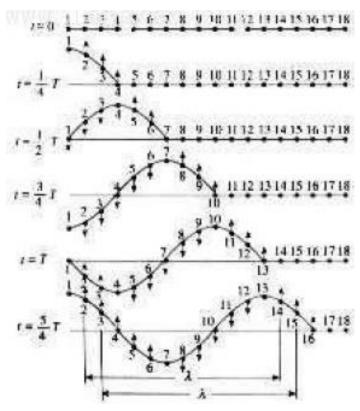
第二节 波前

Optics

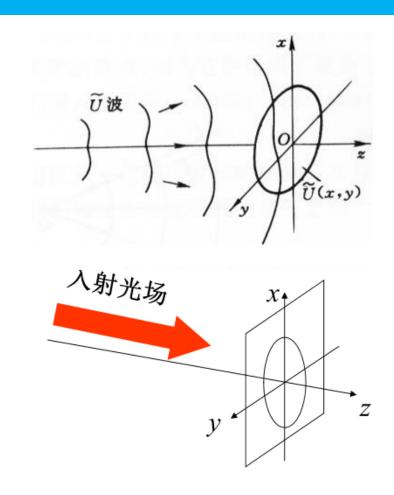
第二节 波前

- 2.1 波前的概念
- 2.2 傍轴条件和远场条件(轴上物点)
- 2.3 傍轴条件和远场条件(轴外物点)
- 2.4 高斯光束

2.1 波前的概念



冲击波的波前



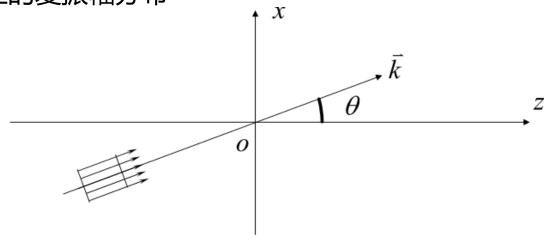
波前:波场中的任一曲面。更多地指一个平面,如记录介质、感光底片、接收屏幕等。

共轭波(conjugate wave):在某一波前上互为复数共轭的两列波。

2.1 波前的概念

例:平面波的波前。一列平面波,传播方向平行于x-z面,与z轴成倾角 θ ,

求波前z=0面上的复振幅分布



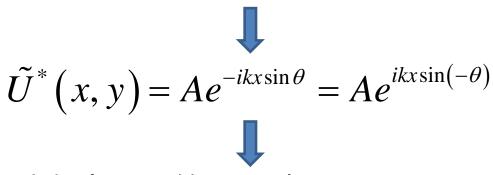
三个波矢分量: $k_x = k \sin \theta$, $k_y = 0$, $k_z = k \cos \theta$

当
$$\varphi_0$$
=0时: $\tilde{U}(x,y,z) = Ae^{ik(x\sin\theta + z\cos\theta)}$

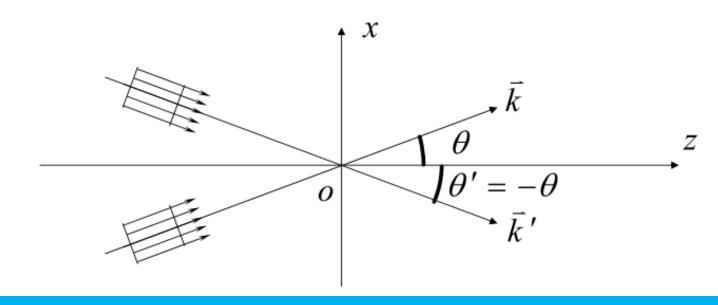
在波前 z=0 上:

$$\tilde{U}(x,y) = Ae^{ikx\sin\theta}$$

上述平面波在波前 z=0 上的共轭波:



