A Term Assignment for Natural Deduction Formulation of Elle

vars, n, a, x, y, z, w, m, o
ivar, i, k, j, l
const, b

$A,\ B,\ C$	::=	
	$\mid$	B
	$\mid$	Unit
	$\mid$	$A \otimes B$
	$\mid$	$A \rightharpoonup B$
	$\mid$	$A \leftharpoonup B$
	$\mid$	$\mathsf{F}X$
$X,\ Y,\ Z$	::=	
	$\mid$	B
	$\mid$	Unit
	$\mid$	$X \otimes Y$
	$\mid$	$X \multimap Y$
	$\mid$	$\mathsf{G}A$
T	::=	
	$\mid$	A
	$\mid$	X
p	::=	
	$\mid$	$\star$
	$\mid$	x
	$\mid$	triv
	$\mid$	$p \otimes p'$
	$\mid$	$\mathsf{F}\,p$
	$\mid$	$\mathsf{G}\,p$
s	::=	
	$\mid$	x
	$\mid$	b
	$\mid$	triv
	$\mid$	$\mathsf{let}\,s_1 : T\,\mathsf{be}\,p\,\mathsf{in}\,s_2$
	$\mid$	$s_1 \otimes s_2$
	$\mid$	$\lambda_l x : A.s$
	$\mid$	$\lambda_r x : A.s$
	$\mid$	$\lambda x : A.s$
	$\mid$	$\mathsf{app}_l\, s_1\, s_2$
	$\mid$	$\mathsf{app}_r\, s_1\, s_2$
	$\mid$	$\mathsf{app}\, s_1\, s_2$

	$\vert$	$\mathsf{ex}\, x_1, x_2\, \mathsf{with}\, s_1, s_2\, \mathsf{in}\, s_3$	
	$\vert$	$\mathsf{derelict}\, t$	
	$\vert$	(s)	S
	$\vert$	$\mathsf{F}t$	
t	$::=$		
	$\vert$	x	
	$\vert$	b	
	$\vert$	triv	
	$\vert$	$\mathsf{let}\, t_1 : X\, \mathsf{be}\, p\, \mathsf{in}\, t_2$	
	$\vert$	$t_1 \otimes t_2$	
	$\vert$	$\lambda x : X.t$	
	$\vert$	$\mathsf{app}\, t_1\, t_2$	
	$\vert$	(t)	S
	$\vert$	$\mathsf{G}s$	
$\Gamma,\ \Delta,\ \Phi,\ \Psi$	$::=$		
	$\vert$	$\cdot$	
	$\vert$	Γ_1, Γ_2	
	$\vert$	$x : A$	
	$\vert$	(Γ)	S
	$\vert$	$x : X$	

$\boxed{\Gamma \vdash t : X}$

$$\frac{}{x : X \vdash x : X}\ \textsc{T\_identity}$$

$$\frac{}{\cdot \vdash \mathsf{triv} : \mathsf{Unit}}\ \textsc{T\_unitI}$$

$$\frac{\Delta \vdash t_1 : \mathsf{Unit} \quad \Gamma \vdash t_2 : Y}{\Gamma, \Delta \vdash \mathsf{let}\, t_1 : \mathsf{Unit}\, \mathsf{be}\, \mathsf{triv}\, \mathsf{in}\, t_2 : Y}\ \textsc{T\_unitE}$$

$$\frac{\Gamma \vdash t_1 : X \quad \Delta \vdash t_2 : Y}{\Gamma, \Delta \vdash t_1 \otimes t_2 : X \otimes Y}\ \textsc{T\_tenI}$$

$$\frac{\Gamma \vdash t_1 : X \otimes Y \quad \Delta, x : X, y : Y \vdash t_2 : Z}{\Gamma, \Delta \vdash \mathsf{let}\, t_1 : X \otimes Y\, \mathsf{be}\, x \otimes y\, \mathsf{in}\, t_2 : Z}\ \textsc{T\_tenE}$$

$$\frac{\Gamma, x : X \vdash t : Y}{\Gamma \vdash \lambda x : X.t : X \multimap Y}\ \textsc{T\_impI}$$

$$\frac{\Gamma \vdash t_1 : X \multimap Y \quad \Delta \vdash t_2 : X}{\Gamma, \Delta \vdash \mathsf{app}\, t_1\, t_2 : Y}\ \textsc{T\_impE}$$

$$\frac{\Gamma; \cdot \vdash s : A}{\Gamma \vdash \mathsf{G}s : \mathsf{G}A}\ \text{T\_GI}$$

