

2023 年 5 月份月考 A 卷

一. (15 分) 求微分方程: $xy' - y + \sqrt{x^2 + y^2} = 0$, $y|_{x=1} = 0$ 的特解.

二. (15 分) 求曲线

$$\begin{cases} z = y^2, \\ x = 0, \end{cases}$$

绕 z 轴旋转所形成的旋转曲面与平面 $x + y + z = 1$ 的交线在 xOy 平面的投影曲线的方程.

三. (20 分) 讨论函数:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy^3}{x^2+y^4}, & x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2 + y^2 = 0, \end{cases}$$

在 $(0, 0)$ 处的连续性, 偏导数的存在性和可微性.

四. (20 分) 已知

$$\begin{cases} F(y - x, y - z) = 0, \\ G(xy, \frac{z}{y}) = 1, \end{cases}$$

其中二元函数 F 和 G 分别具有连续的偏导数, 求 $\frac{dx}{dy}$ 和 $\frac{dz}{dy}$.

五. (15 分) 在马鞍面 $z = xy$ 上求一点, 使得这一点的法线与平面 $x + 3y + z + 9 = 0$ 垂直, 并写出此法线的方程.

六. (15 分) 求函数 $f(x, y, z) = x - 2y + 2z$ 在约束条件 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 下的极值.