兰州大学 2024 — 2025 学年第 二 学期
期中考试试卷（ A 卷 ）

课 程 名 称： 高等数学下(兰大版) 任 课 教 师：＿＿＿＿＿＿

学 院：＿＿＿＿＿＿ 专 业：＿＿＿＿＿＿ 年 级： 2024

姓 名：＿＿＿＿＿＿ 校 园 卡 号：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总 分
分 数									
阅卷教师									

温馨提醒：请将所有题的答案写在答题纸指定的位置.

一. (每小题5分, 共20分) 填空题.

1. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{\sqrt{xy+1}-1} =$ ＿＿＿＿＿.

2. 函数 $z = arctan(xy)$ 在 $(1,1)$ 点沿方向角 $\alpha = \frac{\pi}{4}$ 的方向导数是 ＿＿＿＿＿.

3. 曲面 $e^z - z + xy = 3$ 在点 $(2,1,0)$ 处的切平面方程是 ＿＿＿＿＿.

4. 设函数 $z = z(x,y)$ 是由方程 $z^2 - 5xz + 2y = 0$ 所确定的隐函数, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ ＿＿＿＿＿.

二. (每小题5分, 共20分) 选择题.

1. 直线 $L_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+8}{1}$ 与 $L_2 : \begin{cases} x-y=6, \\ 2y+z=3 \end{cases}$ 的夹角为 (　　)

(A) $\frac{\pi}{6}$　(B) $\frac{\pi}{4}$　(C) $\frac{\pi}{3}$　(D) $\frac{\pi}{2}$

2. 二元函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0, y_0) 处的两个偏导数存在是 $f(x,y)$ 在该点连续的( ).

(A) 既非充分又非必要条件　(B) 充分必要条件

(C) 充分而非必要条件　(D) 必要而非充分条件

3. 函数 $z = e^{2x}(x + y^2 + 2y)$, 则点 $(\frac{1}{2}, -1)$ 是该函数的 ( ).

(A) 临界点, 但不是极值点　(B) 临界点, 且是极小值点

(C) 临界点, 且是极大值点　(D) 偏导数不存在的点

4. 已知 $F(x,y)$ 具有一阶连续偏导数, 且 $F(x,y)(ydx + xdy)$ 为某一函数的全微分, 则 ( ).

(A) $\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial y}$　(B) $y\frac{\partial F}{\partial x} = x\frac{\partial F}{\partial y}$　(C) $-x\frac{\partial F}{\partial x} = y\frac{\partial F}{\partial y}$　(D) $x\frac{\partial F}{\partial x} = y\frac{\partial F}{\partial y}$

三. (每小题10分, 共60分) 解答题.

1. 求微分方程 $(y + x^2e^{-x})dx - xdy = 0$ 的通解.

2. 求二阶常系数非齐次线性微分方程 $y'' - 4y' + 3y = 2e^{2x}$ 的通解.

3. 已知函数 $z = f(x,y)$ 的全微分 $dz = 2xdx - 2ydy$, 并且 $f(1,1) = 2$. 求 $f(x,y)$ 在椭圆域 $D = \left\{(x,y) \mid x^2 + \frac{y^2}{4} \le 1\right\}$ 上的最大值和最小值.

4. 设 $z = f(x+y, x-y, xy)$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 dz 与 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

5. 判断函数 $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y) \ne (0,0), \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ 在 $(0,0)$ 点的可导性与可微性.

6. 求曲线 $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=6, \\ x+y+z=0 \end{cases}$ 在点 $(1,-2,1)$ 处的切线和法平面方程.