§2.1-2.2

一、静电场中导体的性质

1. 导体静电平衡的性质
2. 导体空腔的性质
3. 静电屏蔽

二、电容器

1. 孤立导体的电容
2. 平行板电容器
3.其它类型电容器
4.电容器的串并联

一、静电场中导体的性质

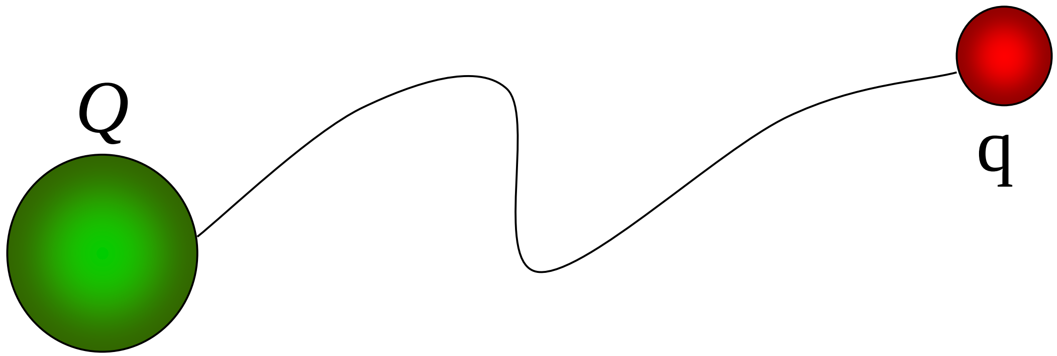
1. 导体静电平衡时的性质

(1) 导体是一个等势体，导体表面是等势面

(2) 导体内部E处处为0；外部靠近表面的地方，场强处处与表面垂直，大小等于 σ / ε_0

(3)导体处于静电平衡时，电荷只分布在导体表面，导体内部无电荷即$\rho_e=0$（体内无未被抵消的净电荷)

[讨论1] 两个半径分别为R和r 的球形导体（R>r），用一根很长的细导线连接起来（如图），使这个导体组带电，电势为U，求两球表面电荷面密度与半径的关系。



- 细导线的作用是使两球保持等电势。
- 因为导线很细，所以对导线表面的带电量的影响可忽略
- 因为导线很细，对两个导体外的电场也可忽略。
- 很长的细导线可使每个球又可近似的看作为孤立导体，因此在两球表面上的电荷分布各自都是均匀的。

解：设大球所带电荷量为Q，小球所带电荷量为q，则两球的电势为:

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

得 $$\frac{Q}{q} = \frac{R}{r}$$

可见大球所带电量Q比小球所带电量q多。

因为两球的电荷密度分别为

$$\sigma_R = \frac{Q}{4\pi R^2}, \qquad \sigma_r = \frac{q}{4\pi r^2}$$

所以 $$\frac{\sigma_R}{\sigma_r} = \frac{Qr^2}{qR^2} = \frac{r}{R}$$ 可见电荷面密度和半径成反比。

