

Fundamentos de Lógica



Conceito de Lógica



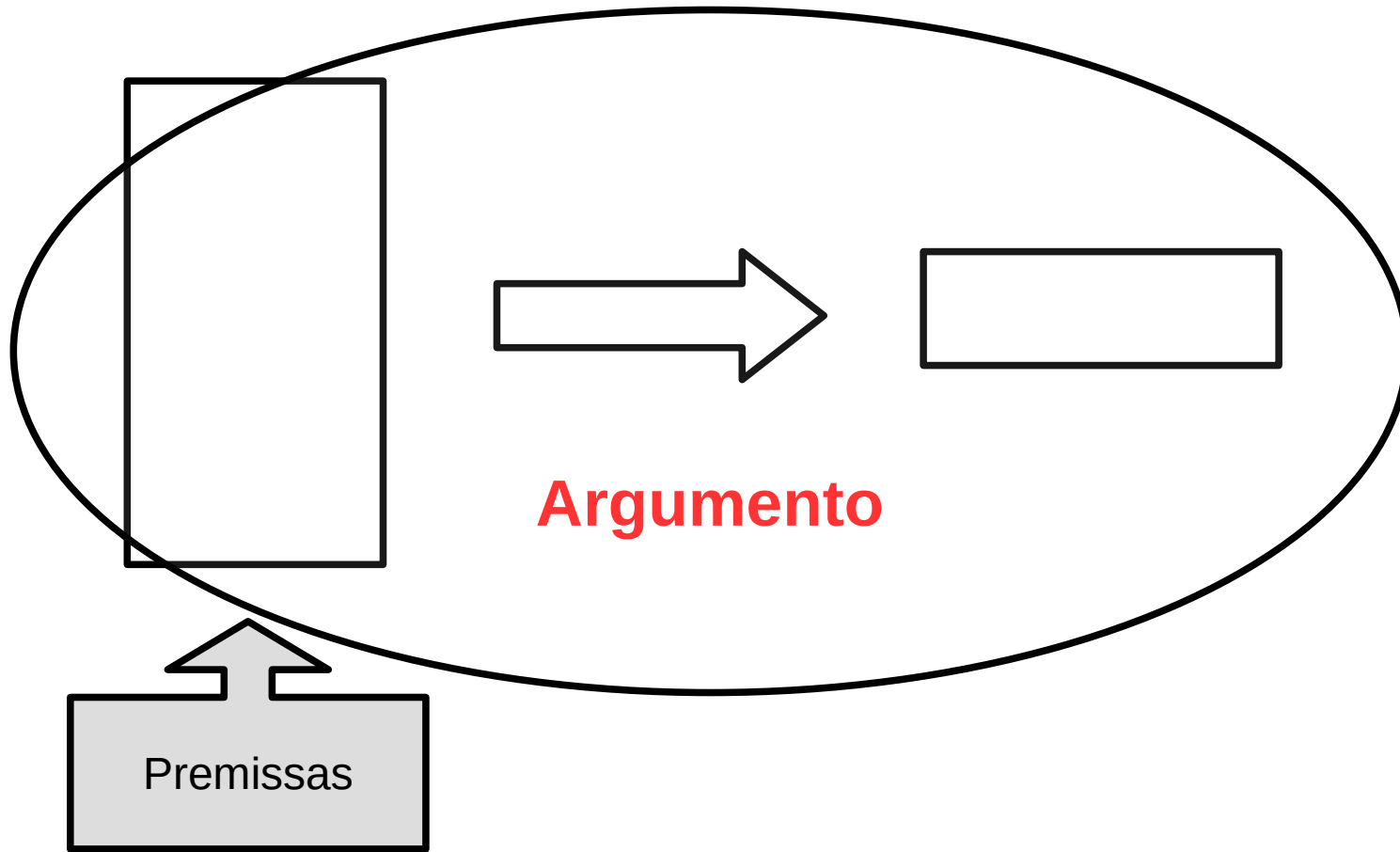
- Lógica simbólica ou lógica matemática é a ciência que estuda a estrutura de um pensamento completo para diferenciar de **argumentos** verdadeiros e falsos.

