2022-2023学年九年级数学中考复习《二次函数与最值问题综合》专题提升训练（附答案）

一、单选题

1．关于抛物线$y=-x^2+x+2$，下列结论正确的是（　）

A．抛物线开口向上　　B．当$x<1$时，y随x的增大而减小

C．抛物线的对称轴是直线$x=\frac{1}{2}$　　D．函数$y=-x^2+x+2$的最大值为2

2．已知二次函数$y=mx^2-2mx$（m为常数），当$-1\le x\le 2$时，函数值y的最小值为-2，则m的值是（　　）

A．-2　　B．1　　C．2或$-\frac{2}{3}$　　D．-1

3．已知二次函数$y=x^2+2(m-2)x-m+2$的图象与x轴最多有一个公共点，若$y=m^2-2tm-3$的最小值为3，则t的值为（　）

A．$-\frac{1}{2}$　　B．$\frac{3}{2}$或$-\frac{3}{2}$　　C．$-\frac{5}{2}$或$-\frac{3}{2}$　　D．$-\frac{5}{2}$

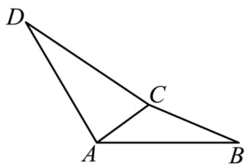
4．已知抛物线$y=x^2-2x+3$，则当$0\le x\le 3$时，函数的最大值为（　）

A．3　　B．6　　C．9　　D．2

5．在平面直角坐标系中，二次函数$y=x^2+mx+m^2+m$（m为常数）的图象经过点$(0,6)$，其对称轴在y轴的右侧，该二次函数有（　）

A．最小值$\frac{15}{4}$　　B．最小值5　　C．最大值$\frac{15}{4}$　　D．最大值5

6．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=120°$，$AC+BC=3$，将AB绕点A逆时针旋转$120°$得到AD，则线段CD的最小值是（ ）



A．$\frac{27}{4}$　　B．$2\sqrt{3}$　　C．$\frac{27\sqrt{3}}{4}$　　D．$\frac{3\sqrt{3}}{2}$

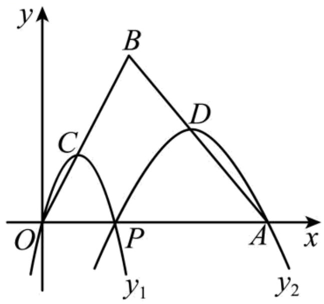
7．如图，要围一个矩形菜园$ABCD$，其中一边AD是墙，且AD的长不能超过26m，其余的三边为AB，BC，CD，且这三边的和为40m，有下列结论：

①AB的长可以为6m；②AB的长有两个不同的值满足菜园$ABCD$面积为192m^2；

③菜园$ABCD$面积的最大值为210m^2．其中，正确结论的个数是（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

8．如图，平面直角坐标系中，已知点$A(6,0)$，$B(2,4)$，P是线段OA上任意一点（不含端点O、A），过P、O两点的二次函数y_1和过P、A两点的二次函数y_2的图象开口均向下，它们的顶点分别在线段OB，AB上，则这两个二次函数的最大值之积的最大值为（　）



A．5　　　　B．5.5　　　　C．4.5　　　　D．4

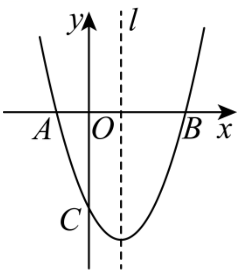
二、填空题

9．当$a \le x \le a+1$时，函数$y=x^2-2x+1$的最小值为 1，则a的值为_____.

10．已知二次函数$y=(m-1)x^2+m^2+1$有最大值5，则$m=$_______.

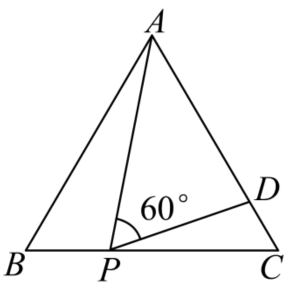
11．已知$x=m$是一元二次方程$x^2+2x+n-3=0$的一个根，则$m+n$的最大值为________.

12．如图，已知抛物线$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$经过$A(-1,0)$，$B(3,0)$，$C(0,-3)$三点，直线l是抛物线的对称轴，点M是直线l上的一个动点，当$MA+MC$最短时，点M的坐标为______.