➢ 曲率半径小，电荷面密度高，表面附近电场强

[抢答题]　一个孤立导体球带电Q，（1）其表面场强沿什么方向？（2）Q在表面分布是否均匀？（3）其表面是否等电势？（4）导体内任意一点的场强是多少？

（1）表面场强垂直表面沿径向；因为电场线处处与等势面正交。

（2）Q在表面分布均匀；因为导体球面曲率和球面上的E的大小处处一样。

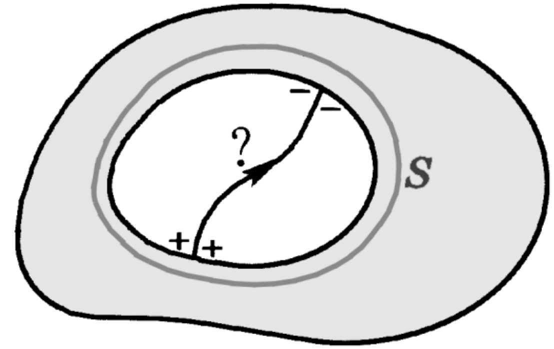
（3）是，因为导体是等势体，导体表面是等势面。

（4）为0，这是导体静电平衡的条件。

2. 导体空腔的性质

- 导体空腔一般分为两类
  - 腔内没有带电体
  - 腔内有带电体

2.1 腔内无带电体

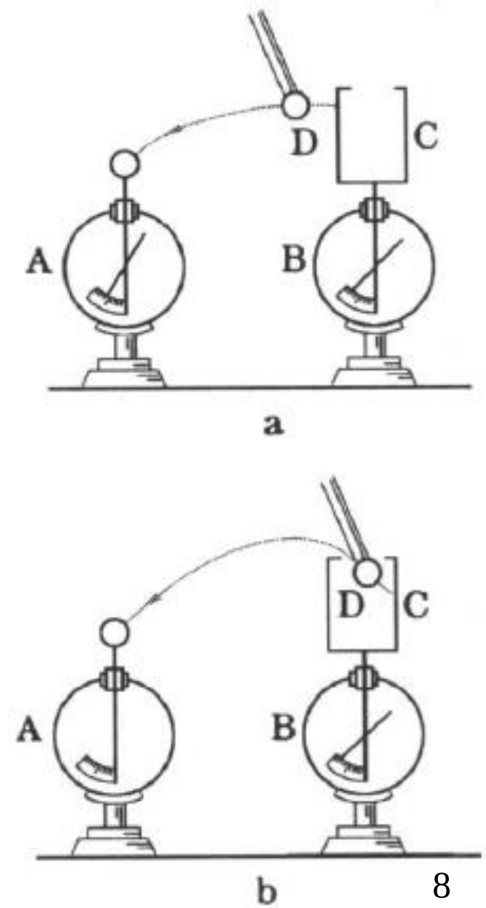


- 在静电平衡下，包围导体空腔的导体壳内表面上处处没有电荷，电荷分布在导体外表面。

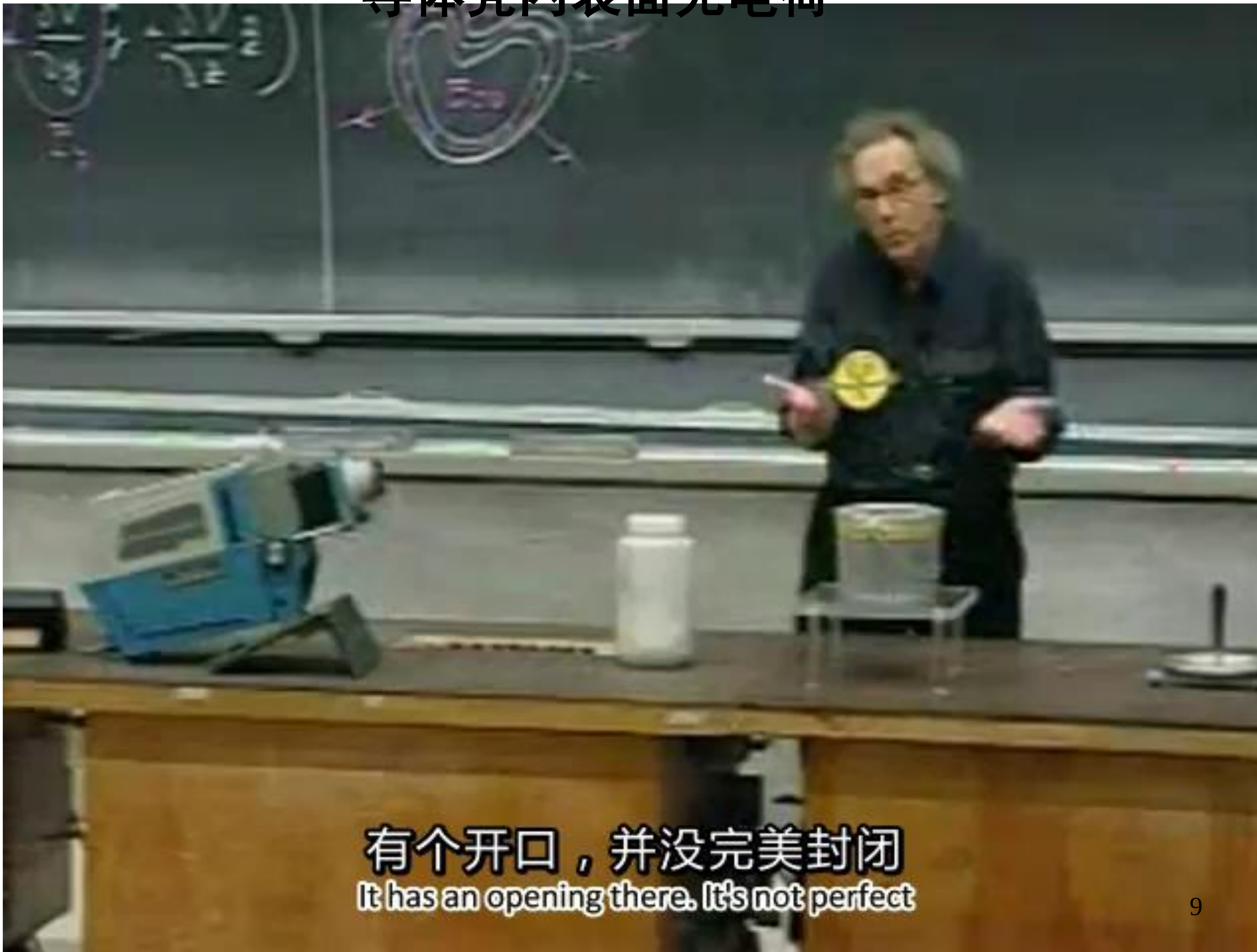
演示实验：

导体壳内表面无电荷的验证

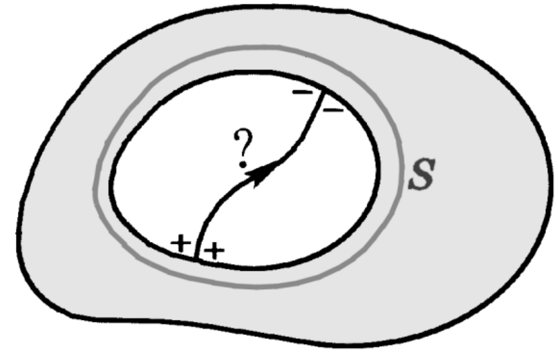
—— 法拉第圆筒



导体壳内表面无电荷



空腔内处处E=0，空腔内处处电势相等。

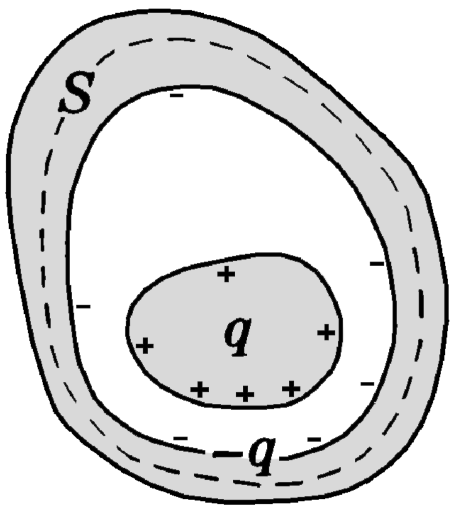


必然会有电力线起始于内表面上带正电荷处，止于负电荷处。内表面不是等势面 ——导体也不是等势体，矛盾

S面内$\sum q=0$
- 内表面电荷代数和为零
- 内表面无电荷$\sum q=0$ ⇒ $\sigma_{e内}=0$

⇒ 空腔内处处电势相等

2.2 空腔内部有带电体 *q*



- 导体内表面上所带电荷与腔内电荷的代数和为零

$$E_{内}=0 \Rightarrow \Phi_E = \oiint_{S内} \vec{E}\cdot d\vec{S} = 0$$

$$\sum q = 0 = q + x \Rightarrow x = -q$$

➢ 空腔内不再是等电势区！

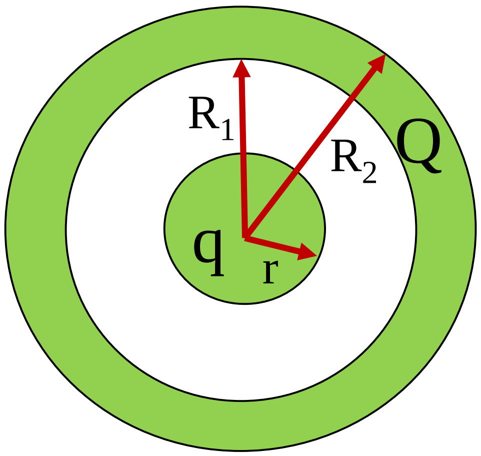
已知了电荷分布就可以求场、势

例1：在内外半径分别为R_1和R_2的导体球壳内，有一个半径为r 的导体小球，小球与球壳同心，让小球与球壳分别带上电荷量q和Q。试求：