x-z 平面内倾角 $-\theta$ 的平面波



关于共轭波

共轭波不是在波场中处处共轭,而仅仅是在波场中某一面(通常是接收屏平面)上点点共轭。

平面波的共轭波 z=0

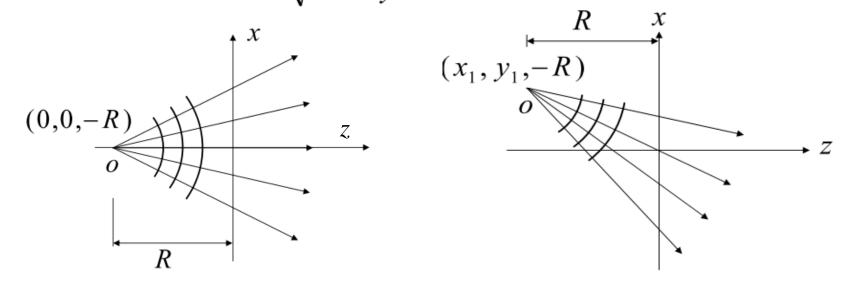
$$\tilde{U} = A(P) \exp[ik(x\sin\theta_1 + y\sin\theta_2)] \qquad (\theta_1, \theta_2)$$

$$\tilde{U}^* = A(P) \exp\{ik[x\sin(-\theta_1) + y\sin(-\theta_2)]\} \quad (-\theta_1, -\theta_2)$$

由于上述角度是波矢与平面间的夹角,所以不能认为两列波的方向相反

例:与z=0平面距离为R的两个物点在此平面上产生的复振幅分布,一个物点在轴上,另一个物点在轴外

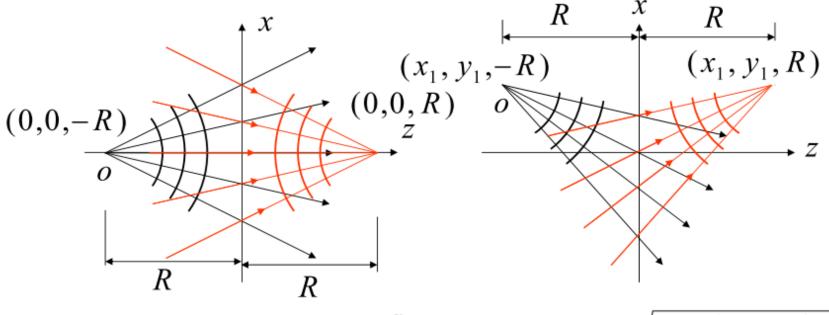
$$\widetilde{U}(x,y) = \frac{a}{\sqrt{x^2 + y^2 + R^2}} e^{ik\sqrt{x^2 + y^2 + R^2}}$$



$$\widetilde{U}(x,y) = \frac{a}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + R^2}} e^{ik\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + R^2}}$$

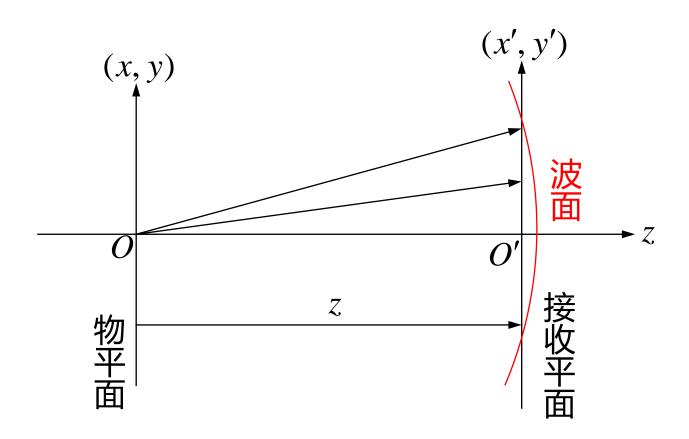
上述球面波的共轭波

$$\widetilde{U}(x,y) = \frac{a}{\sqrt{x^2 + y^2 + R^2}} e^{-ik\sqrt{x^2 + y^2 + R^2}}$$

