# Fundamentos de Lógica

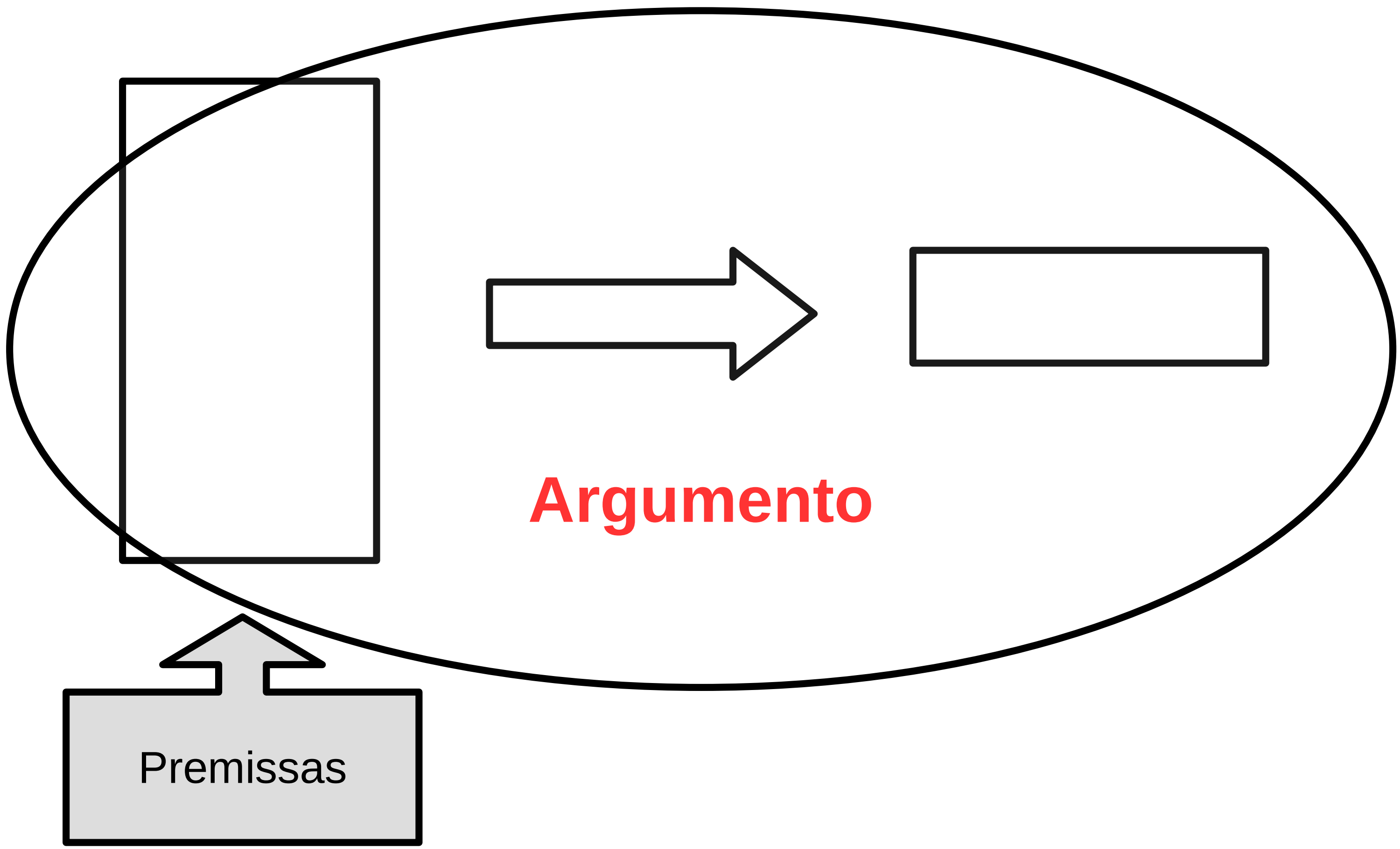
# Conceito de Lógica

- Lógica simbólica ou lógica matemática é a ciência que estuda a estrutura de um pensamento completo para diferenciar de **argumentos** verdadeiros e falsos.

# Argumentos

- É um conjunto de várias proposições, antecedentes, que por consequente tem uma outra proposição como conclusão

# Estrutura Lógica



# Tabela Verdade

Tabela verdade é um mecanismo utilizado na lógica matemática para definição de um valor lógico (verdadeiro ou falso) de uma premissa.