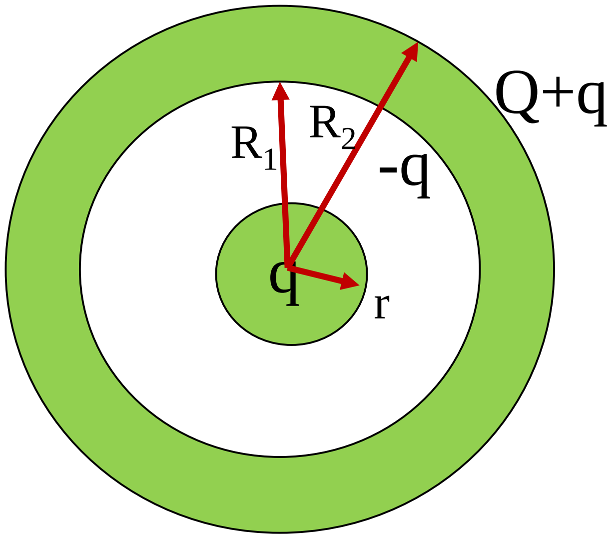
（1）小球的电势U_r，球壳内、外表面的电势；

（2）小球与球壳的电势差；

（3）若球壳接地，再求小球与球壳的电势差；



解:（1）小球上的电荷q将在球壳的内外表面上感应出-q和＋q的电荷，而Q只能分布在球壳的外表面上，故球壳外表面上的总电荷量为q+Q。



小球和球壳内外表面的电势分别为

$$U_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r} - \frac{q}{R_1} + \frac{q+Q}{R_2}\right)$$

$$U_{R_1} = \frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

$$U_{R_2} = \frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

球壳内外表面的电势相等。

（2）两球的电势差为 $U_r - U_R = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r} - \dfrac{1}{R_1}\right)$

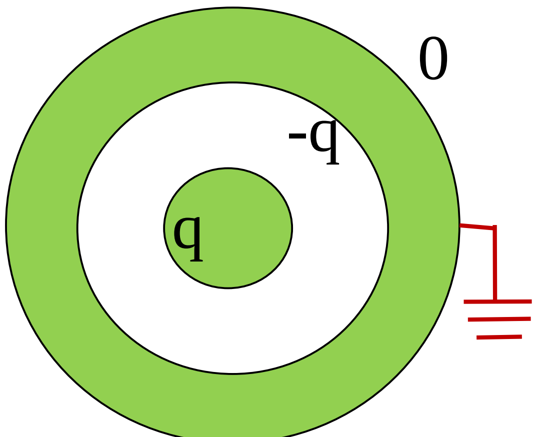
（3）若外球壳接地，则球壳外表面上的电荷消失。两球的电势分别为

$$U_r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1}\right) \qquad U_{R_1} = U_{R_2} = 0$$

两球的电势差仍为 $U_r - U_R = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r} - \dfrac{1}{R_1}\right)$

■不管外球壳接地与否，两球的电势差恒保持不变。

当q为正值时，小球的电势高于球壳；当q为负值时，小球的电势低于球壳。



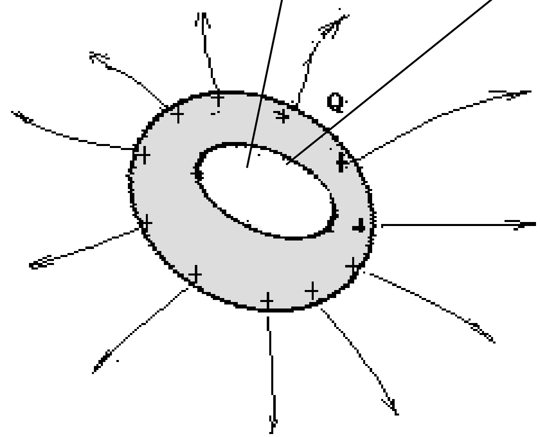
■ 如果两球用导线相连或小球与球壳相接触，则不论q是正是负，也不管球壳是否带电，电荷q总是全部迁移到球壳的外边面上，直到U_r-U_R=0为止。

