

MATLAB este un software matematic destinat calculului numeric, programării, modelării și simulării numerice, prelucrărilor de date, reprezentărilor grafice în știință și inginerie, crearea de interfețe cu utilizatorul și interfatarea cu programe scrise în alte limbaje inclusiv C, C++, C#, Java, Fortran și Python.

Funcții importante care sunt utilizate în mod obișnuit atunci când avem de-a face cu modele matematice MIM-isi sau MIM-ii

- 1) **ss**: construiește MIM-isi sau convertește un model la MIM-isi

$$[sys] = ss(A, B, C, D) \rightarrow \text{crează un obiect } [sys] \text{ reprezentând MIM-isi-ul:}$$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$
- 2) **tf**: construiește MIM-ii sau convertește un model la MIM-ii (funcție de transfer)

$$[sys] = tf(num, den) \rightarrow \text{crează o funcție de transfer în timp continuu } [sys] \text{ cu numărătorul } [num] \text{ și numitorul } [den]$$
- 3) **zpk**: construiește o reprezentare zerouri-poli-coeficienti sau convertește modelul la formatul zerouri-poli-coeficienti

$$[sys] = zpk(z, p, k) \rightarrow \text{crează un model (reprezentare) zerouri-poli-coeficienti în timp continuu } [sys] \text{ cu zerourile } [z], \text{ poli } [p] \text{ și coeficientii } [k]$$
- 4) **ssdata**: acces rapid la un model MIM-isi

$$[A, B, C, D] = ssdata(sys) \rightarrow \text{extrage matricile } A, B, C \text{ și } D \text{ din modelul MIM-isi } [sys]$$
- 5) **tfdata**: acces rapid la un model MIM-ii (funcție de transfer)

$$[num, den] = tfdata(sys) \rightarrow \text{returnează numărătorul și numitorul funcției de transfer } [sys]$$
- 6) **zpkdata**: acces rapid la o reprezentare zerouri-poli-coeficienti

$$[z, p, k] = zpkdata(sys) \rightarrow \text{returnează zerourile, poli și coeficienții modelului } [sys]$$

⑦ ss2tf : convertește un model MHI-și la un model MHI-II

$$[num, den] = \text{ss2tf}(A, B, C, \Delta)$$

⑧ tf2ss : convertește un model MHI-II la un model MHI-și

$$[A, B, C, \Delta] = \text{tf2ss}(num, den)$$

Aplicatia 11: Sistemul de tip masă-arc-amortizor. Pentru sistemul masă-arc-amortizor să se utilizeze funcțiile ss și tf .

Soluție: pentru a putea utiliza funcția ss va trebui să obținem matricile A, B, C, Δ , ceea ce înseamnă că ecuația diferențială de ordinul al doilea trebuie transformată într-un set de două ecuații diferențiale de ordinul întâi.

$$F(t) - b\dot{x}(t) - kx(t) = m\ddot{x}(t)$$

$$\left. \begin{aligned} x_1(t) &= x(t) \\ x_2(t) &= \dot{x}_1(t) = \dot{x}(t) = v(t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= \dot{x}(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \ddot{x}(t) \end{aligned} \Rightarrow$$

$$F(t) - bx_2(t) - kx_1(t) = m\dot{x}_2(t) \Rightarrow \boxed{\dot{x}_2(t) = -\frac{k}{m}x_1(t) - \frac{b}{m}x_2(t) + \frac{1}{m}F(t)}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} F(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix};$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}; \Delta = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \quad \left(\begin{array}{l} \text{matricile } B \text{ și } \Delta \\ \text{trebuie să aibă același} \\ \text{număr de coloane} \end{array} \right)$$

Următorul pas constă în crearea fișierului m-file unde va trebui să introducem valorile parametrilor m, k, b și F . Apoi vom putea defini matricile A, B, C și Δ .

Pentru a putea utiliza funcția $[t]$ va trebui să obținem funcția de transfer $H(s) = \frac{X(s)}{F(s)}$. În acest caz se aplică transformata Laplace ecuației de ordinul al doilea în condiții inițiale nule.

$$F(t) - b\dot{x}(t) - kx(t) = m\ddot{x}(t) \quad / \mathcal{L}$$

$$F(s) - b s X(s) - k X(s) = m s^2 X(s) \Rightarrow X(s)(m s^2 + b s + k) = F(s) \Rightarrow$$

$$\boxed{H(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{m s^2 + b s + k}}$$

Pentru a introduce modelul ca funcție de transfer, există două variante de lucru. În primul rând, variabila simbolică „s” este utilizată conform următoarelor 2 linii de cod:

$$s = tf('s');$$

$$sys = 1/(m*s^2 + b*s + k)$$

A doua variantă presupune cunoașterea gradelor și a coeficienților celor 2 polinoame: numărătorul și numitorul

$$num = [1];$$

$$den = [m \ b \ k];$$

$$sys = tf(num, den)$$

Aplicatia 2: Un sistem electric. Aceleași cerințe ca la aplicația 1.