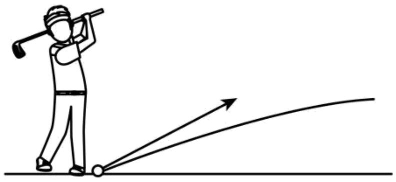


13．某西瓜经营户以 2 元/千克的价格购进一批西瓜，以 3 元/千克售出，每天可售出 200 千克，经调查，售价每降0.1元，每天多卖 40 千克，另外，每天的其它固定成本 24 元．当定价为_____元能获得最大利润，最大利润是_____元．

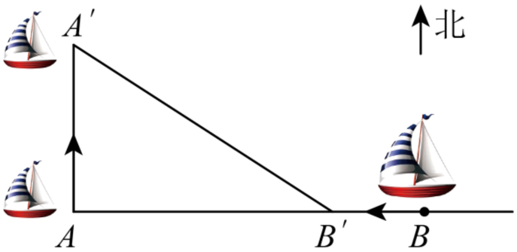
14．如图，等边三角形$\triangle ABC$的边长为 20，动点P从点B出发沿BC运动到点C，连接AP，作$\angle APD=60°$，PD交AC于点D，线段CD的最大值为_________.



15．如图，以40m/s的速度将小球沿与地面成30°角的方向击出时，小球的飞行路线将是一条抛物线，如果不考虑空气阻力，小球的飞行高度h（单位：m）与飞行时间t（单位：s）之间具有函数关系$h=-5t^2+20t$，小球飞行过程中能达到的最大高度为_____m．

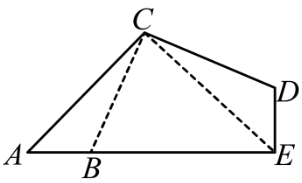


16．如图，B船位于A船正东方向20km处．现在A船以8km/h的速度朝正北方向行驶，同时B船以4km/h的速度朝正西方向行驶，当两船相距最近时，行驶了_____h．



三、解答题

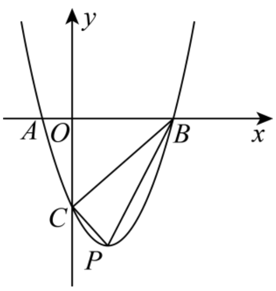
17．如图，$\triangle ACE$是等腰直角三角形，$\angle ACE=90°$，$AE=8$，B为边AE上一点，连接BC，将$\triangle ABC$绕点C旋转到$\triangle EDC$的位置．



(1)若$\angle CDE=115°$，求$\angle ACB$的度数；

(2)连接BD，求BD长度的最小值．

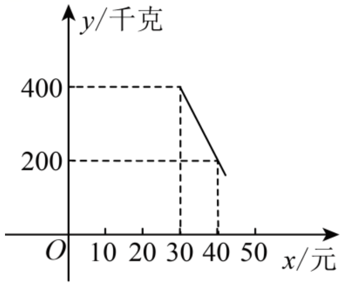
18．如图，抛物线$y=ax^2+bx-3(a>0)$与x轴交于A，B两点（点A在点B的左侧），与y轴交于点C，$OB=OC=3OA$．



(1)求抛物线的解析式；

(2)点P为第四象限抛物线上一点，当$S_{\triangle PBC}$值最大时，求点P的坐标；

19．某市“健益”超市购进一批 20 元/千克的绿色食品，如果以 30 元/千克销售，那么每天可售出 400 千克．由销售经验知，每天销售量 y（千克）与销售单价 x（元）（$x \geq 30$）存在如下图所示的一次函数关系．

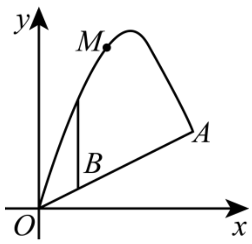


(1)试求出 y 与 x 的函数关系式；

(2)设“健益”超市销售该绿色食品每天获得利润 P 元，当销售单价为何值时，每天可获得最大利润？最大利润是多少？

(3)根据市场调查，该超市经理要求每天利润不得低于 4180 元，请你帮助该超市确定绿色食品销售单价x的范围（直接写出）．

20．如图，小球 M 从斜坡OA上的 O 点处抛出，建立如图所示的平面直角坐标系，球的抛出路线是抛物线L_1: $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx$的一部分，斜坡可以看作直线L_2: $y = \frac{1}{2}x$的一部分，若小球经过点$(6，6)$，解答下列问题：