Em lógica, as proposições representam pensamentos completos e indicam afirmações de fatos ou ideias.

Utiliza-se a tabela verdade em proposições compostas, ou seja, sentenças formadas por proposições simples, sendo que o resultado do valor lógico depende apenas do valor de cada proposição.

Para combinar proposições simples e formar proposições compostas são utilizados conectivos lógicos. Estes conectivos representam operações lógicas.

## Proposição / premissa simples

p: O número dez é par

q: O número onze é impar

## Proposição / premissa composta

P: O número dez é par **e** o número onze é impar

Para formar as proposições compostas se faz necessários os **conectivos lógicos**

No quadro abaixo, indicamos os **principais conectivos**, os símbolos usados para representá-los, a operação lógica que representam e o resultante valor lógico.

| Relação | Conectivo | Valor Lógico |
|---|---|---|
| Conjunção | E (∧) | Terá valor Verdadeiro quando as premissas forem verdadeiras |
| Disjunção | OU (V) | Terá valor Verdadeiro quando uma das premissas for verdadeira |
| Implicação (condicional) | Se … então ( → ) | Terá valor Falso quando a antecedente for Verdadeira e consequente for Falsa |
| Bi implicação (Bicondincional) | Se e somente se (↔) | Será Verdadeira quando as premissas forem Verdadeiras ou quando as premissas forem falsas |
| Negação | Não (~) | Terá valor Verdadeiro quando a premissa for Falsa e vice versa |
| | | |

| Tabela Verdade da Negação | |
|---|---|
| p | ~p |
| V | F |
| F | V |

Exemplo:

p:   Paulo é um corredor
~p: Paulo não é um corredor

| Tabela Verdade da Conjunção | | |
|---|---|---|
| p | q | p ∧ q |
| V | V | **V** |
| V | F | **F** |
| F | V | **F** |
| F | F | **F** |

Exemplo: Qual o valor lógico de p ∧ q ?

p: Ônibus é um meio de transporte
q: Focus é um carro da marca Ford

| Tabela Verdade da Disjunção | | |
|---|---|---|
| p | q | p V q |
| V | V | **V** |
| V | F | **V** |
| F | V | **V** |
| F | F | **F** |

## Tabela Verdade da Condicional

| p | q | $p \rightarrow q$ |
|---|---|---|
| V | V | **V** |
| V | F | **F** |
| F | V | **V** |
| F | F | **V** |

p: Nasci em Mato Grosso
q: Sou brasileiro
$p \rightarrow q$: Se nasci em Mato Grosso, então sou Brasileiro

Antecedente    Consequente

| Tabela Verdade da Bi-Condicional | | |
|---|---|---|
| p | q | $p \leftrightarrow q$ |
| V | V | **V** |
| V | F | **F** |
| F | V | **F** |
| F | F | **V** |

Exemplo:
Comprarei uma moto **se, e somente se**, receber o salário do mês

# Construção da Tabela Verdade

Para construir a tabela verdade devemos colocar os valores lógicos como verdadeiro ou falso para cada uma das proposições simples que formam a conclusão (proposição composta).

| **Tabela Verdade da Conjunção** | | |
|---|---|---|
| p | q | p ∧ q |
| V | V | **V** |
| V | F | **F** |
| F | V | **F** |
| F | F | **F** |

Para determinar o número de linhas da tabela iremos identificar a quantidade de proposições (antecedentes) que devemos atribuir como valor n. O cálculo da quantidade de linhas da tabela será utilizado a fórmula $2^n$.

Exemplo: Calcular a quantidades de linhas de uma tabela verdade das seguintes proposições **p** e **q**

Duas proposições (p e q) logo **n** será igual a **2**.

$$2^n = 2^2 = 4$$

Portanto teremos **4 linhas**

| linha | p | q | p e q |
|---|---|---|---|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |

Para determinar a sequencia dos valores lógicos em uma tabela verdade devemos colocar todas as possibilidades possíveis utilizando a seguinte fórmula $\mathbf{2^{(n-k)}}$ onde **k** é a posição da coluna que devemos preencher com valores verdadeiros e também com valores falsos **seguidos**.

| linha | p | q | p e q |
|---|---|---|---|
| 1 | V | V | |
| 2 | V | F | |
| 3 | F | V | |
| 4 | F | F | |

Duas proposições (p e q)
Logo n=2
Portanto teremos $2^n = 2^2$ linhas (4)