$\boxed{\Gamma; \Psi \vdash s : A}$

$$\frac{}{\cdot; x : A \vdash x : A}\ \textsc{S\_identity}$$

$$\frac{}{\cdot; \cdot \vdash \mathsf{triv} : \mathsf{Unit}}\ \textsc{S\_unitI}$$

$$\frac{\Delta;\Phi \vdash s_1 : \mathsf{Unit} \quad \Gamma;\Psi \vdash s_2 : A}{\Gamma,\Delta;\Psi,\Phi \vdash \mathsf{let}\, s_1 : \mathsf{Unit}\,\mathsf{be}\,\mathsf{triv}\,\mathsf{in}\, s_2 : A}\ \textsc{S\_unitE}$$

$$\frac{\Gamma;\Psi \vdash s_1 : A \quad \Delta;\Phi \vdash s_2 : B}{\Gamma,\Delta;\Psi,\Phi \vdash s_1 \otimes s_2 : A \otimes B}\ \textsc{S\_tenI}$$

$$\frac{\Gamma \vdash z : X \otimes Y \quad \Delta, x : X, y : Y;\Psi \vdash s : A}{\Delta,\Gamma;\Psi \vdash \mathsf{let}\, z : X \otimes Y\,\mathsf{be}\, x \otimes y\,\mathsf{in}\, s : A}\ \textsc{S\_tenE1}$$

$$\frac{\Gamma;\Psi \vdash z : A \otimes B \quad \Delta;\Phi, x : A, y : B \vdash s : C}{\Gamma,\Delta;\Phi,\Psi \vdash \mathsf{let}\, z : A \otimes B\,\mathsf{be}\, x \otimes y\,\mathsf{in}\, s : C}\ \textsc{S\_tenE2}$$

$$\frac{\Gamma;\Psi, x : A \vdash s : B}{\Gamma;\Psi \vdash \lambda_l x : A.s : A \rightharpoonup B}\ \textsc{S\_implI}$$

$$\frac{\Gamma;\Psi \vdash s_1 : A \rightharpoonup B \quad \Delta;\Phi \vdash s_2 : A}{\Gamma,\Delta;\Psi,\Phi \vdash \mathsf{app}_l\, s_1\, s_2 : B}\ \textsc{S\_implE}$$

$$\frac{\Gamma; x : A, \Psi \vdash s : B}{\Gamma;\Psi \vdash \lambda_r x : A.s : B \leftharpoonup A}\ \textsc{S\_imprI}$$

$$\frac{\Gamma;\Psi \vdash s_1 : B \leftharpoonup A \quad \Delta;\Phi \vdash s_2 : A}{\Gamma,\Delta;\Psi,\Phi \vdash \mathsf{app}_r\, s_1\, s_2 : B}\ \textsc{S\_imprE}$$

$$\frac{\Gamma \vdash t : X}{\Gamma;\cdot \vdash \mathsf{F}t : \mathsf{F}X}\ \text{S\_FI}$$

$$\frac{\Gamma;\Psi \vdash y : \mathsf{F}X \quad \Gamma, x : X;\Phi \vdash s_2 : A}{\Gamma;\Psi,\Phi \vdash \mathsf{let}\,\mathsf{F}x : \mathsf{F}X\,\mathsf{be}\, y\,\mathsf{in}\, s_2 : A}\ \text{S\_FE}$$

$$\frac{\Gamma \vdash t : \mathsf{G}A}{\Gamma;\cdot \vdash \mathsf{derelict}\, t : A}\ \text{S\_GE}$$

