## Porównanie Algorytmów Minimalizacji Stochastycznej

## ###### Opracowali: Mateusz Sacha, Łukasz Kluza

#### Wprowadzenie

Celem tego projektu było porównanie efektywności dwóch z trzech algorytmów minimalizacji stochastycznej: Poszukiwania Przypadkowego (Pure Random Search, PRS), Metody Wielokrotnego Startu (Multi-Start, MS) oraz Algorytmu Genetycznego (GA). Zdecydowaliśmy się na algorytm *Poszukiwania Przypadkowego* oraz *Metodę Wielokrotnego Startu*. Analiza została przeprowadzona na funkcjach *Ackley’a* i *Rastrigina* o różnej liczbie wymiarów: 2, 10 i 20.

#### Algorytmy

* Poszukiwanie Przypadkowe (PRS) Algorytm PRS polega na losowaniu punktów z rozkładem jednostajnym w określonej dziedzinie poszukiwań. Dla każdej funkcji i wymiaru losowano odpowiednią liczbę punktów.
* Metoda Wielokrotnego Startu (MS) Algorytm MS polega na losowaniu punktów, a następnie uruchamianiu algorytmu optymalizacji lokalnej (L-BFGS-B) z każdego z tych punktów startowych. Wynikiem algorytmu MS jest wartość optymalizowanej funkcji dla punktu, w którym ta wartość jest najmniejsza.

#### Funkcje Minimalizowane

Do analizy wybrano funkcje Ackley’a i Rastrigina. Wybrane funkcje są skalarne (single-objective) i wielomodalne (multimodal), co pozwala na zróżnicowane testowanie algorytmów.

#### Procedura Porównawcza

Dla każdej funkcji i liczby wymiarów osobno, przeprowadzono 100 uruchomień każdego algorytmu. Średni wynik algorytmu obliczono jako średnią znalezionych minimów. Zastosowano funkcję replicate() do powtarzalnych obliczeń, zachowując wyrównany budżet obliczeniowy porównywanych algorytmów.

#### Budżet Obliczeniowy

Dla algorytmu MS, liczba punktów startowych wyniosła 100, a średnia liczba wywołań z uruchomień MS była przyjętą wartością budżetu dla algorytmu PRS.

#### Wyniki

| Algorytm | Dim | ackley\_function | rastrigin\_function |
| --- | --- | --- | --- |
| **MS** | 2 | 2.625524 | 0.3183869 |
|  | 10 | 17.847858 | 29.4905011 |
|  | 20 | 18.697064 | 91.9736037 |
| **PRS** | 2 | 3.778983 | 1.59390 |
|  | 10 | 18.041181 | 83.70883 |
|  | 20 | 19.718255 | 222.17043 |

#### Wykresy

**Wykres gęstości i dystrybuant** *(oraz porównania w rozkładem normalnym)*

**Wykresy pudełkowe**

**Porównanie**

#### Analiza Danych

Poniższa tablea danych przedstawionych wyniki eksperymentu porównawczego pomiędzy algorytmami Poszukiwania Przypadkowego (PRS) a Metodą Wielokrotnego Startu (MS) na funkcjach Ackley’a i Rastrigina, w różnych wymiarach.

| Function | Dimension | t | p-value | 95 percent confidence interval (from) | 95 percent confidence interval (To) | mean difference |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ackley | 2 | -4.5755 | 1.38e-05 | -2.0062838 | -0.7925413 | -1.399413 |
| Rastrigin | 2 | -16.703 | < 2.2e-16 | -1.664937 | -1.311378 | -1.488158 |
| Ackley | 10 | -3.2216 | 0.001726 | -0.4897477 | -0.1164086 | -0.3030782 |
| Rastrigin | 10 | -45.501 | < 2.2e-16 | -54.35508 | -49.81254 | -52.08381 |
| Ackley | 20 | -30.864 | < 2.2e-16 | -1.1266626 | -0.9905481 | -1.058605 |
| Rastrigin | 20 | -78.131 | < 2.2e-16 | -137.3931 | -130.5875 | -133.9903 |

W badaniu porównawczym algorytmów Poszukiwania Przypadkowego (PRS) i Metody Wielokrotnego Startu (MS) na funkcjach Ackley’a i Rastrigina, wyniki wskazują na większą skuteczność algorytmu MS w minimalizacji funkcji w różnych wymiarach. Wymiar 2 i 10 potwierdzają przewagę algorytmu MS, a statystycznie istotne przedziały ufności sugerują rzeczywistą poprawę wyników w porównaniu do PRS. Nawet w wymiarze 20, MS utrzymuje zadowalającą skuteczność, co potwierdza jego zdolność do radzenia sobie z większą liczbą wymiarów.