3. 静电屏蔽

• 在静电平衡状态下

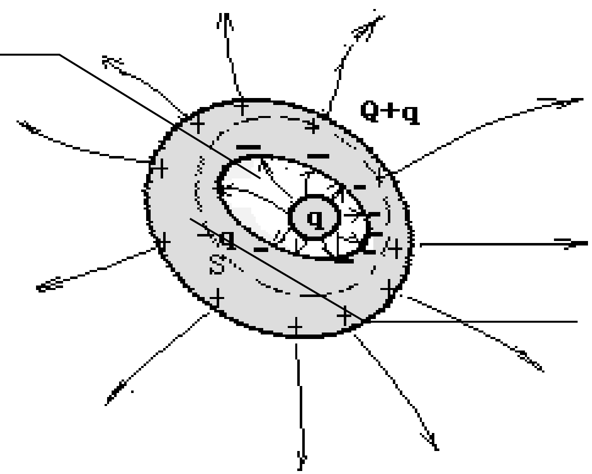
空腔提供了一个静电屏蔽的条件

不论导体壳本身是否带电，还是外界是否存在电场，腔内无电场



起到了保护所包围区域的作用，使其不受导体壳外表面上电荷分布以及外界电场的作用——静电屏蔽

导体壳可以屏蔽内部对导体壳外部的影响

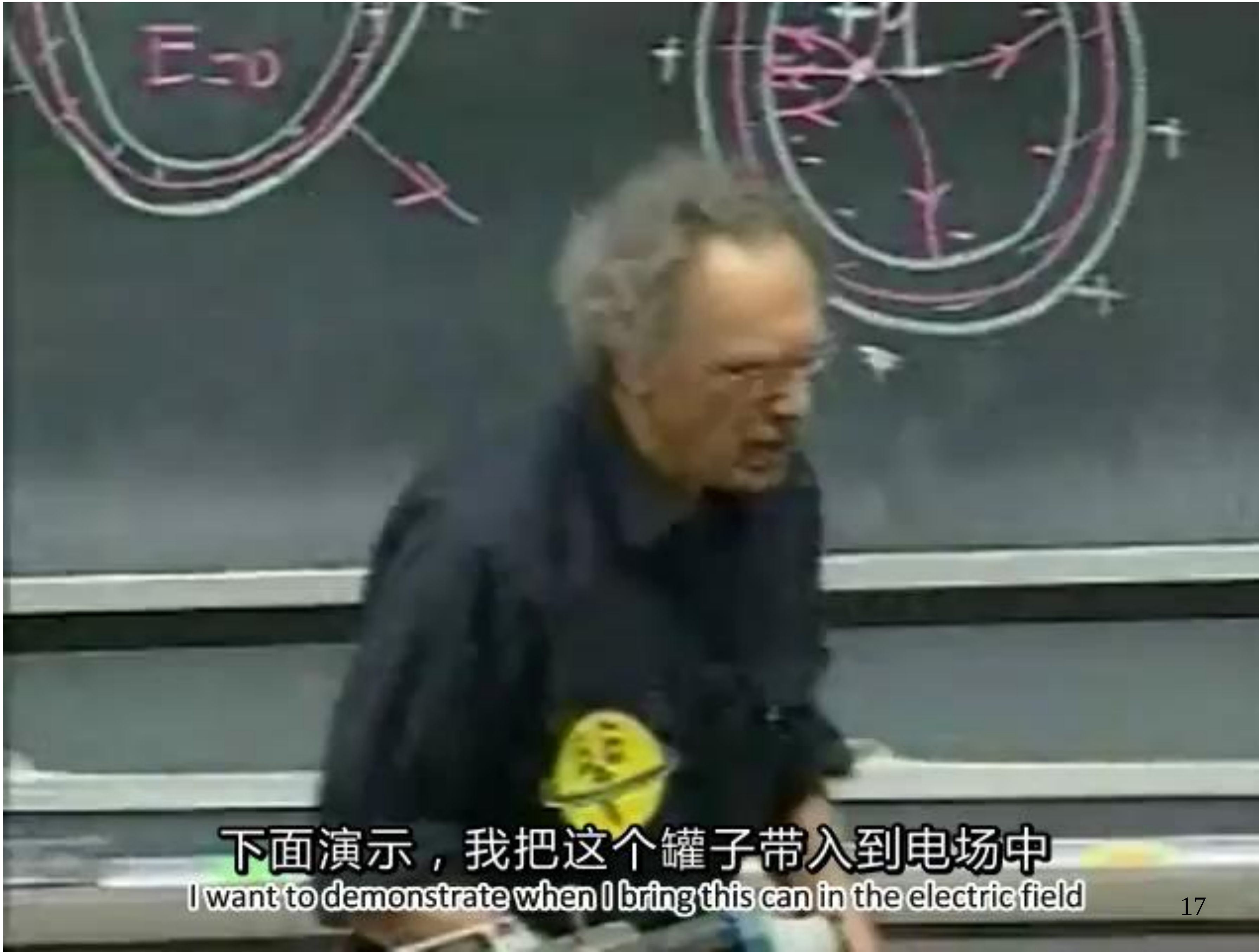


外 $\xrightarrow{\text{无影响}}$ 内

外 $\xleftarrow[\text{有影响}]{}$ 内

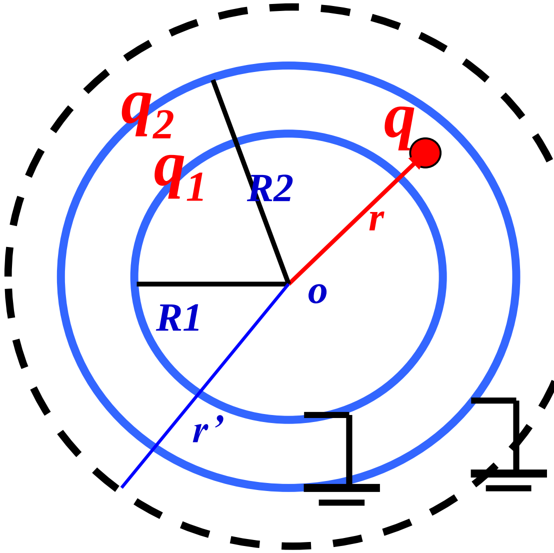
若导体壳接地，内、外均无影响

演示实验视频：



下面演示，我把这个罐子带入到电场中
I want to demonstrate when I bring this can in the electric field

例2. 点电荷q放在半径分别为R_1和R_2的两同心导体球壳之间，且两导体球壳都接地，如图所示。求两导体球壳上的感应电荷各是多少？



解： 设点电荷q在内球壳上感应的电荷为q_1，在外球壳上感应的电荷为q_2。根据高斯定理有：

$$\oiint_s \vec{E} \bullet d\vec{s} = 0 = \frac{q + q_1 + q_2}{\varepsilon_0} \Rightarrow q + q_1 + q_2 = 0$$

根据电势叠加原理可得球心O处的电势为：

$$V_o = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r} + \frac{q_1}{R_1} + \frac{q_2}{R_2}\right) = 0 \Rightarrow \frac{q}{r} + \frac{q_1}{R_1} + \frac{q_2}{R_2} = 0$$

