

2023年湖南省郴州市永兴县树德中学九年级模拟考试

数学卷

(时量: 120 分钟 总分: 150 分)

一、单选题 (每小题 3 分, 共 27 分)

1. 如果把分式 $\frac{xy}{2x-3y}$ 中的 x 和 y 的值同时扩大为原来的 5 倍, 那么分式的值 ()

- A. 扩大为原来的 5 倍 B. 缩小为原来的 $\frac{1}{5}$ 倍
C. 不改变 D. 扩大为原来的 25 倍

2. 已知: $\sqrt{x+y-3} = -(x-2y)^2$, 可求得 x^{-y} 的值为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

3. 下列等式从左到右的变形正确的是 ()

- A. $\frac{b}{2x} = \frac{by}{2xy}$ B. $\frac{ab}{a^2} = \frac{b}{a}$ C. $\frac{b}{a} = \frac{b^2}{a^2}$ D. $\frac{b}{a} = \frac{b+1}{a+1}$

4. 已知 a, b 均为有理数, 若 $(\sqrt{3}-1)^2 = a+b\sqrt{3}$, 则 $a-b$ 的算术平方根是 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{6}$

5. 化简 $(m-1)\sqrt{-\frac{1}{m-1}}$ 的结果是 ()

- A. $\sqrt{1-m}$ B. $-\sqrt{1-m}$ C. $\sqrt{m-1}$ D. $-\sqrt{m-1}$

6. 若将多项式 x^2-ax+b 因式分解为 $(x-2)(x+5)$, 则 $(-3a+b)^{2023}$ 的值为 ()

- A. 0 B. -1 C. 1 D. 1 或 -1

7. 已知 $x^2=2y+7$, $y^2=2x+7$, 且 $x \neq y$, 则 xy 的值为 ()

- A. 7 B. 3 C. -3 D. -7

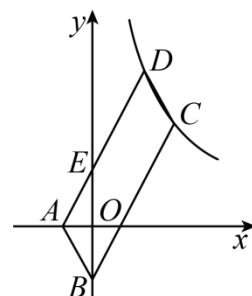
8. 若抛物线 $y=-x^2+4x-2$ 向上平移 $m(m>0)$ 个单位后, 在 $-1<x<4$ 范围内与 x 轴只有一个交点, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $m \geq 2$ B. $0 < m \leq 2$ C. $0 < m \leq 7$ D. $2 \leq m < 7$

9. 如图, 在 $ABCD$ 的顶点 A, B 的坐标分别是 $(-1,0), (0,-2)$, D 均在函数

$y=\frac{k}{x}(k>0, x>0)$ 的图象上, 若 $S_{\square ABCD} = 6S_{\triangle ABE} = 12$, 则 k 的值为 ()

- A. 6 B. 8 C. 10 D. 12



二、填空题（每小题 3 分共 30 分）

10. 若式子 $\frac{\sqrt{m-2}}{m+1}$ 有意义，则实数 m 的取值范围是_____.

11. 已知点 P 是线段 AB 的黄金分割点 ($AP > BP$), 如果 $AB = 2$, 那么 $BP =$ _____.

12. 已知 $2x-1$ 的算术平方根为 3, $4x+3y-1$ 的平方根为 ± 5 , $x-2y$ 的平方根是_____.

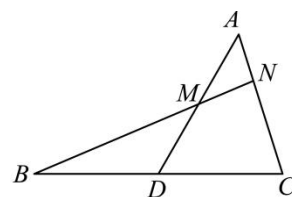
13. 已知方程组 $\begin{cases} 3x+2y=m+1 \\ 4x+2y=m-1 \end{cases}$, m 等于_____时, x, y 的符号相反, 绝对值相等.

14. 已知 x 为实数, 且满足 $(x^2+x+1)^2 + 2(x^2+x+1) - 3 = 0$, 那么 x^2+x+1 的值为_____.

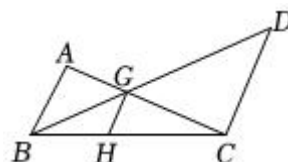
15. 二次函数 $y = kx^2 - 4x + 2$ 的图象与 x 轴有两个交点, 则 k 的取值范围是_____.

16. 已知 a, b 是方程 $x^2 - x - 6 = 0$ 的两个实数根, 则 $a^2 + b + 1$ 的值为_____.

17. 如图, 已知 D 是 BC 的中点, M 是 AD 的中点. $AN:NC$ 的值为_____.



18. 如图, $AB \parallel GH \parallel CD$, 点 H 在 BC 上, AC 与 BD 交于点 G , $AB = 4$, $CD = 6$, 则 GH 长为_____.



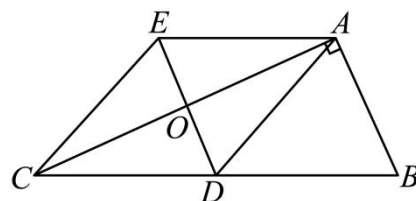
19. 分解因式: $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 =$ _____.

