

## 2023 年 5 月份月考 B 卷

一. (15 分) 求微分方程:  $y'' + \frac{1}{x}y' = x^2$  的通解.

二. (15 分) 求直线

$$\begin{cases} 2x - 4y + z = 0, \\ 3x - y - 2z - 9 = 0, \end{cases}$$

在平面  $4x - y + z = 1$  上的投影直线的方程.

三. (20 分) 讨论函数:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy^2}{x^2+y^4}, & x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2 + y^2 = 0, \end{cases}$$

在  $(0, 0)$  处的连续性, 方向导数的存在性和可微性.

四. (20 分) 已知  $\begin{cases} x = e^u \cos v, \\ y = e^u \sin v, \\ z = u^2 + v^2 \end{cases}$  求  $\frac{\partial z}{\partial x}$  和  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

五. (15 分) 求椭球面  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 498$  的平行于平面  $x + 3y + 5z = 7$  的切平面的方程.

六. (15 分) 求底边平行于椭圆  $x^2 + 3y^2 = 12$  的长轴的内接等腰三角形的面积的最大值.