

Demoniczny Maxwell i spółka z o.o.

Monika Tworek

Nie taki diabeł straszny jak go malują

To przysłowie jako pierwsze przyszło mi na myśl, kiedy przeczytałam przydzielony mi temat. I to wcale nie dlatego, że na podstawie doświadczeń związanych z poprzednim esejem zaufałam, że do każdego zadania warto spróbować podejść, ale raczej ze względu na skojarzenie z demonem Maxwella. Podobnie jak innych fizyków, również mnie zaintrygowało to doświadczenie myślowe, gdzie w odizolowanym pudełku znajdują się cząsteczki o różnej prędkości, a pośrodku znajduje się zamknięcie z otworem nad którym siedzi tenże diabeł. Zna on prędkość cząsteczek zbliżających się do otworu i, jeżeli nie jest dostatecznie wysoka, zamyka otwór; w przeciwnym wypadku pozwala jej przejść do drugiej części. Po skończonym czasie bez pracy w odizolowanym pudełku okazałoby się, że powstałaby znaczna różnica temperatur między tymi dwiema częściami. Byłoby to sprzeczne z drugą zasadą termodynamiki¹. Gdy przeczytałam ten dziwny paradoks, po raz pierwszy uświadomiłam sobie, że istnieje zależność między temperaturą, a prędkością pojedynczych cząsteczek. Wtedy też spotkałam się z pojęciem gazu idealnego.

Gdzie Ci mężczyźni?²

O idealnych sytuacjach, przedmiotach, cechach czy ludziach można wiele usłyszeć. Najczęściej w kontekście idealnych kobiet i idealnych mężczyzn. Wymarzonego partnera cechuje cierpliwość, poczucie humoru, troskliwość czy kreatywność, także brak wad lub ich marginalna wartość. Niestety, mimo usilnych dążeń ewolucji nie istnieje idealna osoba, mimo iż wielu małżonków często powtarza, że ich ukochani są ideałami. Podobnie jest też z gazem idealnym. W przyrodzie on nie występuje. Jednak dla wielu doświadczeń czy sytuacji można pominąć marginalne warunki, które mogłyby nie dopuścić do stwierdzenia, że to jest gaz doskonały. Teoretycznie jest to abstrakcyjny model matematyczny, gdzie nie występują oddziaływania międzycząsteczkowe z wyjątkiem odpychania w momencie zderzeń cząsteczek. Objętość cząsteczek jest znikoma w stosunku do objętości gazu, zderzenia są doskonale sprężyste, a cząsteczki znajdują się w ciągłym chaotycznym ruchu. Zdawałoby się, że żadna substancja nigdy nie spełni tych warunków, jednak w ośrodku takim jak zwykłe powietrze, przy dość wysokiej temperaturze i niskim ciśnieniu w przemianie adiabatycznej czy dostatecznie rozrzedzonych gazów rzeczywistych, który łatwo uzyskać w przypadku gazów szlachetnych, zachowuje się podobnie jak gaz doskonały. Powoduje to, że dla osób przeprowadzających ćwiczenie powietrze będzie idealne. Dopiero teraz mogę przystąpić do kinetycznej teorii gazu doskonałego, zwanej często teorią kinetyczno-molekularną. Pozwala ona łączyć kinematyczne wielkości dotyczące pojedynczych cząsteczek z termodynamicznymi parametrami, takimi jak ciśnienie czy temperatura. Te powiązania łatwo wyprowadzić, jeżeli wyobrazimy sobie sześcian o krawędzi 'a', w którym są poruszające się cząsteczki. Chaotyczny ruch cząsteczek można zamienić na ruch, w którym po $1/3N$ (bo 3 wymiary) cząsteczek poruszają się prostopadle do każdej pary ścian równoległych. Wtedy dla pewnej cząsteczki zderzenia w przeciwległe ściany będą odbywały się w stałych odstępach czasu co $T=2a/v$. Ponieważ w trakcie zderzenia pęd cząsteczki zmienia się, zatem wartość zmiany pędu przy każdym zderzeniu wynosi

¹ James Clerk Maxwell definicja Demona Maxwella z 1867r.

² Danuta Rinn 1975r.