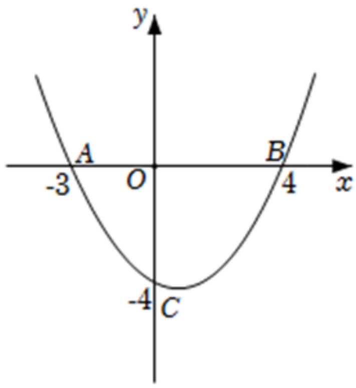


(1)小球在斜坡上的落点为 A，求 A 点的坐标_______；

(2)在斜坡OA上的 B 点有一棵树，B 点的横坐标为 2，树高为 4，小球 M 能否飞过这棵树?通过计算说明理由；

(3)直接写出小球 M 在飞行的过程中离斜坡OA的最大高度．

21．如图，抛物线$y=ax^2+bx-4$与x轴交于$A(-3，0)$、$B(4，0)$两点，与y轴交于点C．

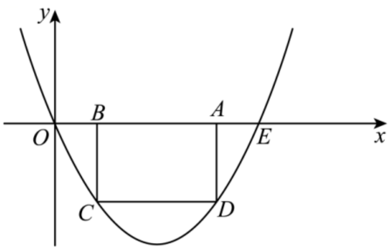


(1)求抛物线解析式；

(2)点H是抛物线对称轴上的一个动点，连接AH、CH，求出$\triangle ACH$周长的最小值时点H的坐标；

(3)若点G是第四象限抛物线上的动点，求$\triangle BCG$面积的最大值以及此时点G的坐标；

22．如图，抛物线过点$O(0,0)$，$E(10,0)$，矩形$ABCD$的边AB在线段OE上（点B在点A的左侧），点C，D在抛物线上，设B点坐标为$(t,0)$．



(1)当$t=2$时，$BC=4$，求抛物线的函数表达式；

(2)当$t=3$时，求矩形$ABCD$各顶点A、B、C、D的坐标；

(3)当t为何值时，矩形$ABCD$的周长有最大值？最大值是多少？

参考答案

1．解：$\because y=-x^2+x+2$中，$a=-1<0$，

$\therefore$开口向下，故选项 A 错误，不符合题意；

$\because y=-x^2+x+2=-(x-\frac{1}{2})^2+\frac{9}{4}$,

$\therefore$对称轴为直线$x=\frac{1}{2}$，故 C 正确，符合题意；

函数有最大值$\frac{9}{4}$，故 D 错误，不符合题意，

$\therefore$当$x<\frac{1}{2}$时，y随x的增大而增大，选项 B 错误，不符合题意；

故选：C.

2．解：$\because$二次函数的解析式为$y=mx^2-2mx$，

$\therefore$二次函数的对称轴为直线$x=1$，

当$m>0$时，

$\because$当$-1\le x\le 2$，函数值 y 的最小值为-2，

$\therefore$当$x=1$时，函数有最小值-2，

$\therefore m-2m=-2$，

解得$m=2$；

当$m<0$时，

$\because$当$-1\le x\le 2$，函数值 y 的最小值-2，

$\therefore$当$x=-1$时，函数值有最小值-2

$\therefore m+2m=-2$，

$\therefore m=-\frac{2}{3}$;

综上所述，m 的值为 2 或$-\frac{2}{3}$

故选：C.

3．解：$\because$二次函数$y=x^2+2(m-2)x-m+2$的图象与x轴最多有一个公共点，

$\therefore \Delta=[2(m-2)]^2-4(-m+2)\le 0$

化简得$m^2-3m+2\le 0$

解得：$1\le m\le 2$，

$\because y=m^2-2tm-3=(m-t)^2-t^2-3$，

$\because a=1>0$，抛物线开口向上，

当$t<1$时，∵$1\le m\le 2$，y 随 m 增大而增大，

∴$m=1$时 y 值最小，此时最小值为$(1-t)^2-t^2-3=-2t-2$

∵$y=m^2-2tm-3$的最小值为 3，

∴$-2t-2=3$

解得：$t=-\frac{5}{2}$；

当$1\le t\le 2$时，

当$m=t$时，y 有最小值$-t^2-3$

∵$y=m^2-2tm-3$的最小值为 3，

∴$-t^2-3=3$

此时 t 无解；

当$t>2$时，∵$1\le m\le 2$，y 随 m 增大而减小，

∴$m=2$ ，y 值最小，此时最小值为$(2-t)^2-t^2-3=-4t+1$

∵$y=m^2-2tm-3$的最小值为 3，

∴$-4t+1=3$

解得$t=-\frac{1}{2}$（舍去）；

综上，若$y=m^2-2tm-3$的最小值为 3，则$t=-\frac{5}{2}$.

