МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО

НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ

ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Кафедра комп’ютерної інженерії та електроніки

ЗВІТ

ПРО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ

з навчальної дисципліни

«Закони розподілу та числові характеристики випадкових величин»

Тема «Схема Бернуллі»

Студент групи КН-23-1 Батраков Є.Є.

Викладач к. т. н., доц. В. М. Сидоренко

Кременчук 2024

**Виконання практичної роботи**

**Завдання 2**

**Постановка задачі:** З імовірністю влучення внаслідок одного пострілу стрілок стріляє у мішень до першого влучення, але може виконати не більше, ніж 4 постріли. ДВВ – кількість промахів. Необхідно: 1) знайти закон розподілу ДВВ; 2) виразити функцію розподілу та функцію щільності розподілу ДВВ за допомогою функції Хевісайда та -функції Дірака; 3) побудувати графіки функцій розподілу та щільності розподілу; 4) знайти асиметрію та ексцес.

**Розв’язання:**

**1)**

СВ X має геометричний розподіл із параметром p, обмежений максимумом 4 спробами. Ймовірності:

P(X=k)={p(1−p); k,(1−p)4,​k=0,1,2,3; k=4.​

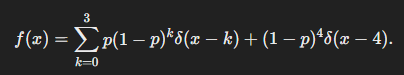
**2)**

Функція розподілу:

F(x)={0; 1−(1−p)⌊x+1⌋; 1,​x<0; 0≤x<4; x≥4.​

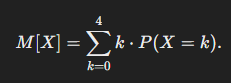
**3)**

Щільність розподілу за допомогою функцій Хевісайда та дельта-функції Дірака:

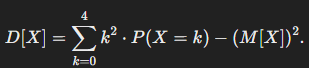


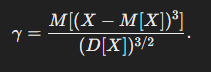
4)

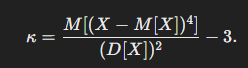
Математичне сподівання:



Дисперсія:

  
Асиметрія:

  
Ексцес:



**Завдання 3**

**Постановка задачі:** Двічі кинута гральна кістка. ДВВ – різниця між кількістю очок унаслідок першого кидання та кількістю очок унаслідок другого кидання. Необхідно: 1) знайти закон розподілу ДВВ; 2) побудувати графік функції щільності розподілу ДВВ;

3) знайти ймовірність події.

**Розв’язання:**

**1)**

Можливі значення X=−5,−4,…,5X = -5, -4, \dots, 5X=−5,−4,…,5. Ймовірності:



**2)**

Функція щільності симетрична, максимальне значення — в точці X=0, у міру віддалення від нуля значення зменшується.

**3)**

Обчислення:



**Завдання 4**

**Постановка задачі:** В урні 7 кульок, з яких 4 білі, а інші – чорні. З цієї урни навмання беруть 3 кульки. ДВВ – кількість білих кульок. Необхідно: 1) знайти закон розподілу ДВВ; 2) виразити функцію розподілу та функцію щільності розподілу ДВВ за допомогою функції Хевісайда та -функції Дірака; 3) побудувати графіки функцій розподілу та щільності розподілу; 4) знайти ймовірність події ;

5) побудувати багатокутник розподілу; 6) знайти математичне сподівання, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, теоретичні початкові та центральні моменти 3-го та 4-го порядку; 7) знайти асиметрію та ексцес.

**Розв’язання:**

**Завдання 5**

**Постановка задачі:** Завод відправив на базу 500 цілих деталей. Імовірність зіпсування кожної деталі в дорозі . Знайти закон розподілу ДВВ , що дорівнює кількості зіпсованих деталей, і знайти ймовірності подій:

пошкоджено менше, ніж 3 деталі;

пошкоджено більше, ніж 2 деталі;

пошкоджено хоча б одну деталь.

