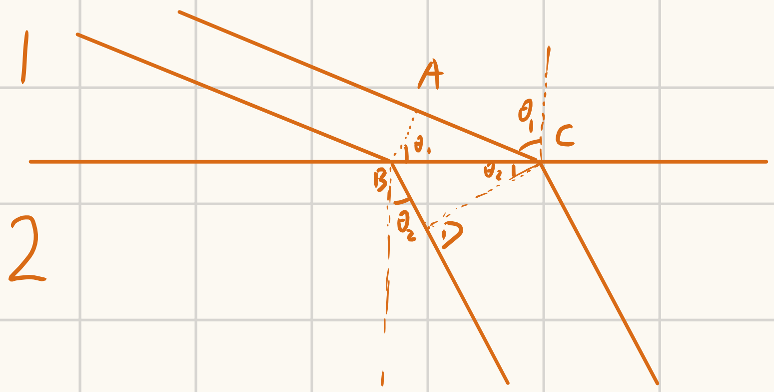
光学笔记第一章

1.1 惠更斯原理

波前上每一点可看作新的点源

可证折射定理

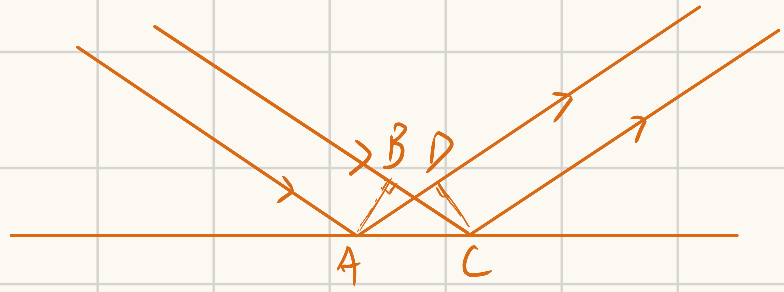
设有一系列平行光从介质1射入介质2



$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{AC}{v_1} = \dfrac{BD}{v_2} \\ AC = BC\sin\theta_1 \\ BD = BC\sin\theta_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\sin\theta_1}{v_1} = \frac{\sin\theta_2}{v_2}$$

可证反射

① 设有一系列平行光射向一镜子后反射



由反射定律知 $\left.\begin{array}{l} BC = AD \\ AC = AC \\ \angle ABC = \angle ADC = 90^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \triangle ACB$ 全等 $\triangle CAD \Rightarrow \angle ACB = \angle CAD$ 反射定律

光是什么?

色散 $n \approx n_0 + \frac{A}{\lambda^2} + \frac{B}{\lambda^4}$ (正常色散)

光程 $L = \int n\,dl \propto \frac{dl}{v}$

$$\varphi(P) - \varphi(Q) = \frac{2\pi}{\lambda_0} L(PQ)$$

费马原理

$\delta L = 0 \quad (\delta \int n\,dl = 0)$

用法

①解欧拉方程

令 $\vec{r} = x_i \vec{e_i}$, S为路径长, 令 $\dot{x}_i = \frac{dx_i}{ds}$

$\frac{d}{ds}\left(\frac{\partial n}{\partial \dot{x}_i}\right) - \frac{\partial n}{\partial x_i} = 0$ 约束 $\left|\frac{d\vec{r}}{ds}\right| = \sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2+\dot{z}^2} = 1$

而 $\frac{\partial n}{\partial \dot{x}_i} = \frac{\partial n \sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2+\dot{z}^2}}{\partial \dot{x}_i} = n \cdot \dot{x}$

$$\frac{d}{ds}(n\dot{x}) = \frac{\partial n}{\partial x_i}$$

$$\frac{d}{ds}\left(n\frac{d\vec{r}}{ds}\right) = \nabla n$$

②势场等效

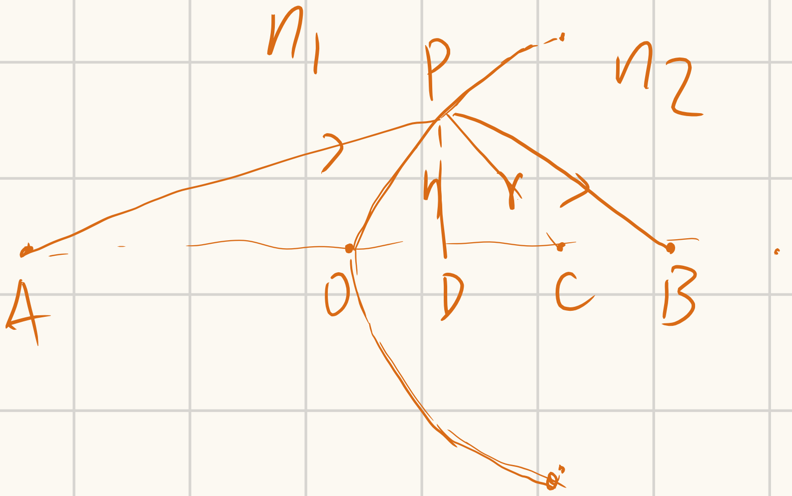
$\delta\int n\,dl=0$ 与最小作用量原理 $\delta\int p\,dq$ 对比

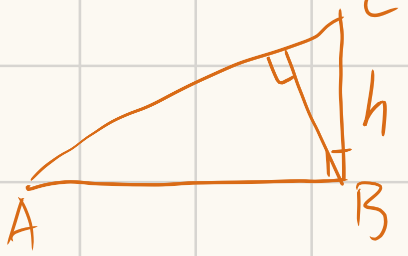
可将 n 等效为 p，将光线看作在势场 $E_p=-\frac{p^2}{2m}$ 中运动的粒子轨迹，这样光学问题转化为了力学问题