$\boxed{t_1 \rightsquigarrow t_2}$

$$\frac{}{\mathsf{let}\,\mathsf{triv} : \mathsf{Unit}\,\mathsf{be}\,\mathsf{triv}\,\mathsf{in}\, t \rightsquigarrow t}\ \textsc{Tred\_letU}$$

$$\frac{}{\mathsf{let}\, t_1 \otimes t_2 : X \otimes Y\,\mathsf{be}\, x \otimes y\,\mathsf{in}\, t_3 \rightsquigarrow [t_1/x][t_2/y]t_3}\ \textsc{Tred\_letT}$$

$$\frac{}{\mathsf{app}\,(\lambda x : X.t_1)\, t_2 \rightsquigarrow [t_2/x]t_1}\ \textsc{Tred\_lam}$$

$$\frac{t_1 \rightsquigarrow t_1'}{\mathsf{app}\, t_1\, t_2 \rightsquigarrow \mathsf{app}\, t_1'\, t_2}\ \textsc{Tred\_app1}$$

$$\frac{t_2 \rightsquigarrow t_2'}{\mathsf{app}\, t_1\, t_2 \rightsquigarrow \mathsf{app}\, t_1\, t_2'}\ \textsc{Tred\_app2}$$

$\boxed{s_1 \rightsquigarrow s_2}$

$$\frac{}{\mathsf{let}\,\mathsf{triv} : \mathsf{Unit}\,\mathsf{be}\,\mathsf{triv}\,\mathsf{in}\, s \rightsquigarrow s}\ \textsc{Sred\_letU}$$

$$\frac{}{\mathsf{let}\, s_1 \otimes s_2 : A \otimes B\,\mathsf{be}\, x \otimes y\,\mathsf{in}\, s_3 \rightsquigarrow [s_1/x][s_2/y]s_3}\ \textsc{Sred\_letT}$$

$$\frac{}{\mathsf{let}\,\mathsf{F}t : \mathsf{F}X\,\mathsf{be}\,\mathsf{F}\,x\,\mathsf{in}\, s \rightsquigarrow [t/x]s}\ \textsc{Sred\_letF}$$

$$\frac{}{\mathsf{app}\,(\lambda_l x : A.s_1)\, s_2 \rightsquigarrow [s_2/x]s_1}\ \textsc{Sred\_lamL}$$

$$\frac{}{\mathsf{app}\,(\lambda_r x : A.s_1)\,s_2 \rightsquigarrow [s_2/x]s_1}\ \textsc{Sred\_lamR}$$

$$\frac{}{\mathsf{app}\,(\lambda x : A.s_1)\,s_2 \rightsquigarrow [s_2/x]s_1}\ \textsc{Sred\_lam}$$

$$\frac{s_1 \rightsquigarrow s_1'}{\mathsf{app}_l\,s_1\,s_2 \rightsquigarrow \mathsf{app}_l\,s_1'\,s_2}\ \textsc{Sred\_appl1}$$

$$\frac{s_2 \rightsquigarrow s_2'}{\mathsf{app}_l\,s_1\,s_2 \rightsquigarrow \mathsf{app}_l\,s_1\,s_2'}\ \textsc{Sred\_appl2}$$

$$\frac{s_1 \rightsquigarrow s_1'}{\mathsf{app}_r\,s_1\,s_2 \rightsquigarrow \mathsf{app}_r\,s_1'\,s_2}\ \textsc{Sred\_appr1}$$

$$\frac{s_2 \rightsquigarrow s_2'}{\mathsf{app}_r\,s_1\,s_2 \rightsquigarrow \mathsf{app}_r\,s_1\,s_2'}\ \textsc{Sred\_appr2}$$

$$\frac{s_1 \rightsquigarrow s_1'}{\mathsf{app}\,s_1\,s_2 \rightsquigarrow \mathsf{app}\,s_1'\,s_2}\ \textsc{Sred\_app1}$$

$$\frac{s_2 \rightsquigarrow s_2'}{\mathsf{app}\,s_1\,s_2 \rightsquigarrow \mathsf{app}\,s_1\,s_2'}\ \textsc{Sred\_app2}$$

$$\frac{}{\mathsf{derelict}\,\mathsf{G}s \rightsquigarrow s}\ \textsc{Sred\_derelict}$$