故选：D．

4．解：抛物线$y=x^2-2x+3=(x-1)^2+2$，

∴对称轴为$x=1$，

∵$a=1>0$，

∴抛物线$y=x^2-2x+3$开口向上行，

①当$0\le x<1$时，y 随 x 的增大而减小，

当$x=0$时，$y=3$；

②当$1<x\le 3$时，y 随 x 的增大而增大，

当$x=3$时，$y=9-6+3=6$，

故当$0\le x\le 3$时，函数的最大值为 6．

故选：B．

5．解：∵二次函数$y=x^2+mx+m^2+m$（m为常数）的图象经过点$(0,6)$，

∴$m^2+m=6$，

解得：$m=-3$或$m=2$，

∵对称轴在y轴的右侧，

∴$-\frac{m}{2}>0$，

解得：$m<0$，

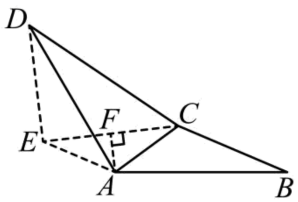
∴$m=-3$，

∴二次函数$y=x^2-3x+6$，

∴该二次函数图象开口向上，有最小值$=\frac{4\times6-9}{4}=\frac{15}{4}$,

故选：A.

6.】解：将AC绕点A逆时针旋转120°得到AE，连接DE,CE，作$AF\perp CE$，如图所示：



则有：$AE=AC,\angle EAC=120°$

∴$\angle AEC=\angle ACE=\frac{180°-120°}{2}=30°$

∵$AF\perp CE$，

∴$AF=\frac{1}{2}AC,CF=\sqrt{AC^2-AF^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}AC$

∴ $CE=2CF=\sqrt{3}AC$

∵将AB绕点A逆时针旋转120°得到AD，

∴$AD=AB,\angle DAB=120°$

∵ $\angle EAC=\angle EAD+\angle CAD$，$\angle DAB=\angle CAB+\angle CAD$

∴ $\angle EAD=\angle CAB$

∴$\triangle EAD\cong\triangle CAB$

∴ $DE=BC,\angle DEA=\angle BCA=120°$

∴ $\angle DEC=90°$

∴ $CD^2=DE^2+CE^2=BC^2+\left(\sqrt{3}AC\right)^2=3AC^2+BC^2$

∵$AC+BC=3$，

设$AC=x$，则$BC=3-x$

$\therefore CD^2 = 3x^2 + (3-x)^2 = 4\left(x-\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{27}{4}$

$\therefore CD^2 \geq \frac{27}{4}$

$\therefore$线段CD的最小值是$\sqrt{\frac{27}{4}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

故选：D

7．解：设AD边长为$x\mathrm{m}$，则AB边长为$\frac{40-x}{2}\mathrm{m}$，

当$AB=6$时，$\frac{40-x}{2}=6$，

解得$x=28$，

$\because AD$的长不能超过$26\mathrm{m}$，

$\therefore x \leq 26$，

故①错误；

$\because$菜园$ABCD$面积为$192\mathrm{m}^2$，

$\therefore x \times \frac{40-x}{5} = 192$

整理得：$x^2 - 40x + 384 = 0$，

解得$x=24$或$x=16$，

$\therefore AB$的长有两个不同的值满足菜园$ABCD$面积为$192\mathrm{m}^2$，

故②正确；

设矩形菜园的面积为$y\mathrm{m}^2$，

根据题意得：$y = x \times \frac{40-x}{2} = -\frac{1}{2}x^2 + 20x = -\frac{1}{2}(x-20)^2 + 200$

$\because -\frac{1}{2} < 0$，

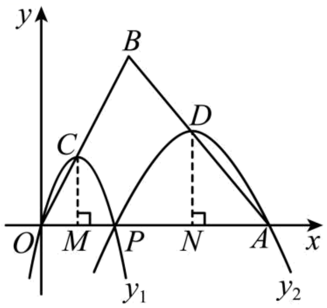
$\therefore$当$x=20$时，y有最大值$200\mathrm{m}^2$.