$\Delta p = mv - (-mv) = 2mv$. W tym momencie można, odwołując się do drugiej zasady dynamiki i do popędu siły, wyliczyć średnią siłę, z jaką cząsteczka oddziałuje na ściankę. Znając siłę, można wyliczyć ciśnienie, więc także i energię kinetyczną cząsteczki. W tym momencie warto wspomnieć o zasadzie ekwipartycji energii. To wyrażenie trochę mnie „zastopowało”, bowiem nieczęsto używa się przecież takiego sformułowania w codziennej rozmowie. Jednak, po zacerpnięciu wiedzy ze słownika okazało się, że to po prostu równomierny rozkład energii kinetycznej na wszystkie stopnie swobody³. Kiedy połączyłam zgromadzone do tej pory informacje z radością stwierdziłam, że otrzymałam zależność ciśnienia, temperatury i objętości. Pomimo obaw, że umiejętności wyniesione ze szkoły średniej mogą nie wystarczyć, zmuszając mnie do zwrócenia się ku fachowej literaturze (której sposób zapisu przyprawia o ból głowy), udało mi się osiągnąć sukces, wyrażający się wzorem:

$$pV = nRT,$$

gdzie n to liczba moli, a R - stała gazowa. A przecież to już jest wzór, którego używa się przy rozwiązywaniu zadań.

Starożytny wpływ

Idąc tym tropem zaczęłam się zastanawiać, czy wszystko można opisać. Pełna energii zaczęłam przypominać sobie wszystkie zależności, które kiedykolwiek wyprowadzałam lub doświadczałam poznawałam. Zagłębiając się w kolejne strony, dotarłam do bardzo ciekawego wykresu. W pierwszej chwili sądziłam, że trafiłam na mapę gór, a dokładniej - przekrój profili wysokościowych. Z myślą, że jednak potrzebuję wakacji, by znów wyruszyć na szlak, przeczytałam legendę, że to rozkład Maxwella. W tym momencie warto sformułować właściwe pytanie, bo przecież, zgodnie z filozofią Sokratesa⁴, każdy problem można rozwiązać, zadawszy trafne zagadnienie. Przejrzałam wszystkie notatki i uświadomiłam sobie, że to wszystko zachodziło tylko i wyłącznie przy założeniu, że rozpatruje się pojedynczą cząsteczkę. Jednak skoro energia jest związana z prędkością, to czy coś się zmieni, gdy będę rozpatrywać większą ilość cząsteczek? Przecież do tego korzystam z prędkości uśrednionej, a każda może się poruszać z inną prędkością. Przed podobnym problem stał Maxwell, który zauważył zależność między ułamkiem wszystkich cząsteczek, które mają prędkość z pewnego ograniczonego przedziału. I znów musiałam zastosować pewne założenia. Tym razem to ustalone parametry, takie jak temperatura, objętość i ciśnienie, a doświadczenie przeprowadzane jest w stanie nieważkości. Muszę założyć pewien przedział prędkości, bo tylko wtedy sensowne będzie poszukiwanie prawdopodobieństwa przy założonych warunkach. Okazuje się, że przeprowadzenie tego dowodu wymaga posiadania dość obszernej wiedzy z analizy matematycznej i prawdopodobieństwa, bowiem przy przekształceniach trzeba całkować, korzystać z funkcji rozkładu gęstości, a także wyliczać wartość średnią.⁵ Po przebrnięciu przez wszystkie niedogodności dotarłam do wzoru końcowego:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp \left(-\frac{\frac{1}{2}mv^2}{kT} \right)$$

, gdzie v to prędkość cząsteczki, m jej masa, k - stała Boltzmanna, zaś T - temperatura bezwzględna. Kiedy przygotowywałam materiał, chciałam bazować na wiedzy, którą wyniosłam z liceum, jednak

³ <http://sjp.pl/ekwipartycja>

⁴ "Świat Zofii" Jostein Gaarder

⁵ http://www.if.pw.edu.pl/~anadam/WykLadFO/FoWWW_26.html

postawiłam sobie uczciwie pytanie: czy mogę oddać pracę bez podania źródeł, z których powinnam korzystać? Nie.⁶ Spoglądając na ten skomplikowany wzór dopiero teraz uświadomiłam sobie, dlaczego. Jednak zgodnie z metodami Sokratesa, formułując kolejne zagadnienia, udało mi się dojść do końca pewnego etapu.