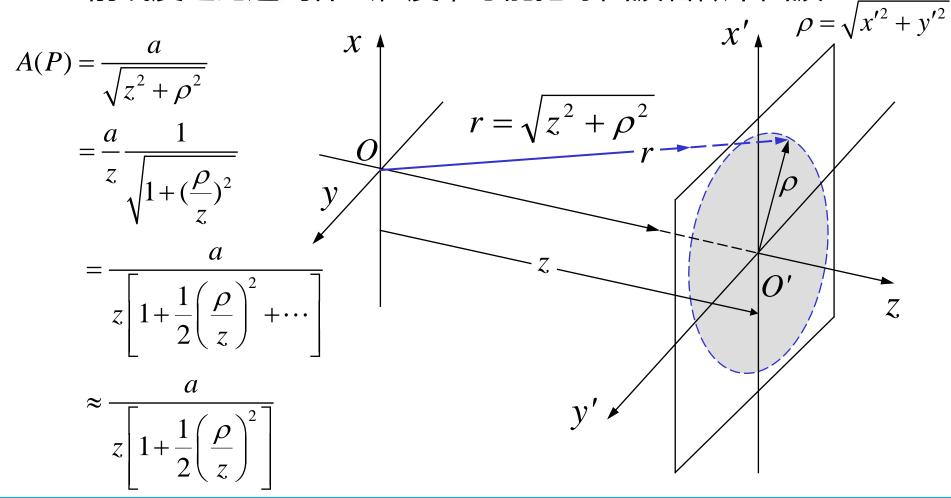


$$\widetilde{U}(x,y) = \frac{a}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + R^2}} e^{-ik\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + R^2}}$$

- 2.2 傍轴(paraxial)条件和远场(far field)条件(轴上物点)
 - 接收器通常都是平面屏,光源多是球面波
 - 在接收屏上不同位置,相位、振幅都不同



问题:从物理(波动)的意义来考虑,点光源距离与波前线度之比达到什么程度,才能把球面波看做平面波?_



球面波的相位

球面波的相位
$$\varphi(P) = \varphi(x', y') = kr = k\sqrt{z^2 + \rho^2}$$

$$= kz\sqrt{1 + \left(\frac{\rho}{z}\right)^2} = kz\left(1 + \frac{\rho^2}{2z^2} + \frac{\rho^2}{2z^2}\left(\frac{\rho}{z}\right)^2 + \cdots\right)$$

$$y'$$

$$\approx k \left(z + \frac{\rho^2}{2z} \right)$$

$$\widetilde{U}(x', y') \approx \frac{a}{z(1 + \rho^2 / 2z^2)} e^{ik(z + \rho^2 / 2z)}$$
$$\approx \frac{a}{z} e^{ik(z + \rho^2 / 2z)}$$

傍轴条件
$$\rho^2/z^2 << 1$$
 或 $z^2 >> \rho^2$
$$\widetilde{U}(x', y') \approx \frac{a}{z(1+\rho^2/2z^2)} e^{ik(z+\rho^2/2z)}$$

$$\approx \frac{a}{z} e^{ik(z+\rho^2/2z)}$$

远场条件
$$k\rho^2/2z^2 << \pi$$
 或 $z >> \rho^2/\lambda$

$$\widetilde{U}(x', y') \approx \frac{a}{z(1 + \rho^2 / 2z^2)} e^{ik(z + \rho^2 / 2z)}$$

$$\approx \frac{a}{z(1 + \rho^2 / 2z^2)} e^{ikz}$$

傍轴条件和远场条件的关系

两条件相互独立,究竟哪个的限制更强与具体情况(波长)有关。在光波波段,往往是远场条件蕴含傍轴条件。

当两条件同时满足时:

$$\widetilde{U}(x', y') \approx \frac{a}{z} e^{ikz}$$

即为正入射的平面波。

λ~0.5μm,ρ~1mm ,估算满足傍轴条件、远场条件的距离 取>>为50倍:

傍轴:
$$z_1^2 = 50 \rho^2$$

 $z_1 = \sqrt{50} \rho \approx 7 mm$

远场蕴含傍轴

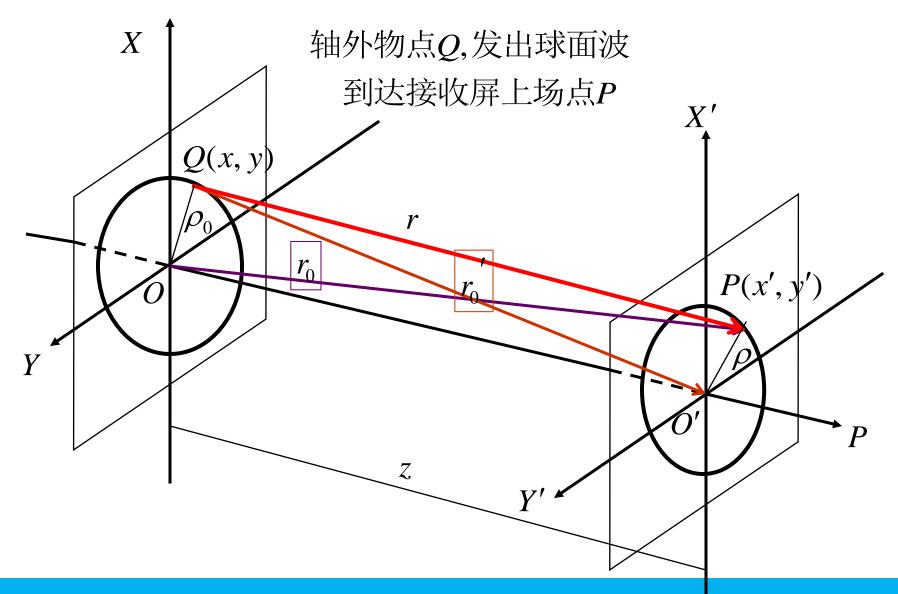
远场:
$$z_2 = 50 \rho^2 / \lambda \approx 100 m$$

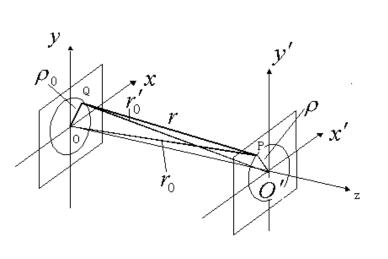
 $\lambda \sim 1 m(声波)$, $\rho \sim 10 cm$,估算满足傍轴条件、远场条件的距离

傍轴:
$$z_1 = \sqrt{50} \rho \approx 70 \, cm$$

傍轴蕴含远场

远场:
$$z_2 = 50 \rho^2 / \lambda \approx 50 cm$$





$$r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + z^2}$$

$$r_0 = \sqrt{\rho^2 + z^2} = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z^2}$$

$$r_0' = \sqrt{\rho_0^2 + z^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Q到O的距离
$$\rho_0 = \sqrt{x^2 + y^2}$$

物点场点都满足近轴条件时,有

$$r_0 \approx |z| + \frac{{x'}^2 + {y'}^2}{2|z|}$$
 $r_0' \approx |z| + \frac{{x}^2 + {y}^2}{2|z|}$

$$r = \sqrt{(x - x')^{2} + (y - y')^{2} + z^{2}}$$

$$= |z| \sqrt{\frac{(x - x')^{2}}{z^{2}} + \frac{(y - y')^{2}}{z^{2}} + 1}$$

$$\approx |z| + \frac{x'^{2} + y'^{2}}{2|z|} + \frac{x^{2} + y^{2}}{2|z|} - \frac{xx' + yy'}{|z|}$$

$$= r_0' + \frac{{x'}^2 + {y'}^2}{2|z|} - \frac{xx' + yy'}{|z|}$$

$$|r_0' \approx |z| + \frac{x^2 + y^2}{2|z|}$$

或者
$$= r_0 + \frac{x^2 + y^2}{2|z|} - \frac{xx' + yy'}{|z|}$$

$$|r_0 \approx |z| + \frac{x'^2 + y'^2}{2|z|}$$

(1)物点、场点同时满足傍轴条件: $x^2, y^2, x'^2, y'^2 << z^2$

$$\widetilde{U}(x', y') \approx \frac{a}{z} e^{ik(r_0 + \frac{x^2 + y^2}{2z})} e^{-i\frac{k}{z}(xx' + yy')}$$

$$\approx \frac{a}{z} e^{ik(r'_0 + \frac{x'^2 + y'^2}{2z})} e^{-i\frac{k}{z}(xx' + yy')}$$