Argumentos



- É um conjunto de várias proposições, antecedentes, que por consequente tem uma outra proposição como conclusão

Estrutura Lógica



Premissas

Argumento

Tabela Verdade



Tabela verdade é um mecanismo utilizado na lógica matemática para definição de um valor lógico (verdadeiro ou falso) de uma premissa.

Em lógica, as proposições representam pensamentos completos e indicam afirmações de fatos ou ideias.

Utiliza-se a tabela verdade em proposições compostas, ou seja, sentenças formadas por proposições simples, sendo que o resultado do valor lógico depende apenas do valor de cada proposição.

Para combinar proposições simples e formar proposições compostas são utilizados conectivos lógicos. Estes conectivos representam operações lógicas.





Proposição / premissa simples

p: O número dez é par

q: O número onze é impar

Proposição / premissa composta

P: O número dez é par **e** o número onze é impar

Para formar as proposições compostas se faz necessários os **conectivos lógicos**



No quadro abaixo, indicamos os **principais conectivos**, os símbolos usados para representá-los, a operação lógica que representam e o resultante valor lógico.

Relação	Conectivo	Valor Lógico
Conjunção	E (\wedge)	Terá valor Verdadeiro quando as premissas forem verdadeiras
Disjunção	OU (\vee)	Terá valor Verdadeiro quando uma das premissas for verdadeira
Implicação (condicional)	Se ... então (\rightarrow)	Terá valor Falso quando a antecedente for Verdadeira e consequente for Falsa
Bi implicação (Bicondincional)	Se e somente se (\leftrightarrow)	Será Verdadeira quando as premissas forem Verdadeiras ou quando as premissas forem falsas
Negação	Não (\sim)	Terá valor Verdadeiro quando a premissa for Falsa e vice versa



Tabela Verdade da Negação	
p	$\sim p$
V	F
F	V

Exemplo:

p : Paulo é um corredor

$\sim p$: Paulo não é um corredor





Tabela Verdade da Conjunção

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Exemplo: Qual o valor lógico de $p \wedge q$?

p: Ônibus é um meio de transporte

q: Focus é um carro da marca Ford





Tabela Verdade da Disjunção

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F



Tabela Verdade da Condicional

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

p: Nasci em Mato Grosso

q: Sou brasileiro

$p \rightarrow q$: Se nasci em Mato Grosso, então sou Brasileiro

Antecedente

Consequente



Tabela Verdade da Bi-Condicional

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Exemplo:

Comprarei uma moto **se, e somente se**, receber o salário do mês



Construção da Tabela Verdade



Para construir a tabela verdade devemos colocar os valores lógicos como verdadeiro ou falso para cada uma das proposições simples que formam a conclusão (proposição composta).

Tabela Verdade da Conjunção		
p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Para determinar o número de linhas da tabela iremos identificar a quantidade de proposições (antecedentes) que devemos atribuir como valor n . O cálculo da quantidade de linhas da tabela será utilizado a fórmula 2^n .



Exemplo: Calcular a quantidades de linhas de uma tabela verdade das seguintes proposições **p** e **q**

Duas proposições (p e q) logo n será igual a 2.

$$2^n = 2^2 = 4$$

Portanto teremos **4 linhas**

linha	p	q	p e q
1			
2			
3			
4			

Para determinar a sequência dos valores lógicos em uma tabela verdade devemos colocar todas as possibilidades possíveis utilizando a seguinte fórmula $2^{(n-k)}$ onde k é a posição da coluna que devemos preencher com valores verdadeiros e também com valores falsos **seguidos**.



linha	p	q	p e q
1	V	V	
2	V	F	
3	F	V	
4	F	F	

Duas proposições (p e q)
Logo $n=2$
Portanto teremos $2^n = 2^2$ linhas (4)

