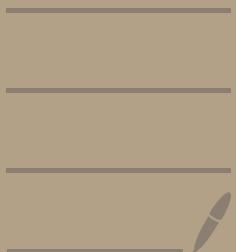


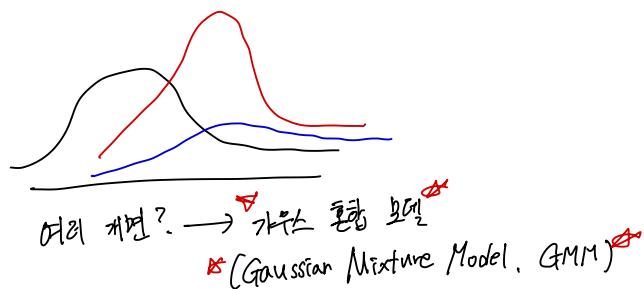
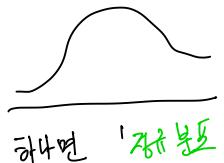
Ch 04. 가우스 혼합 모델

1. 우리 주변의 대상 분포
2. 가우스 혼합 모델 데이터 생성
3. 가우스 혼합 모델의 수식
4. 매개변수 추정의 어려움



4.1 우리 주변의 대분 분포

가우스 분포



4.2 가우스 혼합 모델 데이터 생성

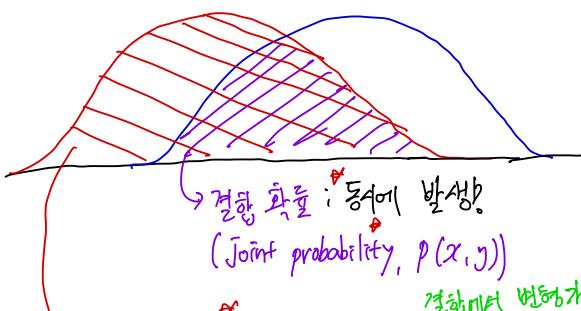
모든 대분 분포! \rightarrow GMM으로 표현 가능! \rightarrow 2 가지 방법이 필요!

1! 모델링: 관측 데이터의 분포를 GMM으로 표현할 수 있다고 가정!

2! 매개변수 추정: GMM의 매개 변수 추정

\hookrightarrow 예제! 이런 경우 가능으로 한데 따라 \rightarrow 2번! EM! 을 사용

4.3 가우스 혼합 모델의 수식



근데! y 가 이미 일어난 상황에서 x 의 발생 확률은?!

\Rightarrow 조건 확률 \rightarrow 특징 조건 확률!

(Conditional probability)

곱셈 정리!

$$\hookrightarrow p(x,y) = p(x|y) p(y)$$

주변 확률: 개별 사건 발생 $\xrightarrow{\text{결합에서 벌여가능!}}$ $p(x) = \sum_y p(x,y)$ or $\int p(x,y) dy$

(marginal probability, $p(x)$ or $p(y)$)

GMM의 데이터 생성 결과!

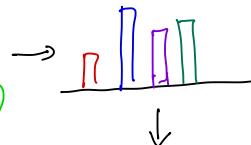
→ π 로 K 개의 정규 분포를 준비!

그리고 반복!

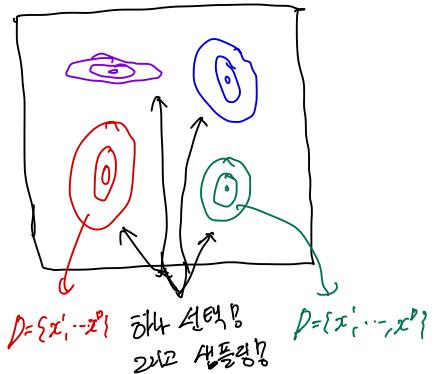
1. 특정 확률 분포에 따라 K 개의 정규분포 중 하나 선택!
2. 선택한 정규 분포에서 데이터 생성!

여기서!

이걸 범주형 분포 표현!



$$p(z=k; \phi) = \phi_k$$



따라서 결론? GMM 하는법!

1. K 개 정규 분포 중 그 값에 따라 정규분포 선택! 즉! $z=k$ 라면, x 가 따르는 확률 분포는 K 번째!

여기서! $p(x|z=k; \mu, \Sigma) = N(x; \mu_k, \Sigma_k)$

2. 생성 모델의 목표! → 관측 데이터 x 의 확률 분포 $p(x)$ 를 표현

따라서 주변과 A동! → $p(x) = \sum_{k=1}^K p(x, z=k)$

3. 이제, 결합 확률은? 결합 확률은?

$$\rightarrow p(x, z=k) = p(z=k) p(x|z=k) = \phi_k N(x; \mu_k, \Sigma_k)$$

4. 따라서 $\pi\pi$ 결합 $\pi\pi$

$$\rightarrow p(x) = \sum_{k=1}^K \phi_k N(x; \mu_k, \Sigma_k)$$

4.4 대개별수 추정의 어려움

GMM은 대개별수 추정이 어려워. ~

$$p(x; \phi, M, \Sigma) = \sum_{k=1}^K \phi_k N(x; \mu_k, \Sigma_k) \text{ 일 때 } \sim D = \{x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(N)}\} \text{ 일 때 } \sim$$

$$p(D; \theta) = p(x^{(1)}; \theta) p(x^{(2)}; \theta) \cdots p(x^{(N)}; \theta) = \prod_{n=1}^N p(x^{(n)}; \theta) \Rightarrow \text{가능성이 } *$$

$$\log p(D; \theta) = \log \prod_{n=1}^N p(x^{(n)}; \theta)$$

$$= \sum_{n=1}^N \log p(x^{(n)}; \theta)$$

$$= \sum_{n=1}^N \log \left(\sum_{k=1}^K \phi_k N(x^{(n)}; \mu_k, \Sigma_k) \right) \Rightarrow \text{로그 가능성이 } *$$

로그-합! → 분자 해석 어려워 터지

(log-sum) 평균! 어려워 터지

합-로그! → 해석적으로 수월 터지

즉! $\log p(D; \theta)$ 또는 \star 최대 가능로 어려워 터지 \star