#### Analiza Wykresów:

* **Wymiar 2:** Histogramy pokazują rozkłady wyników dla obu algorytmów. Boxploty przedstawiają rozproszenie wyników w sposób graficzny. Wartości dla MS i PRS mają znaczną nakładającą się część rozkładu, co może wskazywać na podobną skuteczność obu algorytmów.
* **Wymiar 10:** Histogramy dla MS i PRS wskazują na zbliżone rozkłady wyników. Boxploty dla wymiaru 10 pokazują, że mediana i zakres międzykwartylowy są podobne dla obu algorytmów.
* **Wymiar 20:** Histogramy dla wymiaru 20 również wykazują podobieństwo między rozkładami wyników MS i PRS.

**Test hipotez zerowych**

Test hipotezy zerowej można przeprowadzić, aby ocenić, czy istnieją statystycznie istotne różnice między wynikami algorytmów PRS i MS dla każdej funkcji i wymiaru. W tym kontekście, możemy sformułować następujące hipotezy:

*Wymiar 2 dla funkcji Ackley:* H0: Średnie wyniki PRS i MS są równe. H1: Średnie wyniki PRS i MS są różne.

*Wymiar 2 dla funkcji Rastrigina:* H0: Średnie wyniki PRS i MS są równe. H1: Średnie wyniki PRS i MS są różne.

*Wymiar 10 dla funkcji Ackley:* H0: Średnie wyniki PRS i MS są równe. H1: Średnie wyniki PRS i MS są różne.

*Wymiar 10 dla funkcji Rastrigina:* H0: Średnie wyniki PRS i MS są równe. H1: Średnie wyniki PRS i MS są różne.

*Wymiar 20 dla funkcji Ackley:* H0: Średnie wyniki PRS i MS są równe. H1: Średnie wyniki PRS i MS są różne.

*Wymiar 20 dla funkcji Rastrigina:* H0: Średnie wyniki PRS i MS są równe. H1: Średnie wyniki PRS i MS są różne.

Przeprowadźmy te testy przy założonym poziomie istotności α=0.05.

**Wyniki testów hipotez zerowych:**

*2 wymiary dla funkcji Ackley:* p-wartość < 0.05: Odrzucamy H0, istnieje istotna różnica między wynikami PRS i MS.

*2 wymiary dla funkcji Rastrigina:* p-wartość < 0.05: Odrzucamy H0, istnieje istotna różnica między wynikami PRS i MS.

*10 wymiarów dla funkcji Ackley:* p-wartość < 0.05: Odrzucamy H0, istnieje istotna różnica między wynikami PRS i MS.

*10 wymiarów dla funkcji Rastrigina:* p-wartość < 0.05: Odrzucamy H0, istnieje istotna różnica między wynikami PRS i MS.

*20 wymiarów dla funkcji Ackley:* p-wartość < 0.05: Odrzucamy H0, istnieje istotna różnica między wynikami PRS i MS.

*20 wymiarów dla funkcji Rastrigina:* p-wartość < 0.05: Odrzucamy H0, istnieje istotna różnica między wynikami PRS i MS.

Na podstawie wyników testów hipotezowych możemy stwierdzić, że istnieją statystycznie istotne różnice między wynikami algorytmów PRS i MS dla badanych przypadków. Natomiast p-value największą wartość (*0.001726*) usyskaliśmy dla funkcji *Ackleygo* i 10 wymiarów.

***Podsumowanie:*** W przeprowadzonej analizie porównawczej algorytmów Poszukiwania Przypadkowego (PRS) i Metody Wielokrotnego Startu (MS) na funkcjach Ackley’a i Rastrigina, wykazano, że niezależnie od wymiaru MS wykazuje znacznie większą skuteczność w minimalizacji obu funkcji w porównaniu do PRS. Analiza wykresów, histogramów i boxplotów potwierdza te wyniki, a przeprowadzone testy hipotez zerowych dodatkowo potwierdzają istotne różnice między wynikami obu algorytmów. W związku z tym, Metoda Wielokrotnego Startu (MS) wydaje się być bardziej efektywną opcją w kontekście minimalizacji funkcji Ackley’a i Rastrigina, zwłaszcza w przypadku problemów o większych wymiarach.