INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCOM

4CM3

EQUIPO 1:

ALDANA RODRÍGUEZ MÓNICA CONCEPCIÓN

HERRERA MEDINA FERNANDO

PATLÁN DURÁN DAVID

FILTRADO DE IMÁGENES CON SERIES DE FOURIER

Filtrado de Imágenes utilizando la Transformada de Fourier 2D

1. Introducción

La representación y procesamiento de imágenes digitales han cobrado gran relevancia en áreas como visión artificial, ingeniería biomédica, astronomía, reconocimiento de patrones y más. Comprender los fundamentos matemáticos detrás del análisis de imágenes permite optimizar procesos como la mejora visual, detección de bordes y eliminación de ruido. Una de las herramientas más poderosas para este análisis es la Transformada de Fourier, que permite representar señales en términos de sus componentes frecuenciales.

En este proyecto se desarrolló un programa en Python que permite filtrar imágenes en el dominio de la frecuencia, aplicando filtros como pasa bajas, pasa altas y elimina banda. A través de esta práctica no solo se logra modificar visualmente una imagen, sino también adquirir una comprensión profunda del funcionamiento y utilidad de la Transformada de Fourier en imágenes digitales.

2. ¿Por qué utilizamos las series de Fourier en este código?

Las imágenes, al igual que cualquier señal, pueden considerarse como una combinación de diferentes frecuencias. Las series de Fourier permiten representar funciones periódicas (o señales) como una suma infinita de funciones seno y coseno. Esto resulta útil para identificar qué frecuencias componen una imagen y cómo estas influyen en su estructura visual.

En el contexto de imágenes digitales, el análisis frecuencial facilita tareas como:

- Resaltar bordes (frecuencias altas).
- Eliminar ruido (mediante atenuación de ciertas bandas).
- Identificar patrones periódicos.
- Comprimir imágenes, manteniendo solo las componentes más significativas.

El uso de la serie y transformada de Fourier en este código permite aplicar de forma precisa operaciones de filtrado que serían más complejas o menos eficientes en el dominio espacial.

3. **Fundamentación Matemática**

3.1 Transformada de Fourier 2D

La Transformada Discreta de Fourier (DFT) para una imagen digital f(x, y) está definida como:

$$F(u,v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) \cdot e^{-j2\pi\left(\frac{ux}{M}+\frac{vy}{N}\right)}$$

donde:

- f(x, y) representa la intensidad de la imagen en coordenadas espaciales
- F(u, v) representa su espectro en el dominio de la frecuencia
- M y N son el número de filas y columnas de la imagen

La transformada inversa permite reconstruir la imagen filtrada:

$$f(x,y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u,v) \cdot e^{j2\pi\left(\frac{ux}{M}+\frac{vy}{N}\right)}$$

3.2 Filtrado en frecuencia

El filtrado se realiza multiplicando el espectro por una máscara H(u,v). Algunos tipos comunes son:

- Pasa bajas: deja pasar frecuencias bajas (zonas suaves), elimina detalles finos.
- Pasa altas: atenúa frecuencias bajas (fondos), resalta bordes.
- Elimina banda: elimina una banda específica del espectro.

4. **¿Qué librerías se usaron y por qué?**

- **numpy:** se utiliza para crear vectores, matrices, hacer operaciones matemáticas rápidas y eficientes como meshgrid, normalización y generación de patrones senoidales. Es la base del procesamiento numérico en Python.
- **matplotlib.pyplot**: permite visualizar imágenes, espectros y filtros aplicados. Es fundamental para mostrar gráficamente los resultados y facilitar el análisis visual.

- **cv2 (OpenCV):** se utiliza para cargar imágenes desde archivos, aplicar máscaras como cv2.circle al espectro, y convertir imágenes a escala de grises. OpenCV es una herramienta clave en procesamiento de imágenes.
- **scipy.fft**: proporciona funciones optimizadas para calcular la Transformada Rápida de Fourier (FFT) y su inversa:
    - **fft2:** transformada bidimensional
    - **ifft2:** inversa
    - **fftshift:** centra las frecuencias
    - **ifftshift:** reacomoda las frecuencias para la reconstrucción
- **matplotlib.use('TkAgg'):** asegura que el backend de matplotlib sea compatible con sistemas Windows y permite que las ventanas gráficas se abran correctamente.

5. Resultados

Durante la ejecución del código, se ofrecen dos opciones: cargar una imagen desde archivo o generar una imagen de prueba (patrón con funciones seno y coseno). Luego se realiza la transformada de Fourier 2D, se visualiza el espectro de magnitud y se aplica un filtro seleccionado por el usuario.

Resultados visuales obtenidos:

- Imagen original
- Espectro de magnitud
- Máscara del filtro
- Espectro filtrado
- Imagen reconstruida

Efecto de cada filtro:

- Pasa bajas: suaviza la imagen, eliminando bordes finos y ruido.
- Pasa altas: realza contornos, útil para segmentación y análisis estructural.
- Elimina banda: útil para remover patrones no deseados como interferencias.

6. ¿Cómo ayuda este código a entender el tema de Fourier?

Este código tiene un gran valor didáctico porque:

- Visualiza lo que significa la transformada de Fourier en imágenes, pasando de píxeles a frecuencias.
- Permite explorar interactivamente el impacto de cada tipo de filtro.
- Ayuda a comprender el vínculo entre frecuencia y contenido visual, es decir, cómo los bordes, detalles o áreas homogéneas corresponden a distintas regiones del espectro.
- Facilita la aplicación práctica de teoría matemática compleja, consolidando los conceptos aprendidos en clase.

Además, los resultados gráficos permiten desarrollar una intuición sobre el espectro de una imagen y cómo las máscaras actúan sobre él.

7. Conclusiones

- La Transformada de Fourier es una herramienta poderosa para el análisis y procesamiento de imágenes, permitiendo operar directamente sobre la información frecuencial.
- El código desarrollado demuestra que mediante máscaras simples se pueden aplicar distintos tipos de filtros, modificando significativamente la percepción visual de una imagen.
- Las librerías utilizadas fueron seleccionadas por su eficiencia, facilidad de uso y poder de visualización, haciendo del código una herramienta efectiva para el aprendizaje.
- Esta práctica facilita no solo la aplicación, sino también la comprensión teórica del concepto de Fourier en dos dimensiones.