

Devoir 5 : Paradigme

Nathan Tihon

March 2021

1 Propriété de Church-Rosser : Question 6

1.1 Première expression : $(\lambda x. \lambda y. x)((\lambda x. x)y)$

Simplifions d'abord cette expression en réduisant par la gauche. On a successivement :

$$\begin{aligned} (\lambda x. \lambda y. x)((\lambda x. x)y) &\xrightarrow{\alpha} (\lambda x. \lambda a. x)((\lambda x. x)y) \\ &\xrightarrow{\beta} \lambda a. (\lambda x. x)y \\ &\xrightarrow{\beta} \lambda a. y \end{aligned}$$

Simplifions maintenant par la droite :

$$\begin{aligned} (\lambda x. \lambda y. x)((\lambda x. x)y) &\xrightarrow{\beta} (\lambda x. \lambda y. x)y \\ &\xrightarrow{\alpha} (\lambda x. \lambda a. x)y \\ &\xrightarrow{\beta} \lambda a. y \end{aligned}$$

On remarque que les deux exécutions donnent la même solution.

1.2 Seconde expression : $(\lambda x. \lambda y. xy)(\lambda z. z)(\lambda w. w)$

Simplifions par la gauche. Nous avons successivement :

$$\begin{aligned} (\lambda x. \lambda y. xy)(\lambda z. z)(\lambda w. w) &\xrightarrow{\beta} (\lambda y. (\lambda z. z)y)(\lambda w. w) \\ &\xrightarrow{\beta} (\lambda y. y)(\lambda w. w) \\ &\xrightarrow{\beta} (\lambda w. w) \end{aligned}$$

Simplifions maintenant par la droite :

$$\begin{aligned} (\lambda x. \lambda y. xy)(\lambda z. z)(\lambda w. w) &\xrightarrow{\beta} (\lambda x. \lambda y. xy)(\lambda w. w) \\ &\xrightarrow{\beta} (\lambda y. (\lambda w. w)y) \\ &\xrightarrow{\beta} (\lambda y. y) \end{aligned}$$

On remarquera facilement que ces deux expressions sont α -équivalentes.