Soluție: pentru a putea utiliza funcția $[s]$ va trebui să obținem matricile A, B, C și $d \Rightarrow$ ecuația diferențială de ordinul al doilea trebuie transformată într-un set de două ecuații diferențiale de ordinul întâi.

$$\left. \begin{aligned} V(t) - L i'(t) - R i(t) - \frac{1}{C} \int i(t) dt &= 0 \\ q(t) &= \int i(t) dt \end{aligned} \right\} \Rightarrow V(t) - L i'(t) - R i(t) - \frac{1}{C} q(t) = 0$$

$$\Rightarrow L i'(t) = -\frac{1}{C} q(t) - R i(t) + V(t) \quad | : L$$

$$\Rightarrow i'(t) = -\frac{1}{LC} q(t) - \frac{R}{L} i(t) + \frac{1}{L} V(t)$$

$$\left. \begin{aligned} x_1(t) &= q(t) \\ x_2(t) &= i(t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= \dot{q}(t) = i(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= i'(t) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{x}_2(t) = -\frac{1}{LC} x_1(t) - \frac{R}{L} x_2(t) + \frac{1}{L} V(t)}$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} V(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}; C = [0 \quad 1]; \Delta = [0]$$

Următorul pas constă în crearea fișierului m-file unde va trebui să introducem valorile parametrilor L, R și C . Apoi vom putea defini matricile A, B, C și Δ .

Pentru a putea utiliza funcția `tf` va trebui să obținem f.d.t. $H(s) = \frac{I(s)}{V(s)}$. În acest caz se aplică transformata Laplace ecuației de ordinul al doilea în condiții inițiale nule.

$$V(t) - L i'(t) - R i(t) - \frac{1}{C} \int i(t) dt = 0 \Rightarrow V'(t) - L i''(t) - R i'(t) - \frac{1}{C} i(t) = 0 / \mathcal{L}$$

$$sV(s) - L s^2 I(s) - R s I(s) - \frac{1}{C} I(s) = 0 \Rightarrow I(s) (L s^2 + R s + \frac{1}{C}) = sV(s) \Rightarrow$$

$$H(s) = \frac{I(s)}{V(s)} = \frac{s}{L s^2 + R s + \frac{1}{C}}$$

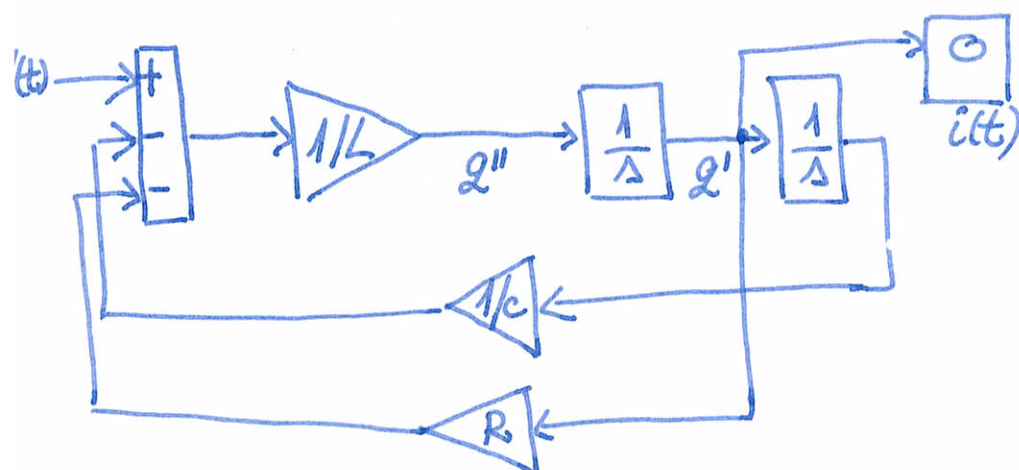
$$\Delta = \text{tf}(1, \Delta');$$

$$\Delta_{sys} = \Delta / (L * \Delta^2 + R * \Delta + 1/C)$$

$$\text{num} = [1 \quad 0];$$

$$\text{den} = [L \quad R \quad 1/C];$$

$$\text{sys} = \text{tf}(\text{num}, \text{den})$$



$$L i'(t) = -R i(t) - \frac{1}{C} \int i(t) dt + V(t) \Rightarrow i'(t) = \frac{1}{L} \left[\frac{1}{C} \int i(t) dt - R i(t) + V(t) \right]$$

$$\int i(t) dt \Rightarrow \int i'(t) dt = i(t)$$