Segunda coluna terá V e F alternado
k=2 e $2^{2-2}=2^0=1$

Primeira coluna terá 2 V seguidos e 2 F seguidos
k=1 e $2^{2-1}=2^1=2$

# Construa a tabela verdade da proposição P(p,q,r) = p^q^r

Passos para construção da nossa tabela verdade

**1º Passo:** Temos 3 proposições (p, q , r) logo o nosso n=3

**2º Passo:** Aplicar na fórmula $2^n$ para ver quantas linhas teremos na nossa tabela. Aplicando o valor n=3 teremos 8 linhas ($2^3$=8 linhas)

**3º Passo:** Verificar a quantidades de V e F seguidos em cada posição da nossa tabela. Para isso devemos pegar a primeira posição (a esquerda da tabela) e aplicar na fórmula $2^{n-k}$. Neste caso o nosso n=3 e o nosso k=1 (primeira posição). Isso corresponde a $2^{3-1}$=$2^{2=}$4 que será 4 V seguidos e depois 4 F seguidos.

**4º Passo:** Pegar a segunda posição da coluna onde o K=2 (segunda posição) e aplicar na fórmula $2^{n-k}$. Isso corresponde a $2^{3-2}$=$2^{1=}$2 que será 2 V seguidos e depois 2 F seguidos.

**5º Passo:** Pegar a terceira posição da coluna onde o K=3 (terceira posição) e aplicar na fórmula $2^{n-k}$. Isso corresponde a $2^{3-3}$=$2^{0=}$1 que será 1 V e depois 1 F alternados.

**Observe o próximo slide a tabela construída**

| p | q | r | p^q^r |
|---|---|---|---|
| V | V | V | V |
| V | V | F | F |
| V | F | V | F |
| V | F | F | F |
| F | V | V | F |
| F | V | F | F |
| F | F | V | F |
| F | F | F | F |

# Exercícios Tabela Verdade

## Construir a seguinte tabela verdade

| p | q | ~p | ~q | p V q | p ∧ q | ~pVq | p ∧~q | ~(pV~q) | (~p ∧ q) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

# Exercícios Tabela Verdade

## Resultado da tabela verdade

| p | q | ~p | ~q | p V q | p ∧ q | ~pVq | p ∧~q | ~(pV~q) | (~p ∧ q) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | F | F | V | V | V | F | F | F |
| V | F | F | V | V | F | F | V | F | F |
| F | V | V | F | V | F | V | F | V | V |
| F | F | V | V | F | F | V | F | F | F |

# Exercícios Tabela Verdade

## **Construir a seguinte tabela verdade**

| p | q | ~p | ~q | p --> q | p <--> q | ~p-->q | p -->~q | (pV~q) | ~(~p--> q) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

# Exercícios Tabela Verdade

## Resultado da tabela verdade

| p | q | ~p | ~q | p --> q | p <--> q | ~p-->q | p -->~q | (pV~q) | ~(~p--> q) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | F | F | V | V | V | F | V | F |
| V | F | F | V | F | F | V | V | V | F |
| F | V | V | F | V | F | V | V | F | F |
| F | F | V | V | V | V | F | V | V | V |

Exercícios:

1ª Questão:Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q) = p \wedge q$

2ª Questão:Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q) = p \wedge \sim q$

3ª Questão:Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q) = \sim(p \vee q)$

4ª Questão:Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q) = \sim(\sim p \vee q) \wedge q$

5ª Questão:Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q) = \sim(p \vee q) \wedge (\sim p \vee q)$

6ª Questão:Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q) = \sim(p \vee \sim q) \rightarrow (\sim p \vee q)$

7ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q,r) = p \wedge q \wedge r$

8ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q,r) = p \wedge \sim q \wedge \sim r$

9ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q,r) = \sim p \wedge q \wedge \sim r$

10ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q,r) = \sim p \wedge (\sim q \wedge \sim r)$

11ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q,r) = \sim(p \wedge \sim q) \wedge \sim r$

12ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q,r) = (\sim p \wedge \sim q) \wedge r$

13ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q,r) = (\sim p \rightarrow \sim q) \rightarrow \sim r$

14ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q,r) = (p \wedge \sim q) \leftrightarrow \sim r$

15ª Questão: Construa a tabela verdade da proposição $P(p,q,r) = (p \wedge \sim r) \wedge (r \vee \sim q)$

# Circuito Lógico ou Portas

“Portas ou circuitos lógicos são dispositivos que operam e trabalham com um ou mais sinais lógicos de entrada para produzir uma e somente uma saída, dependente da função implementada no circuito” (Wikipédia)