故③错误.

$\therefore$正确的有1个，

故选：B.

8．解：如图，设线段OB与y_1的交点为C，线段AB与y_2的交点为D，则C、D为两抛物线的顶点，过C作$CM \perp x$轴于M，过D作$DN \perp x$轴于N，



$\because A(6,0)$，$B(2,4)$，

$\therefore OA=6$，$\tan\angle BOA=\frac{4}{2}=2$，$\tan\angle BAO=\frac{4}{4}=1$，

$\therefore OP=2OM=2\times\frac{CM}{\tan\angle BOA}=CM$，$PA=2AN=2\times\frac{ND}{\tan\angle BAO}=2ND$，

设$OP=CM=x$，则$PA=6-x$，$ND=\frac{1}{2}PA=\frac{1}{2}(6-x)$，

设这两个二次函数的最大值之积为y，

则$y=CM\times DN=x\cdot\frac{1}{2}(6-x)=-\frac{1}{2}x^2+3x=-\frac{1}{2}(x-3)^2+\frac{9}{2}$,

$\because -\frac{1}{2}<0$，

$\therefore$当$x=3$时，y有最大值，值为4.5，

故选：C.

9．解：当$y=1$时，有$x^2-2x+1=1$，

解得：$x_1=0$，$x_2=2$.

$\because$当$a\leq x\leq a+1$时，函数有最小值 1，

$\therefore a=2$或$a+1=0$，

$\therefore a=2$或$a=-1$，

故答案为：2 或-1.

10．解：$\because$二次函数$y=(m-1)x^2+m^2+1$有最大值5，

$\therefore m^2+1=5$且$m-1<0$，

解得：$m=\pm2$且$m<1$，

$\therefore m=-2$.

故答案为：-2.

11．解：将$x=m$代入一元二次方程$x^2+2x+n-3=0$，得

$m^2+2m+n-3=0$.

可得

$n=-m^2-2m+3$.

则

$m+n=-m^2-2m+3+m$.

设$m+n=y$，则

$y=-m^2-m+3$.

变形，得

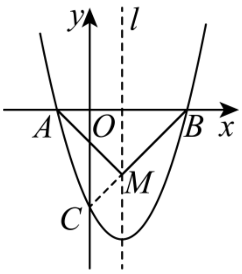
$y=-\left(m+\frac{1}{2}\right)+\frac{13}{4}$.

当$m=-\frac{1}{2}$时，y可以取得最大值$\frac{13}{4}$.

所以，$m+n$的最大值为$\frac{13}{4}$.

故答案为：$\frac{13}{4}$.

12．解：连接BC交抛物线的对称轴l于 M，则$MA+MC=MB+MC=BC$最短，



设直线BC的解析式为$y=mx+n$，

将$B(3,0)$，$C(0,-3)$代入，得$\begin{cases}3m+n=0\\ n=-3\end{cases}$，解得$\begin{cases}m=1\\ n=-3\end{cases}$，

∴直线BC的解析式为$y=x-3$，

∵抛物线经过$A(-1,0)$、$B(3,0)$，

∴抛物线的对称轴为直线$x=1$，

当$x=1$时，$y=-2$，

∴点 M 坐标为$(1,-2)$，

故答案为：$(1,-2)$.