联立解得：$q_1 = -qR_1[R_2 - r]/r(R_2 - R_1)$; $q_2 = -qR_2[r - R_1]/r(R_2 - R_1)$

二、电容和电容器

1. 孤立导体的电容

- 孤立导体：空间只有一个导体，在其附近没有其它导体和带电体
- 物理意义：使导体每升高单位电势所需的电量
- 定义

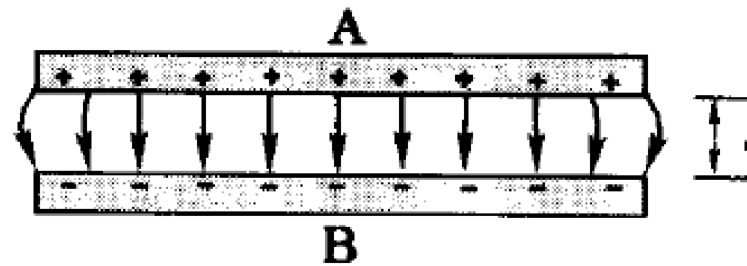
$$C=\frac{q}{U}\left\{\begin{array}{l}\text{与导体的形状、介质有关}\\ \text{与q、U无关}\end{array}\right\}\text{导体储能能}$$

单位：法拉

$$1F=\frac{1C}{1V}=10^{6}\mu F\text{（微法）}=10^{12}pF\text{（皮法）}$$

2. 平行板电容器

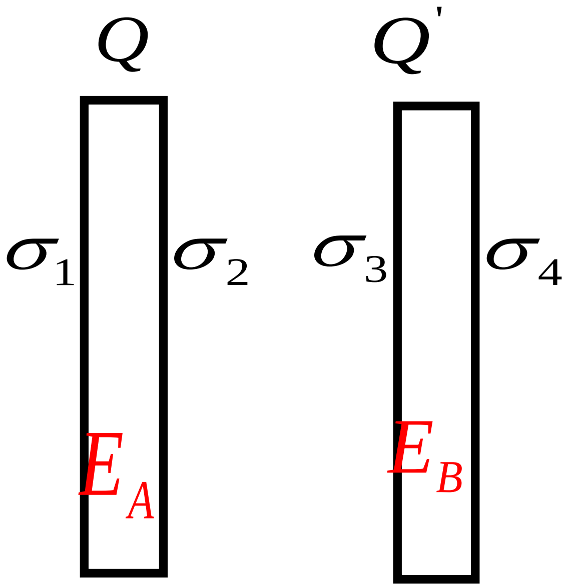
- 板的线度>>板间距离——两块带等量异号电荷的无限大平面板（忽略边缘效应）



$$E=\frac{\sigma_e}{\varepsilon_0},\qquad U_{AB}=\int\vec{E}\cdot d\vec{l}=E\cdot d=\frac{\sigma_e d}{\varepsilon_0}=\frac{qd}{\varepsilon_0 S}$$

$$C=\frac{q}{U_A-U_B}=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

例3：两块导体平板平行并相对放置，所带电量分别为Q和Q'，如果两块导体板的面积都是S，且视为无限大平板，试求这四个面上的面电荷密度。



解：设四个面的面电荷密度分别为σ_1、σ_2、σ_3和σ_4，若取向右为正方向，则处于导体内部的点A和点B的场强可以表示为：

$$E_A = \frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_4) = 0$$

$$E_B = \frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - \sigma_4) = 0$$

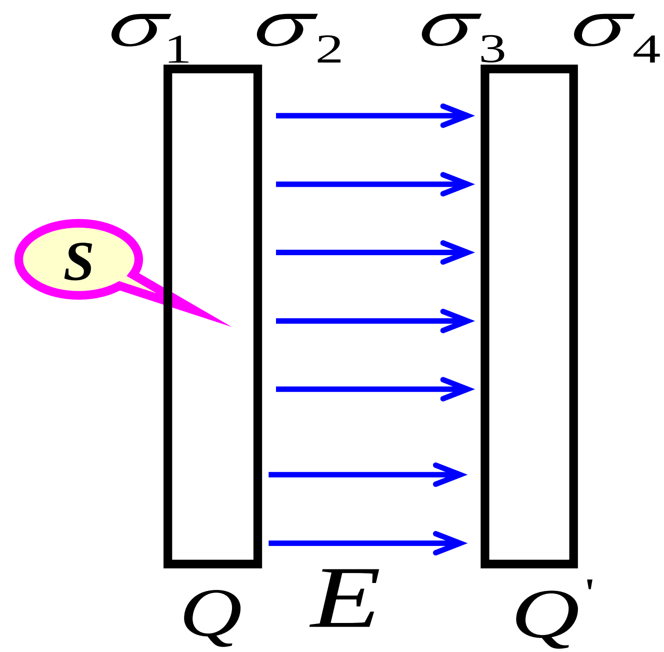
根据已知条件：

$$S(\sigma_1+\sigma_2)=Q$$
$$S(\sigma_3+\sigma_4)=Q'.$$

可解得：

$$\sigma_1=\sigma_4=\frac{(Q+Q')}{2S}$$

$$\sigma_2=-\sigma_3=\frac{(Q-Q')}{2S}$$



表明:

两块无限大的导体平板

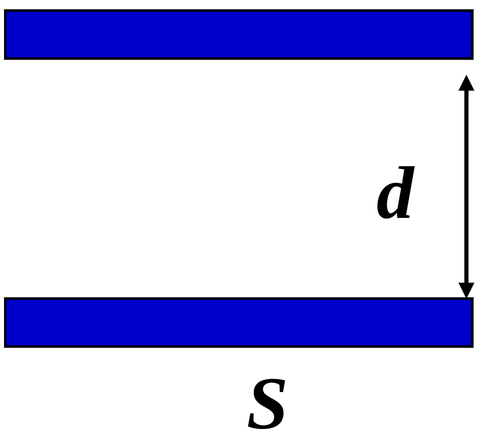
- **相对的内侧表面上面电荷密度大小相等、符号相反**
- **相反的外侧表面上面电荷密度大小相等、符号相同**
- **如果 $Q=-Q'$，可以求出：**