“Os circuitos digitais ou circuitos lógicos são definidos como circuitos eletrônicos que empregam a utilização de sinais elétricos em apenas dois níveis de corrente (ou tensão) para definir a representação de valores binários” (Wikipédia)

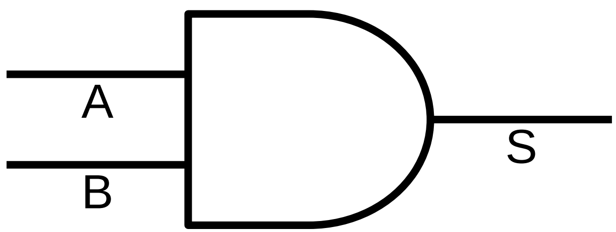
# Circuito Lógico ou Portas

| | |
|---|---|
| **V** | **1** |
| **F** | **0** |

| p | q | p AND q |
|---|---|---|
| V | V | **V** |
| V | F | **F** |
| F | V | **F** |
| F | F | **F** |

| A | B | A . B |
|---|---|---|
| 1 | 1 | **1** |
| 1 | 0 | **0** |
| 0 | 1 | **0** |
| 0 | 0 | **0** |

# Expressões Booleanas derivadas de Circuito Lógico

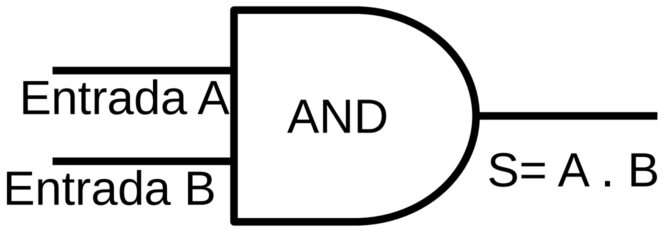


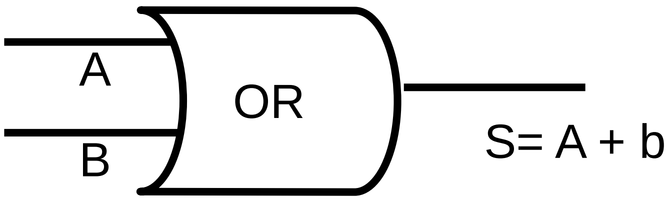

$S = A . B$

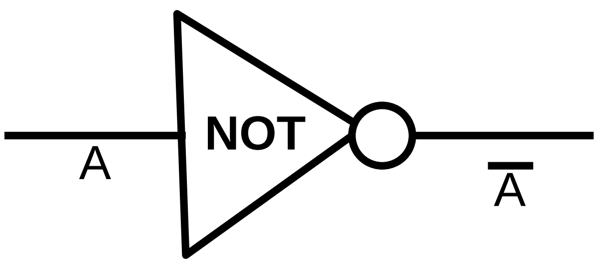
**Circuito Lógico** ⇔ **Expressões Booleanas**