13．解：设每千克售价为x元，设每天利润为y元，

根据题意得$y=(x-2)(200+40\times\frac{3-x}{0.1})-24=-400x^2+2200x-2824$，

∵ $y=-400x^2+2200x-2824=-400(x-2.75)^2+201$，

∴当$x=2.75$时，$y_{最大}=201$，

答：当每千克西瓜的售价为2.75元能获得最大利润，最大利润是201元．

故答案为：2.75，201．

14．解：设$BP=x(0<x<20)$，$CD=y$，

∵等边三角形$\triangle ABC$的边长为20，

∴$AB=BC=20$，$\angle B=\angle C=60°$，

∵$\angle APC=\angle APD+\angle CPD=\angle B+\angle BAP$，$\angle APD=60°$，

∴$\angle BAP=\angle CPD$，

∴$\triangle ABP\backsim\triangle PCD$，

∴$\frac{AB}{PC}=\frac{BP}{CD}$,

即$\frac{20}{20-x}=\frac{x}{y}$,

∴$y=-\frac{1}{20}x^2+x$

$=-\frac{1}{20}(x-10)^2+5$，

∴当$x=10$时，y有最大值，最大值为5，

∴线段CD的最大值为5．

故答案为：5．

15．解：∵$h=-5t^2+20t=-5(t-2)^2+20$，

∴$-5<0$，

∴当$t=2$时，h最大，最大值为20，

故答案为：20．

16．解：设t时两船相距为y，则$AA'=8t,AB'=(20-4t)\mathrm{km}$，

由题意可知：

$y^2=AA'^2+B'A^2=(8t)^2+(20-4t)^2=80(t-1)^2+320$，

故当$t-1=0$时，即$t=1$时y最小，两船相距最近，

答：当两船相距最近时，行驶了1h

故答案为：1．

17．（1）解：∵$\triangle ACE$是等腰直角三角形，$\angle ACE=90°$，

∴$\angle CAE=\angle CEA=45°$，

由旋转的性质可得$\angle ABC=\angle EDC=115°$，

$\therefore \angle ACB = 180° - \angle CAB - \angle ABC = 20°$；

（2）解：由旋转的性质可得$\angle CED = \angle CAB = 45°$，$AB = DE$，

$\therefore \angle BED = \angle CEB + \angle CED = 90°$，

设$AB = DE = x$，则$BE = AE - AB = 8 - x$，

在Rt$\triangle BED$中，由勾股定理得$BD^2 = BE^2 + DE^2$ ，

$\therefore BD^2 = x^2 + (8 - x)^2$

$= 2x^2 - 16x + 64$

$= 2(x - 4)^2 + 32$，

$\because 2 > 0$，

$\therefore$当$x = 4$时，BD^2有最小值32，

$\therefore$当$x = 4$时，BD有最小值$4\sqrt{2}$.

18.（1）解：当$x = 0$时，$y = -3$，

$\therefore C(0，-3)$，

$\therefore OC = 3$，

$\because OB = OC = 3OA$，

$\therefore OB = 3$，$OA = 1$，

$\therefore A(-1，0)$，$B(3，0)$，

将$A(-1，0)$，$B(3，0)$代入抛物线$y = ax^2 + bx - 3(a > 0)$，

得$\begin{cases} a - b - 3 = 0 \\ 9a + 3b - 3 = 0 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$，

$\therefore$抛物线的解析式为：$y = x^2 - 2x - 3$.

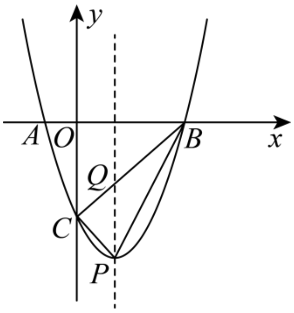
（2）解：设直线BC的解析式为：$y = kx + b_1$，

将$B(3，0)$，$C(0，-3)$代入直线BC的解析式得：$\begin{cases} 3k + b_1 = 0 \\ b_1 = -3 \end{cases}$，

解得$\begin{cases} k = 1 \\ b_1 = -3 \end{cases}$，

$\therefore$直线BC的解析式为：$y = x - 3$，

如图，过点P作y轴的平行线，交BC于Q，



设$P\left(m，m^2-2m-3\right)$，则$Q\left(m，m-3\right)$，

$\therefore PQ=m-3-(m^2-2m-3)=m-3-m^2+2m+3=-m^2+3m$，

$\therefore S_{\triangle BCP}=S_{\triangle PCQ}+S_{\triangle BPQ}$

$=\frac{1}{2}PQ(x_P-x_C)+\frac{1}{2}PQ(x_B-x_P)$

$=\frac{1}{2}PQ[(x_P-x_C)+(x_B-x_P)]$

$=\frac{1}{2}PQ(x_P-x_C+x_B-x_P)$

$=\frac{1}{2}PQ(x_B-x_C)$

$=\frac{1}{2}PQ\times(3-0)$

$=\frac{3}{2}(-m^2+3m)$

$=-\frac{3}{2}(m^2-3m)$

$=-\frac{3}{2}\left(m-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{27}{8}$,

当$m=\frac{3}{2}$, $S_{\triangle BCP}$最大为$\frac{27}{8}$,

当$m=\frac{3}{2}$时，$m^2-2m-3=\left(\frac{3}{2}\right)^2-2\times\frac{3}{2}-3=-\frac{15}{4}$,

$\therefore P\left(\frac{3}{2}，-\frac{15}{4}\right)$.