$$\sigma_1=\sigma_4=0,\quad \sigma_2=-\sigma_3=\frac{Q}{S}$$

3. 其它类型电容器：

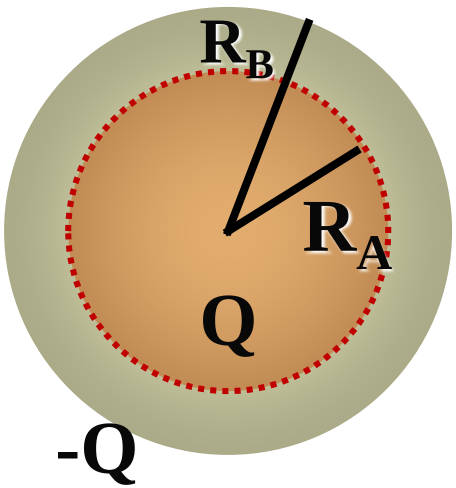
（1）平行板电容器

$$C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$$



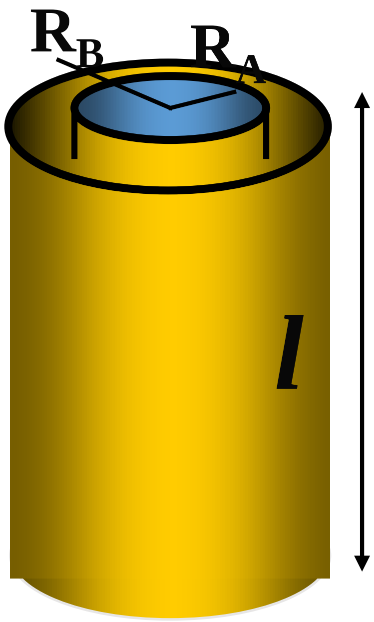
（2）球形电容器：

$$C=\frac{4\pi\varepsilon_0 R_A R_B}{R_B-R_A}$$



（3）柱形电容器

$$C=\frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln\frac{R_B}{R_A}}$$



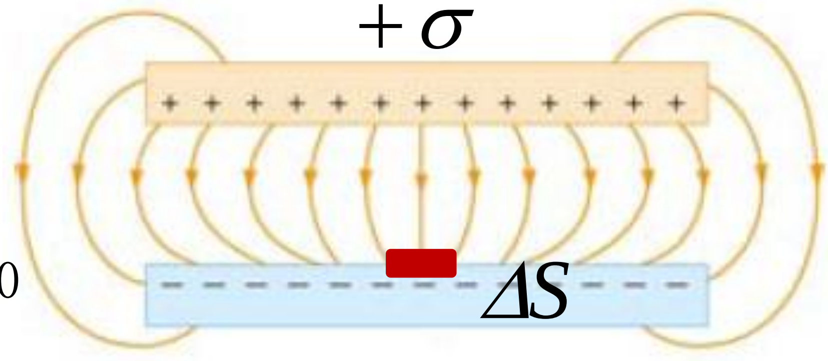
结论

1). $C\propto S$ 面积越大电容越大；

2). $C\propto\frac{1}{d}$ 两极板越近电容越大。

例4： 使平行板电容器极板保持此状态，需要多大的外力？若使极板距离增加d，需要额外做多少功？

解：



$$F_{\Delta S} = \Delta q\sigma / 2\varepsilon_0 = \sigma\Delta S\sigma / 2\varepsilon_0$$

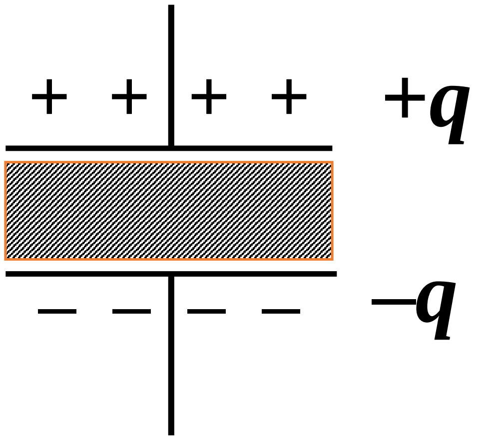
$$F = S\sigma^2 / 2\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon_0}{2}E^2 S$$