Zabijanie krasnoludków

W tym momencie stwierdziłam, że należy się przyjrzeć wykresowi od strony matematycznej. Przede wszystkim warto zauważyć, że jest to funkcja ciągła, czyli taka, która nie zabija krasnoludków, jeżeli one idą po wykresie funkcji⁷. Oznacza to, że nie ma przeciwwskazań do różnych zakresów prędkości. Korzystając z tego rozkładu można znaleźć wartość prędkości najbardziej prawdopodobnej, prędkość średnią czy prędkość kwadratową, a co za tym idzie - energię kinetyczną. Warto mimo wszystko przeanalizować wykres, bo, kierując się mądrościami przeczytanymi w Internecie, wszystko jest trudne, nim stanie się proste⁸. Aby ułatwić sobie tę analizę warto zaznaczyć wykres dla różnych temperatur. Wtedy można zauważyć, iż wraz ze wzrostem temperatury krzywa rozkładu Maxwella ulega "rozmyciu". Prędkość najbardziej prawdopodobna to prędkość, dla której funkcja przyjmuje maksimum. Prędkość średnia określa przeciętną prędkość, z jaką poruszają się cząsteczki w układzie. Wylicza się ją jako średnią arytmetyczną prędkości wszystkich cząsteczek. Ze względu na to, że rozkład Maxwella jest asymetryczny, prędkość średnia jest większa niż prędkość najbardziej prawdopodobna. Znając już te zależności można zauważyć, że wraz ze wzrostem temperatury charakterystyczne prędkości są przesunięte w kierunku wyższych wartości. Rozkład Maxwella pozwala również wyliczyć prawdopodobieństwo, że cząsteczka będzie miała prędkość mieszczącą się w pewnym zakresie. Określa ją całka w zadanej granicach całkowania funkcji rozkładu po prędkości. Widoczne jest, że prędkość cząsteczek zależy od temperatury oraz masy molowej. Takie zachowanie gazów, które dobrze opisuje rozkład, ma duże znaczenie dla składu atmosferycznego planet. Spora część cząsteczek gazów lekkich będzie się poruszała z prędkościami przewyższającymi drugą prędkość kosmiczną. Oznacza to, że cząsteczka wydostanie się z pola grawitacyjnego planety. Dlatego właśnie wodór H₂ praktycznie nie występuje w atmosferze Ziemi.

Kawa napojem bogów

Zgłębiając się w temat, zapragnęłam dowiedzieć się czegoś na temat twórców. Co ich skłoniło do rozważań na te tematy? Przecież nie jest to doświadczalne w codziennym życiu, wymaga szczególnego zainteresowania, zgłębiania. Niestety trafiałam jedynie na suche fakty - Maxwell studiował na uniwersytecie w Edynburgu, a Benoit objął posadę profesora w Petersburgu. Dopiero po dłuższym czasie⁹ trafiłam na zbiór anegdotek o znanych fizykach. Jedną z nich to informacja, że nazwisko Clapeyrona znalazło się jako jedno z 72 na wieży Eiffla. Jednak, gdybym miała wybierać, zdecydowanie bardziej wolalabym się spotkać z Maxwellem. Ten szkocki naukowiec był znany ze skłonności do ironizowania i płatania figli. Czytając jakie żarty miałam wrażenie, że znalazłam kogoś o podobnym poczuciu humoru i ciekawości świata. Kiedy umieścił figurkę człowieka w przyrządzie optycznym, który pokazywał Williamowi Thomsonowi, czy zażartował z całej uczelni przy użyciu

⁶ William Shakespeare "Hamlet", Akt III, Scena I, wers 96

⁷ <http://knm.katowice.pl/licea.php>

⁸ <http://forum.zadania.info/viewtopic.php?f=37&t=15882>

⁹ po pół godzinie

własnego wykładu inauguracyjnego¹⁰, pokazywał, że jest osobą, która jest w stanie poświęcić trochę czasu i energii, ale efekt jest tego wart. Jestem prawie pewna, że nie miałabym problemu ze znalezieniem tematu do rozmowy, gdyż on również nie ograniczał się wyłącznie do jednej dyscypliny zainteresowań. Była to nie tylko matematyka i fizyka, ale również astronomia, sztuka, poezja czy rysunek. Mam nadzieję, że spotkam kiedyś w swoim życiu człowieka podobnego do Maxwella i będę mogła z tą osobą pójść na kawę.

¹⁰ http://fizyka.net.pl/ciekawostki/ciekawostki_aou2.html

BIBLIOGRAFIA

https://pl.wikipedia.org/wiki/Beno%C3%A9_Clapeyron

https://pl.wikipedia.org/wiki/James_Clerk_Maxwell

<http://eszkola.pl/fizyka/james-clerk-maxwell-3938.html>

Encyklopedia PWN, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2013

Świat Wiedzy, Wydawnictwo Bauer

Przygody z Machafim, Wydawnictwo Czasopism i Książek Technicznych SIGMA-NOT

https://pl.wikibooks.org/wiki/Fizyka_statystyczna/Rozk%C5%82ady_klasyczne_w_fizyce

<http://fizyka.org/?teoria,15,2>