(2)场点满足傍轴条件,物点同时满足傍轴和远场条件:

$$x^{2}, y^{2}, x'^{2}, y'^{2} \ll z^{2} \qquad \frac{x^{2}}{\lambda}, \frac{y^{2}}{\lambda} \ll z$$

$$\widetilde{U}(x', y') \approx \frac{a}{z} e^{ikr_{0}} e^{-i\frac{k}{z}(xx'+yy')}$$

(3)物点满足傍轴条件,场点同时满足傍轴和远场条件:

$$x^{2}, y^{2}, x'^{2}, y'^{2} << z^{2}$$
 $\frac{x'^{2}}{\lambda}, \frac{y'^{2}}{\lambda} << z$

$$\widetilde{U}(x', y') \approx \frac{a}{z} e^{ikr_0'} e^{-i\frac{k}{z}(xx'+yy')}$$
 位相是 x', y' 的线性函数

接收平面上一斜入射的平面波,波矢方向是物点到接收平面中心的连线,其方向余弦是:

$$\cos \alpha' = -\frac{x}{z}, \quad \cos \beta' = -\frac{y}{z}$$

沿QO'方向。

傍轴条件、远场条件可看着球面波向平面波的转化。

2.4 高斯光束 (Gaussian beam)

光学谐振腔(optical resonant cavity)内能够稳定存在的一种光场, 其复振幅描述为:

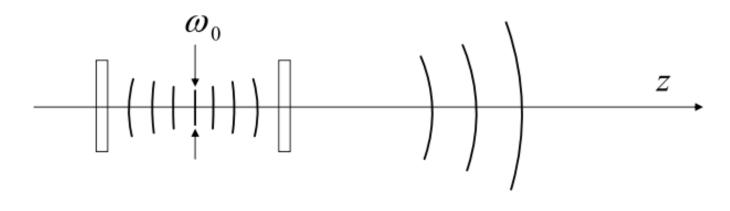
$$\widetilde{U}(x, y, z) = \frac{A}{\omega(z)} e^{-\frac{x^2 + y^2}{\omega^2(z)}} e^{-ik[\frac{x^2 + y^2}{2r(z)} + z] + i\varphi(z)}$$

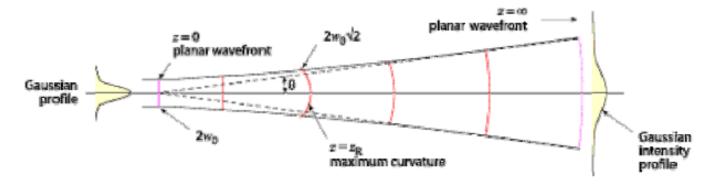
其中:
$$\omega(z) = \omega_0 \left(1 + \frac{\lambda^2 z^2}{\pi \omega_0^4}\right)^{1/2}$$
 光束有效半径
$$\left(\frac{\pi \omega_0^4}{\pi \omega_0^4}\right)^{1/2}$$

$$r(z) = z \left(1 + \frac{\pi \omega_0^4}{\lambda^2 z^2} \right) \quad \omega = \omega_0 \text{ 时光束最细}$$

 ω_0 : 束腰(beam waist) 位置取决于谐振腔的特性

2.4 高斯光束 (Gaussian beam)





Optics

本节重点

- 1. 波前的概念
- 2. 共轭波的概念和特性
- 3. 傍轴条件和远场条件的判断方法

Optics

作业

P159-160 --1, 2

重排版: P117 --1,2

思考题:

1、请思考波动光学的傍轴条件和几何光学的傍轴条件是否相同?