$$E = \sigma / \varepsilon_0$$

若使极板距离增加d: $W = F \cdot d = \dfrac{\varepsilon_0}{2}E^2 Sd$

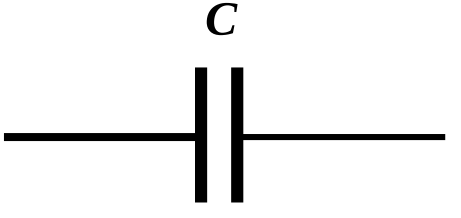
4. 电容器的串并联

1）电容器

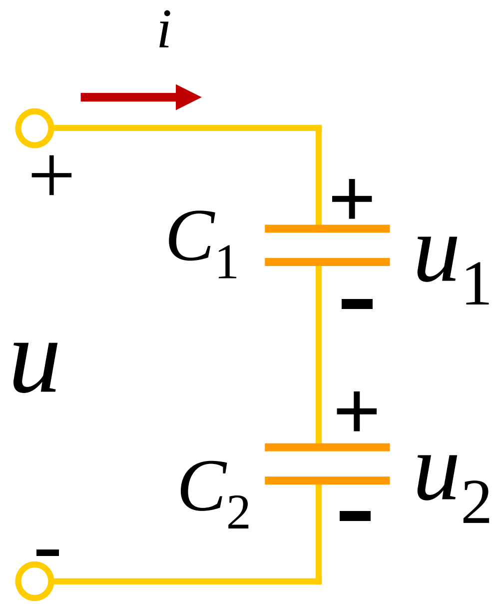


实际常用的绝大多数电容器可看成是由两块彼此靠得很近的平行金属极板组成的平行板电容器。

3）电路符号



3）电容的串联特点



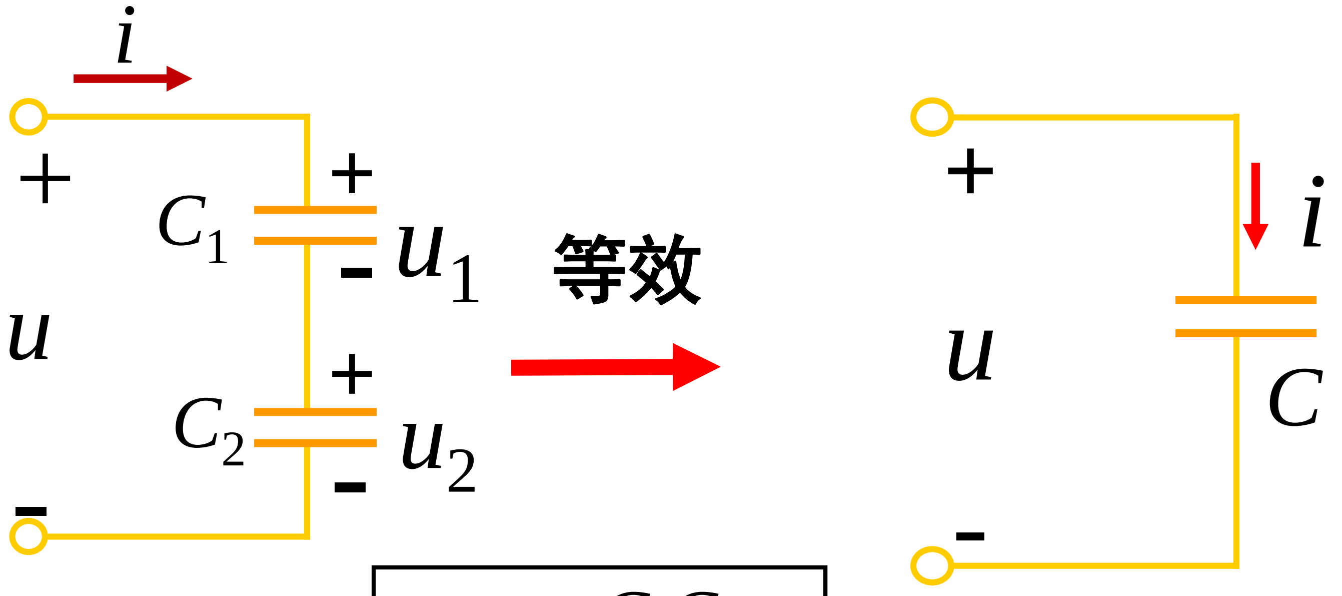
（1）$U=U_1+U_2$

（2）$Q=Q_1=Q_2$

$$U=U_1+U_2=\frac{Q}{C_1}+\frac{Q}{C_2}$$

$$\frac{Q}{C}=\frac{Q}{C_1}+\frac{Q}{C_2}$$

$$\boxed{\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}}$$

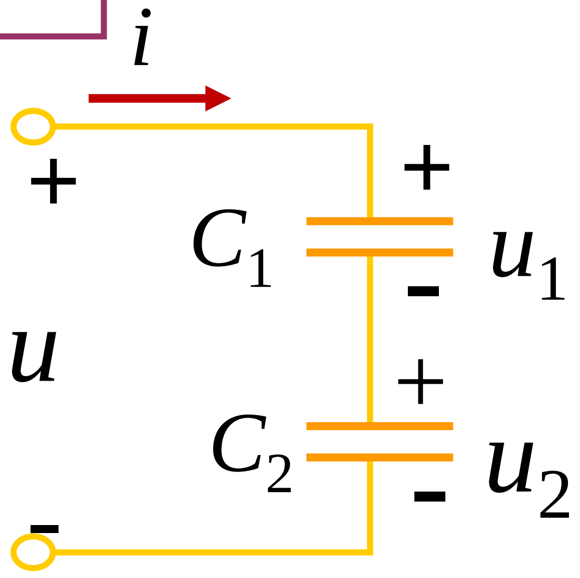


$$C=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}$$

电容串联求等效电容与电阻并联求等效电阻公式类似！

$$\frac{1}{C}=\sum_i\frac{1}{C_i}$$

• 串联电容的分压



$$Q=Q_1=Q_2$$

$$u_1 = \frac{C}{C_1}u = \frac{C_2}{C_1 + C_2}u$$

$$u_2 = \frac{C}{C_2}u = \frac{C_1}{C_1 + C_2}u$$

$$\boxed{C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}$$

4）电容的并联特点

（1）$U=U_1=U_2$

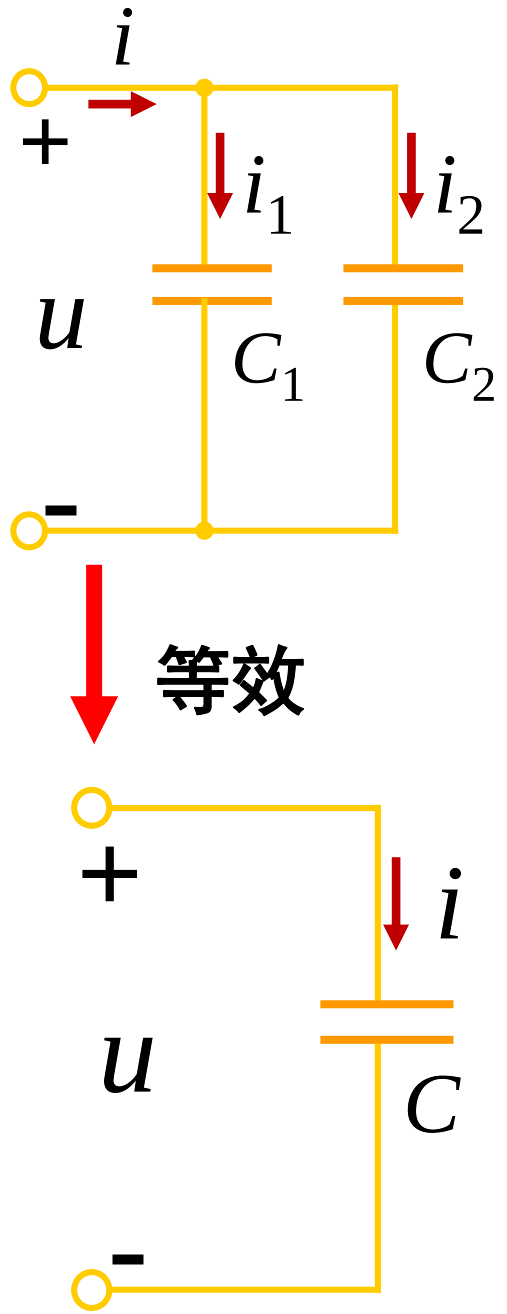
（2）$Q=Q_1+Q_2$

（3）$C=C_1+C_2$

- **等效电容**

$$\boxed{C = C_1 + C_2}$$

电容并联求等效电容电阻串联求等效电阻类似！ $C = \sum_i C_i$



例6. 有两组电容器，C1=200pF，耐压900V；C2=300pF,耐压500V; 或C1=200pF，耐压500V；C2=300pF,耐压900V。如欲得到120pF电容，且电源电压为1000V，应怎样连接电容器？选择哪一组电容组合，为什么？