Podemos extrair expressões booleanas a partir de um circuito lógico e vice versa

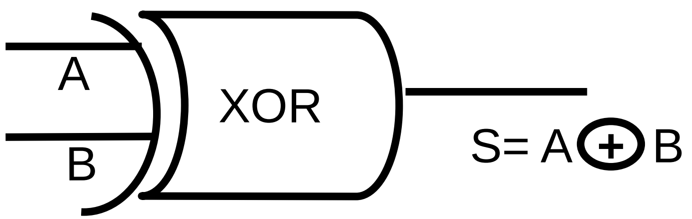
# Simbologia do Circuito Lógico



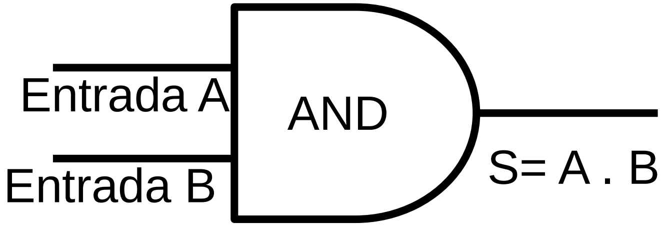



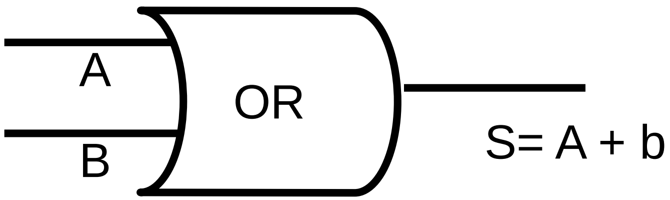




**INVERSOR**



# Portas Lógicas e Tabela Verdade

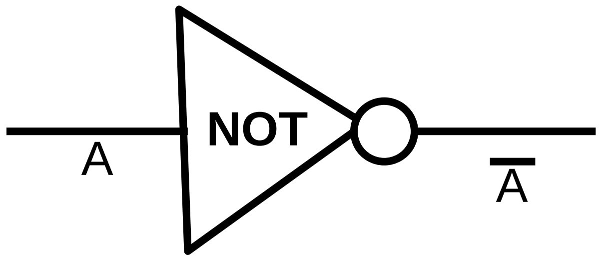


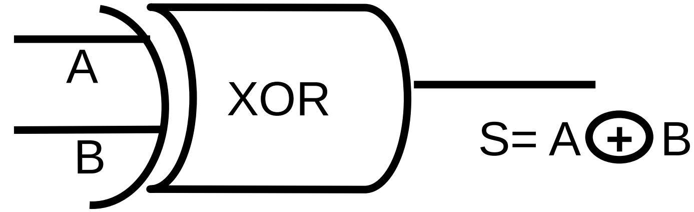

| AND | | |
|---|---|---|
| A | B | S = A . B |
| 1 | 1 | **1** |
| 1 | 0 | **0** |
| 0 | 1 | **0** |
| 0 | 0 | **0** |

| OR | | |
|---|---|---|
| A | B | S = A + B |
| 1 | 1 | **1** |
| 1 | 0 | **1** |
| 0 | 1 | **1** |
| 0 | 0 | **0** |

# Portas Lógicas e Tabela Verdade




**INVERSOR**



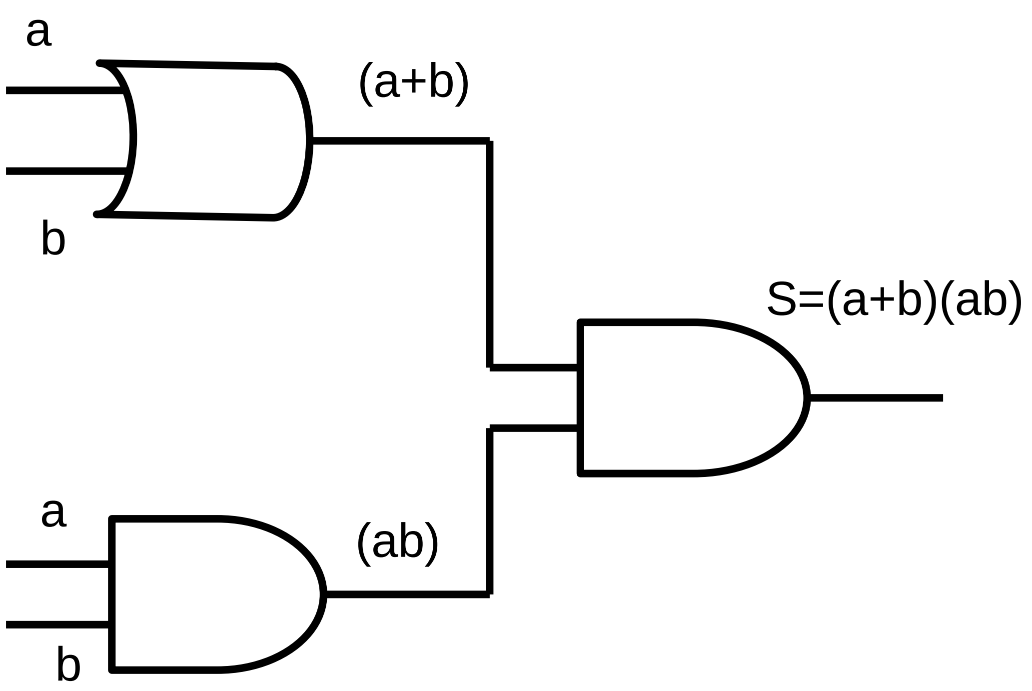

| NOT | |
|---|---|
| A | $S = \overline{A}$ |
| 1 | 0 |
| 0 | 1 |

A porta **XOR** (Exclusive OR / OU Exclusivo) é uma porta de duas entradas que produz em sua saída **‘1’** para entradas com **valores diferentes**, e o **‘0’** para entradas com **valores iguais**

| XOR | | |
|---|---|---|
| A | B | $S= A \oplus B$ |
| 1 | 1 | **0** |
| 1 | 0 | **1** |
| 0 | 1 | **1** |
| 0 | 0 | **0** |