三、解答题（20、21、22 每题 8 分, 23、24、25 每题 10 分, 26 题 12 分, 27 题 13 分, 28 题 14 分共 93 分）

20. 计算 $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + \sqrt[3]{-8} - \sqrt{(-2)^2} + |1 - \sqrt{2}|$

21. 已知实数 a 满足 $a^2 + 2a + 2 - \sqrt{3} = 0$, 求 $\frac{1}{a+1} - \frac{a+3}{a^2-1} \cdot \frac{a^2-2a+1}{a^2+4a+3}$ 的值.

22. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, AD 是边 BC 上的中线, 过点 A 作 $AE \parallel BC$, 过点 C 作 $CE \parallel AD$, 连接 DE 与 AC 交于点 O , 求证: 四边形 $ADCE$ 是菱形.

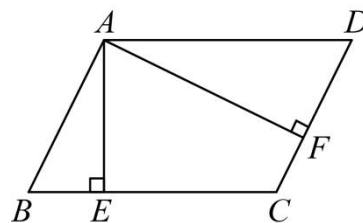


23. 学校为开展“课后延时服务”, 计划购买一批乒乓球拍和羽毛球拍, 已知购买 3 副乒乓球拍和 2 副羽毛球拍共需 270 元; 购买 5 副乒乓球拍和 4 副羽毛球拍共需 480 元.

(1) 求乒乓球拍和羽毛球拍的单价;

(2) 学校准备购买乒乓球拍和羽毛球拍共 50 副, 且乒乓球拍的数量不少于 20 副, 购买费用不超过 2580, 有哪几种购买方案?

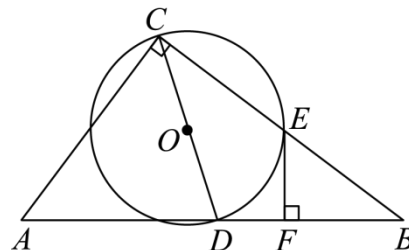
24. 如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $AE \perp BC$ 于点 E ， $AF \perp DC$ 于点 F 。



(1) 求证: $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{AF}$;

- (2) 当 $AB = 2, AD = 3, BE = 1$ 时，求 CF 的长。

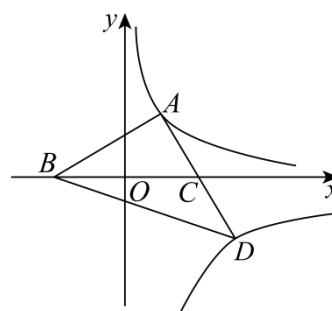
25. 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CD 为斜边中线，以 CD 为直径作 $\odot O$ 交 BC 于点 E ，过点 E 作 $EF \perp AB$ ，垂足为点 F 。



- (1) 求证: EF 为 $\odot O$ 的切线。

- (2) 若 $CD = 5$ ， $AC = 6$ ，求 EF 的长。

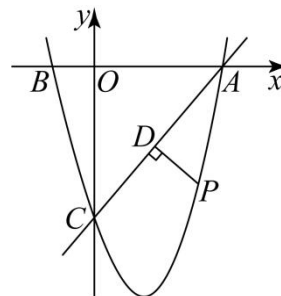
26. 如图，在平面直角坐标系中， $\text{Rt}\triangle ABC$ 的斜边 BC 在 x 轴上，坐标原点是 BC 的中点， $\angle ABC = 30^\circ$ ， $BC = 4$ ，双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 经过点 A 。



- (1) 求 k ;

- (2) 直线 AC 与双曲线 $y = -\frac{3\sqrt{3}}{x}$ 在第四象限交于点 D 。求 $\triangle ABD$ 的面积。

27. 如图，在平面直角坐标系中，已知点 B 的坐标为 $(-1, 0)$ ，且 $OA = OC = 4OB$ ，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 图像经过 A, B, C 三点。



- (1) 求 A, C 两点的坐标;

- (2) 求抛物线的解析式;

- (3) 若点 P 是直线 AC 下方的抛物线上的一个动点，作 $PD \perp AC$ 于点 D ，当 PD 的值最大时，求此时点 P 的坐标及 PD 的最大值。

28. 如图，在矩形纸片 ABCD 中，已知 $AB=1$ ， $BC=\sqrt{3}$ ，点 E 在边 CD 上移动，连接 AE，将多边形 ABCE 沿直线 AE 翻折，得到多边形 $AB'C'E$ ，点 B、C 的对应点分别为点 B' 、 C' 。

(1) 当 $B'C'$ 恰好经过点 D 时（如图 1），求线段 CE 的长；

(2) 若 $B'C'$ 分别交边 AD，CD 于点 F，G，且 $\angle DAE=22.5^\circ$ （如图 2），求 $\triangle DFG$ 的面积；

(3) 在点 E 从点 C 移动到点 D 的过程中，求点 C' 运动的路径长。

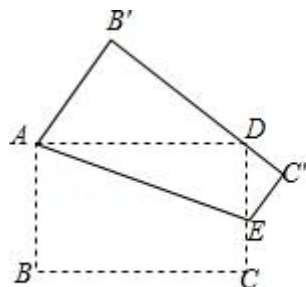


图1

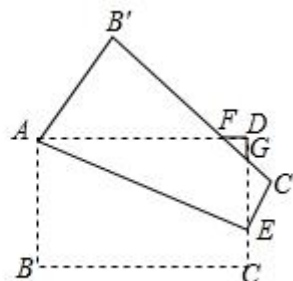


图2