19.（1）解：设$y=kx+b$，由图象可知，

$\begin{cases}30k+b=400\\40k+b=200\end{cases}$

解之，得$\begin{cases}k=-20\\b=1000\end{cases}$

$\therefore y=-20x+1000$，

$\therefore$ y与x的函数关系式为：$y=-20x+1000$；

（2）$p=(x-20)y$

$=(x-20)(-20x+1000)$

$=-20x^2+1400x-20000$.

$\because a=-20<0$，

$\therefore p$有最大值.

当$x=-\frac{1400}{2\times(-20)}=35$时，$p_{最大值}=4500$.

即当销售单价为 35 元/千克时，每天可获得最大利润，最大利润是 4500 元.

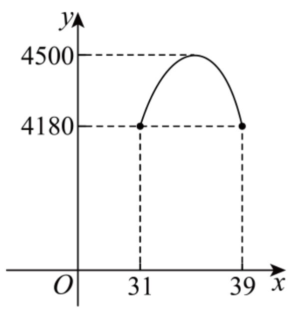
（3）$p=-20x^2+1400x-20000=-20(x-35)^2+4500$，

当$p=4180$时，

$-20(x-35)^2+4500=4180$，

解得，$x_1=39$，$x_2=31$，

如图，



$\because -20<0$，

$\therefore$抛物线的开口向下，

$\therefore$当$4180\le p\le 4500$时，$31\le x\le 39$，

故销售单价x的范围为$31\le x\le 39$.

20.（1）解：把点$(6，6)$代入$L_1: y=-\frac{1}{2}x^2+bx$得：

$6=-\frac{1}{2}\times 6^2+6b$，

解得：$b=4$，

$\therefore$抛物线的解析式为：$y=-\frac{1}{2}x^2+4x$，

$\because y=-\frac{1}{2}x^2+4x=-\frac{1}{2}(x-4)^2+8$，

$\therefore$抛物线的对称轴为直线$x=4$；

联立$\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x^2+4x \\ y=\frac{1}{2}x \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$或$\begin{cases} x=7 \\ y=\frac{7}{2} \end{cases}$，

∴A点的坐标$\left(7,\frac{7}{2}\right)$；

故答案为：$\left(7,\frac{7}{2}\right)$；

（2）解：小球M能飞过这棵，理由如下：

把$x=2$代入$L_2: y=\frac{1}{2}$得：$y=1$，

把$x=2$代入$L_1: y=-\frac{1}{2}x^2+4x$得：$y=-\frac{1}{2}\times 2^2+4\times 2=6$，

∵$6-1=5>4$，

∴小球M能飞过这棵树；

（3）解：小球M在飞行的过程中离斜坡OA的距离为：

$h=-\frac{1}{2}x^2+4x-\frac{1}{2}x=-\frac{1}{2}x^2+\frac{7}{2}x=-\frac{1}{2}\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{49}{8}$,

∵$-\frac{1}{2}<0$，

∴开口向下，

∵对称轴为直线$x=\frac{7}{2}$,

∴当$x=\frac{7}{2}$时，$h_{最大}=\frac{49}{8}$,

即小球M在飞行的过程中离斜坡OA的最大高度为$\frac{49}{8}$.

21．（1）解：∵抛物线$y=ax^2+bx-4$与x轴交于$A(-3，0)$、$B(4，0)$两点，

∴$\begin{cases} 9a-3b-4=0 \\ 16a+4b-4=0 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} a=\frac{1}{3} \\ b=-\frac{1}{3} \end{cases}$，

∴抛物线的解析式为：$y=\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}x-4$；

（2）$y=\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}x-4=\frac{1}{3}\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{49}{12}$,