Segunda coluna terá V e F alternado
 $k=2$ e $2^{2-2}=2^0=1$

Primeira coluna terá 2 V seguidos e 2 F seguidos
 $k=1$ e $2^{2-1}=2^1=2$

Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q,r) = p \wedge q \wedge r$



Passos para construção da nossa tabela verdade

1º Passo: Temos 3 proposições (p, q, r) logo o nosso $n=3$

2º Passo: Aplicar na fórmula 2^n para ver quantas linhas teremos na nossa tabela. Aplicando o valor $n=3$ teremos 8 linhas ($2^3=8$ linhas)

3º Passo: Verificar a quantidades de V e F seguidos em cada posição da nossa tabela. Para isso devemos pegar a primeira posição (a esquerda da tabela) e aplicar na fórmula 2^{n-k} . Neste caso o nosso $n=3$ e o nosso $k=1$ (primeira posição). Isso corresponde a $2^{3-1}=2^2=4$ que será 4 V seguidos e depois 4 F seguidos.

4º Passo: Pegar a segunda posição da coluna onde o $K=2$ (segunda posição) e aplicar na fórmula 2^{n-k} . Isso corresponde a $2^{3-2}=2^1=2$ que será 2 V seguidos e depois 2 F seguidos.

5º Passo: Pegar a terceira posição da coluna onde o $K=3$ (terceira posição) e aplicar na fórmula 2^{n-k} . Isso corresponde a $2^{3-3}=2^0=1$ que será 1 V e depois 1 F alternados.

Observe o próximo slide a tabela construída



p	q	r	$p \wedge q \wedge r$
V	V	V	V
V	V	F	F
V	F	V	F
V	F	F	F
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	F
F	F	F	F



Exercícios Tabela Verdade



Construir a seguinte tabela verdade

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$p \wedge q$	$\sim p \vee q$	$p \wedge \sim q$	$\sim(p \vee \sim q)$	$(\sim p \wedge q)$



Exercícios Tabela Verdade



Resultado da tabela verdade

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$p \wedge q$	$\sim p \vee q$	$p \wedge \sim q$	$\sim(p \vee \sim q)$	$(\sim p \wedge q)$
V	V	F	F	V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	F	V	F	V	V
F	F	V	V	F	F	V	F	F	F



Exercícios Tabela Verdade



Construir a seguinte tabela verdade

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$\sim p \rightarrow q$	$p \rightarrow \sim q$	$(p \vee \sim q)$	$\sim(\sim p \rightarrow q)$



Exercícios Tabela Verdade



Resultado da tabela verdade

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$\sim p \rightarrow q$	$p \rightarrow \sim q$	$(p \vee \sim q)$	$\sim(\sim p \rightarrow q)$
V	V	F	F	V	V	V	F	V	F
V	F	F	V	F	F	V	V	V	F
F	V	V	F	V	F	V	V	F	F
F	F	V	V	V	V	F	V	V	V



Exercícios:



- 1ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q) = p \wedge q$
- 2ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q) = p \wedge \sim q$
- 3ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q) = \sim(p \vee q)$
- 4ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q) = \sim(\sim p \vee q) \wedge q$
- 5ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q) = \sim(p \vee q) \wedge (\sim p \vee q)$
- 6ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q) = \sim(p \vee \sim q) \rightarrow (\sim p \vee q)$
- 7ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q,r) = p \wedge q \wedge r$
- 8ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q,r) = p \wedge \sim q \wedge \sim r$
- 9ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q,r) = \sim p \wedge q \wedge \sim r$
- 10ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q,r) = \sim p \wedge (\sim q \wedge \sim r)$
- 11ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q,r) = \sim(p \wedge \sim q) \wedge \sim r$
- 12ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q,r) = (\sim p \wedge \sim q) \wedge r$
- 13ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q,r) = (\sim p \rightarrow \sim q) \rightarrow \sim r$
- 14ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q,r) = (p \wedge \sim q) \leftrightarrow \sim r$
- 15ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q,r) = (p \wedge \sim r) \wedge (r \vee \sim q)$