**Розв’язання:**

**Завдання 6**

**Постановка задачі:** Два стрілки роблять по одному пострілу в одну мішень. Імовірність влучення для першого стрілка внаслідок одного пострілу , для другого – . ДВВ – кількість влучень у мішень. Необхідно: 1) знайти закон розподілу ДВВ , що дорівнює кількості влучень у мішень; 2) виразити функцію розподілу та функцію щільності розподілу ДВВ за допомогою функції Хевісайда та –функції Дірака; 3) побудувати графіки функцій розподілу та щільності розподілу; 4) знайти ймовірності подій та ; 5) побудувати багатокутник розподілу; 6) знайти математичне сподівання, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, теоретичні початкові та центральні моменти 3-го та 4-го порядку; 7) знайти асиметрію та ексцес.

**Розв’язання:**

# Контрольні питання

1. **Навести кілька прикладів дискретної випадкової величини?**

Це величина, яка може приймати лише окремі значення (зазвичай цілі або раціональні числа), і кожне з цих значень має певну ймовірність.

Наприклад: Кількість студентів, які здали екзамен

Значення: , де *n* – загальна кількість студентів.

ДВВ описує кількість успішних спроб скласти екзамен.

1. **Навести кілька прикладів неперервної випадкової величини?**

Це величина, яка може приймати будь-яке значення з деякого інтервалу числової прямої. Ймовірність для НВВ визначається через щільність розподілу, а ймовірність того, що НВВ приймає конкретне значення, дорівнює нулю*.*

Наприклад: Час очікування автобуса на зупинці.

Значення: , де T – максимальний час очікування.

НВВ представляє кількість хвилин, які пасажир очікує автобус.

Вага випадково обраного яблука.

Значення: , де – максимально можлива вага.

НВВ представляє вагу яблука у грамах або кілограмах.

1. **Чи для всіх розподілів існують математичне сподівання і дисперсія?**

Математичне сподівання та дисперсія існують не для всіх розподілів випадкових величин. Існування цих характеристик залежить від властивостей розподілу.

Математичне сподівання існує, якщо інтеграл (для неперервних величин) або сума (для дискретних величин) від добутку значення випадкової величини на її ймовірність сходиться.

Дисперсія існує, якщо математичне сподівання існує, і додатково існує інтеграл (або сума) від квадрата відхилення випадкової величини від математичного сподівання.

1. **Яка форма закону розподілу є універсальною і може бути застосовна як для ДВВ, так і для НВВ?**

Нормальний розподіл є універсальним у тому сенсі, що може застосовуватися як для дискретних, так і для неперервних випадкових величин завдяки теоретичним властивостям та центральній граничній теоремі.

Нормальний розподіл часто апроксимується дискретними розподілами, наприклад, у випадку великих значень *n* (згідно з центральною граничною теоремою). Вона стверджує, що сума або середнє значення великої кількості незалежних ідентично розподілених випадкових величин наближається до нормального розподілу, навіть якщо самі величини мають будь-який розподіл.

Нормальний розподіл має безпосереднє застосування як у теоретичних моделях, так і на практиці для багатьох процесів, таких як вимірювання фізичних величин, економічні та фінансові дані, шуми в комунікаціях тощо.

1. **Як виправдати використання математичного сподівання як числової характеристики для розподілу, який не має скінченного математичного сподівання?**

Використання математичного сподівання як числової характеристики для розподілу, який не має скінченного математичного сподівання, може бути виправдане в деяких випадках за допомогою спеціальних підходів або за умови, що інші характеристики або інтерпретації розподілу дають корисні результати.

Якщо математичне сподівання не існує, можна використовувати інші характеристики розподілу, такі як:

*Медіана* — розподіл можна описати через значення, яке ділить його на дві рівні частини.

*Мода* — найчастіше зустрічається значення.

*Функції втрат* — дозволяють оцінити ефективність розподілу без математичного сподівання.

*Центральна гранична теорема* — дозволяє використовувати апроксимацію через нормальний розподіл для великих вибірок.

Таким чином, хоча математичне сподівання може бути не визначене, інші характеристики дозволяють ефективно аналізувати розподіл.