解：欲得到比现有电容小的电容，应采用串联接法。

$$\because \quad \frac{1}{c}=\frac{1}{c1}+\frac{1}{c2}$$

$$\therefore \quad c=\frac{c1c2}{c1+c2}=\frac{200\times 300}{200+300}=120(pF)$$

两组电容器的串联都能满足，下面看哪一组的耐压值满足要求：

$$\because \quad \mathrm{u1}=\frac{Q}{c1},\quad \mathrm{u2}=\frac{Q}{c2},\qquad \therefore \quad \frac{u1}{u2}=\frac{c2}{c1}=\frac{3}{2}$$

$$\because u1+u2=1000(\mathrm{V})$$

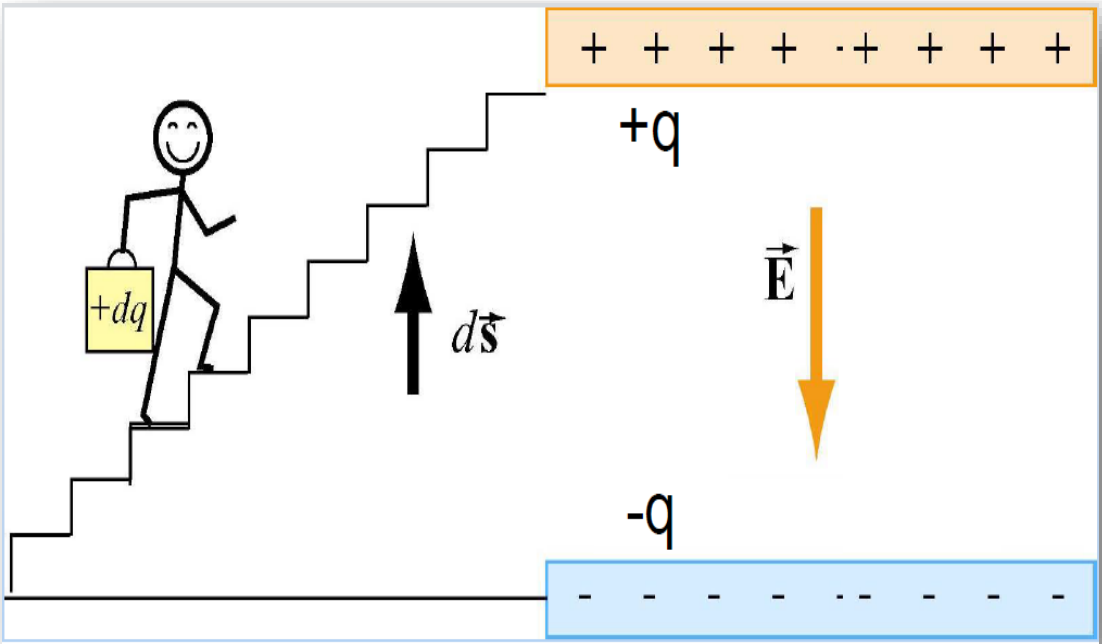
$$\therefore \quad u1=600(\mathrm{V});u2=400(\mathrm{V})$$

所以应取第一组电容器串联。

三、电容器储能

◆电容器极板上的电荷是一点一点聚集起来的，聚集过程中，外力克服电场力做功——电容器体系静电能。

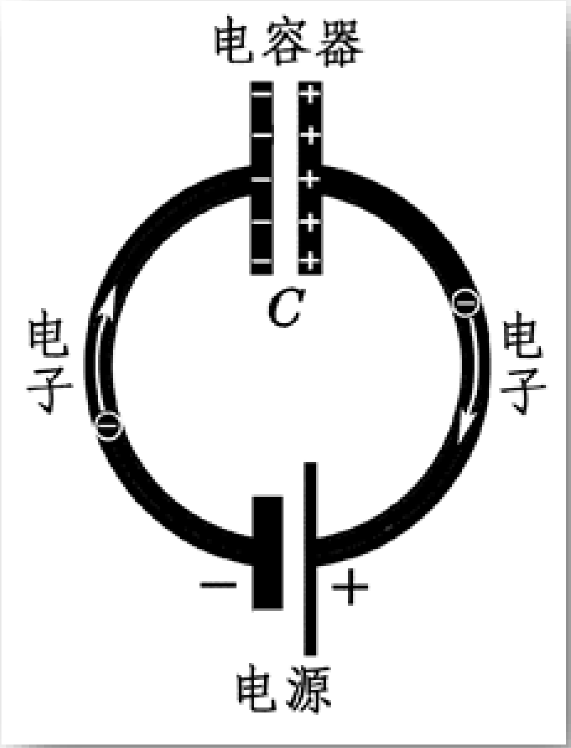
◆ 电容器充电过程，电源消耗化学能，转化为静电能。



设电容器的电容为C，某一瞬时极板带电量绝对值为q(t)，则该瞬时两极板间电压为：

$$u(t) = \frac{q(t)}{C}$$

此时继续将电量为-dq的电子从正极板搬运到负极板，电源作多少功？



$$dA' = -dq(U_{-} - U_{+}) = dq(U_{+} - U_{-}) = u(t)dq$$

$$W_e = \int_0^Q u(t)dq = \int_0^Q \frac{q(t)}{C}dq = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU$$