例如，n 是球对称分布 $n\propto\frac{1}{\sqrt{r}}$，如何解轨迹？

利用 $E_p\propto p^2\propto\frac{1}{r}$，可见可与引力场等效，解比内方程即可

解傍轴条件下的球面折射成像





我们首先按照费马的思路推导：AC与AB之差在BC很小时约为多少？

显然 $AC-AB=\sqrt{AB^2+h^2}-AB=AB\left(\sqrt{1+\frac{h^2}{AB^2}}-1\right)\approx\frac{h^2}{2AB}$

依费马原理

$$L(APB)=L(ADB)$$

$$n_1 AP + n_2 PB = n_1 AO + n_2 OD + n_2 DB$$

$$= n_1 (AD - OD) + n_2 OD + n_2 DB$$

$$n_1 (AP - AD) + n_2 (PB - DB) = (n_2 - n_1) OD$$

h很小时，$OD = PC - DC \approx \frac{h^2}{2r}$

$$n_1 \frac{h^2}{2AD} + n_2 \frac{h^2}{2BD} \approx (n_2 - n_1) \frac{h^2}{2r}$$

由于傍轴，$AD \approx AO = S_1$，$BD \approx OB = S_2$

于是 $\frac{n_1}{S_1} + \frac{n_2}{S_2} \approx \frac{n_2 - n_1}{r}$

若是反射，将 n 加上负号即可

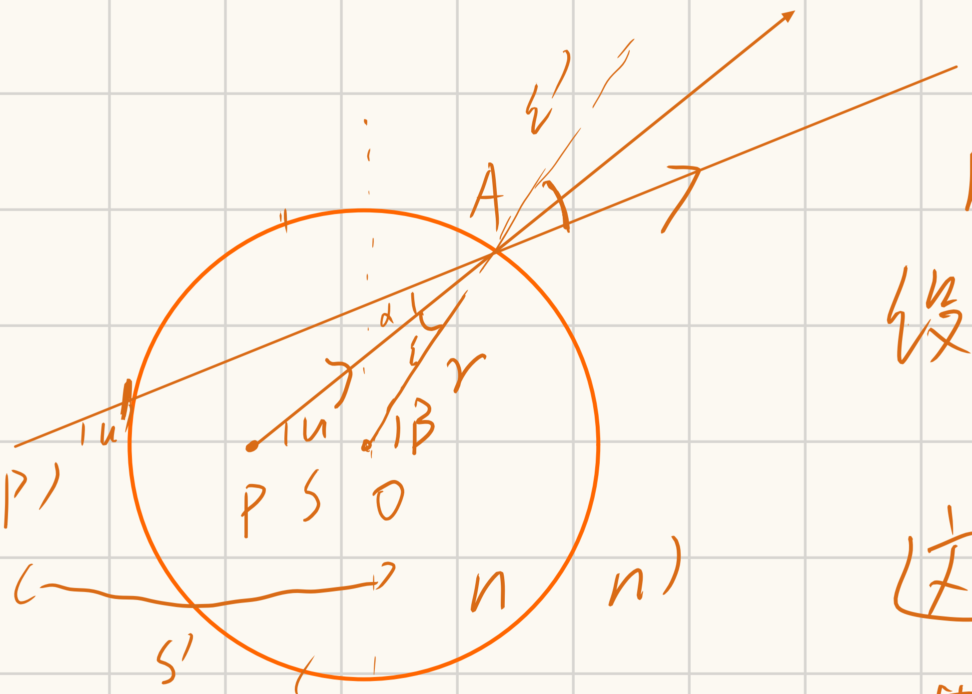
$$S_1 \to \infty \quad f_2 = \frac{n_2}{n_2 - n_1} r$$

$$S_2 \to \infty \quad f_1 = \frac{n_1}{n_2 - n_1} r$$

齐明点

若从P点射出，经过折射后虚像在P'点，透镜应为何状？

用费马原理考虑



$$nPA - n'P'A = \text{Const}$$

设常数为0，$\frac{PA}{P'A} = \frac{n'}{n}$

这是阿氏圆，所以球形能满足条件

$\frac{PA}{P'A}$ 定比例，可证 $\triangle OP'A$ 相似 $\triangle OAP$

这就证出 $i = u'$，$i' = u$

和 $\frac{s}{r} = \frac{r}{s'} \Rightarrow ss' = r^2$

结合 $\frac{P'A}{PA} = \frac{\sin i}{\sin i'} \frac{s'}{s} = \frac{n's'}{ns}$，$\frac{P'A}{PA} = \frac{n}{n'}$ $\Rightarrow \frac{s'}{s} = \frac{n^2}{n'^2}$ $\Rightarrow$

$$\frac{PA}{\sin(\xi+u)} = \frac{s}{\sin\xi} = \frac{r}{\sin u} \qquad \sin\xi = \frac{s\sin u}{r}$$

$$\frac{P'A}{\sin(\xi'+u')} = \frac{s'}{\sin\xi'} = \frac{r}{\sin u'} \qquad \frac{\sin u}{\sin u'} = \frac{s'}{\sin\xi'}\,\frac{\sin\xi}{s}$$

$$s' = \frac{\sin\xi'}{\sin u'}\,r$$

$$= \frac{n}{n'}\quad s\quad \frac{\sin u}{\sin u'}$$

$$s'n'\sin u' = n\,s\,\sin u$$

阿贝正弦定理