# Exemplo de Portas Lógicas e Tabela Verdade

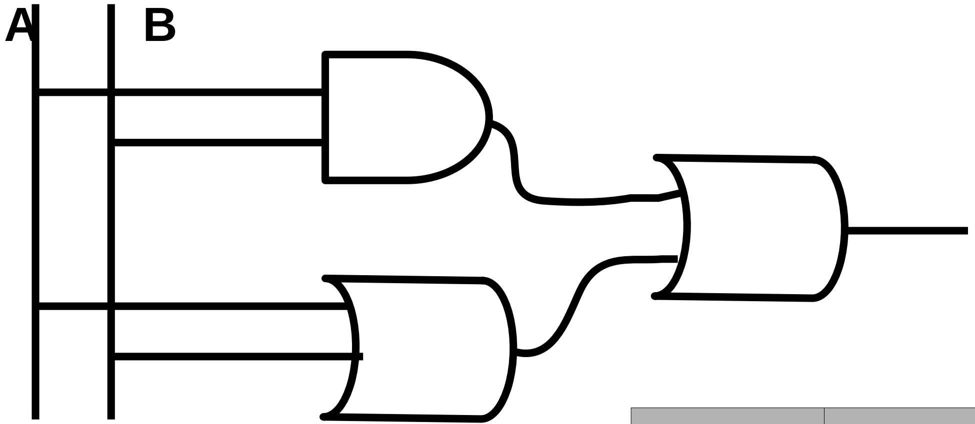
**Construir o circuito lógico e tabela verdade a partir da expressão booleana** **S= (a+b)(ab)**




| **S = (a+b)(ab)** | | | | |
|---|---|---|---|---|
| a | b | a+b | ab | S |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

**Exercícios Resolvido:** **Construir o circuito lógico e tabela verdade a partir da expressão booleana abaixo.**

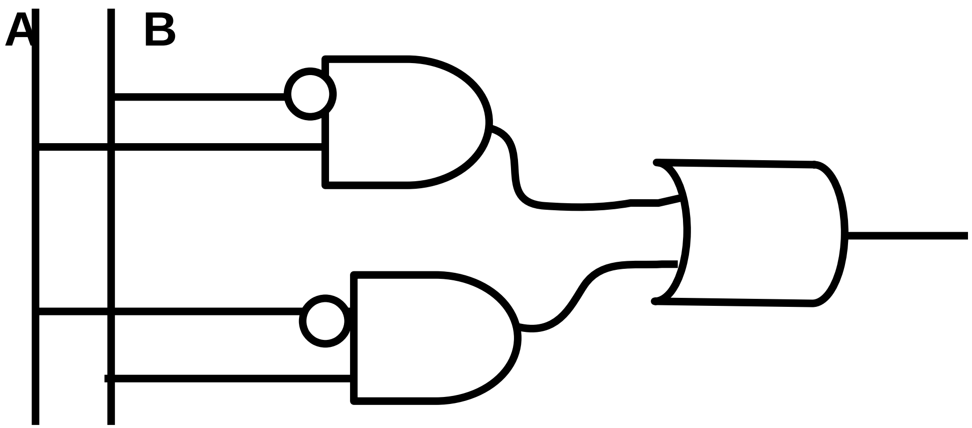
**S= (AB) + (A+B)**




| A | B | AB | A+B | (AB)+(A+B) |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

**Exercícios Resolvido:** **Construir o circuito lógico e tabela verdade a partir da expressão booleana abaixo.**

$$S=(\overline{B}\,A)+(\overline{A}\,B)$$




| A | B | $\overline{A}$ | $\overline{B}$ | $\overline{B}\,A$ | $\overline{A}\,B$ | S |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

**Exercícios:** **Construir o circuito lógico e tabela verdade a partir da expressão booleana abaixo.**

$$(ab)+b \qquad (ab)b \qquad a+b+(ab) \qquad ab+c$$

$$(ab)+(cd) \qquad (abc)+(bc) \qquad (a+b)(c+d) \qquad \overline{a}\,bc+(\overline{bc})$$

$$[a+b+(ab\,\overline{c})] \qquad \overline{(a\,\overline{b})}+(c+d)\,\overline{d} \qquad \overline{[\overline{(a\,\overline{b})}+(c+d)\,\overline{d}]}$$