∴抛物线的对称轴为$x=\frac{1}{2}$,

当$x=0$时，$y=-4$，

如图所示：连接BC交对称轴于点H，则$\triangle ACH$周长的最小；

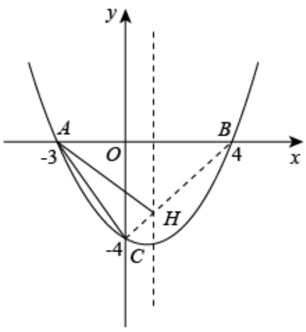


图1

$\because A(-3，0)$、$B(4，0)$两点关于$x=\frac{1}{2}$对称，

$\therefore$抛物线的对称轴为直线$x=\frac{1}{2}$

当$x=0$时，$y=-4$，

$\therefore C(0,-4)$

$\because B(4，0)$，$C(0,-4)$，

设直线BC的解析式为$y=kx-4$，

则$4k-4=0$，解得：$k=1$，

$\therefore$直线BC的解析式为$y=x-4$，

当$x=\frac{1}{2}$时，$y=-3.5$

$\therefore H\left(\frac{1}{2},-3.5\right)$

（3）如图 2 所示：设$G\left(t，\frac{1}{3}t^2-\frac{1}{3}t-4\right)$，$(0<t<4)$

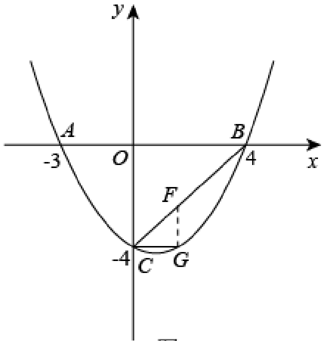


图2

过点G作$GF\parallel y$轴，交BC于点F，

设直线BC的解析式为$y=kx+d$，

$\because B(4,0)$，$C(0,-4)$，

$\therefore\begin{cases}4k+d=0\\ d=-4\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=1\\ d=-4\end{cases}$，

直线BC的解析式为：$y=x-4$，

$\therefore F(t,t-4)$，

$\therefore FG=t-4-\left(\frac{1}{3}t^2-\frac{1}{3}t-4\right)=-\frac{1}{3}t^2+\frac{4}{3}t$，

$\therefore S_{\triangle BCG}=S_{\triangle BFG}+S_{\triangle CFG}$

$=\dfrac{1}{2}FG\cdot(4-t)+\dfrac{1}{2}FG\cdot(t-0)$

$=2\left(-\dfrac{1}{3}t^2+\dfrac{4}{3}t\right)$

$=-\dfrac{2}{3}(t-2)^2+\dfrac{8}{3}$

$\because -\frac{2}{3}<0$，

$\therefore$当$t=2$时，$y=-\frac{10}{3}$，$\triangle BCG$面积的最大值为$\frac{8}{3}$，此时$G\left(2,-\frac{10}{3}\right)$.

22.（1）解：设抛物线的函数表达式为$y=ax(x-10)(a\neq 0)$.

$\because$当$t=2$时，$BC=4$，

$\therefore$点C的坐标为$(2,-4)$，

将点C坐标代入表达式，得$2a(2-10)=-4$，

解得$a=\frac{1}{4}$，

$\therefore$抛物线的函数表达式为$y=\frac{1}{4}x^2-\frac{5}{2}x$；

（2）$\because$抛物线过点$O(0,0)$，$E(10,0)$，

$\therefore$抛物线的对称轴为直线$x=5$，

$\because B$点坐标为$(t,0)$，

$\therefore A$点坐标为$(10-t,0)$，

$\because t=3$，

$\therefore A(7,0)$，$B(3,0)$，

由（1）得：抛物线的函数表达式为$y=\frac{1}{4}x^2-\frac{5}{2}x$，

$\therefore$当$x=3$时，$y=-\frac{21}{4}$，

$\therefore C\left(3,-\frac{21}{4}\right)$，则根据对称性可知$D\left(7,-\frac{21}{4}\right)$；

（3）由抛物线的对称性得：$AE=OB=t$，

$\therefore AB=10-2t$，

当$x=t$时，$BC=-\frac{1}{4}t^2+\frac{5}{2}t$，

$\therefore$矩形$ABCD$的周长为$2(AB+BC)=2\left[(10-2t)+\left(-\frac{1}{4}t^2+\frac{5}{2}t\right)\right]$，

$=-\frac{1}{2}t^2+t+20$，

$=-\frac{1}{2}(t-1)^2+\frac{41}{2}$.

$\because -\frac{1}{2}<0$，

$\therefore$当$t=1$时，矩形$ABCD$的周长有最大值，最大值为$\frac{41}{2}$.