Deriving exchange in Elle comonadicly:

$$
\begin{prooftree}
\AxiomC{}
\RightLabel{\textsc{ax}}
\UnaryInfC{$y_0 : \mathsf{G}B \vdash y_0 : \mathsf{G}B$}
\RightLabel{F\textsc{r}}
\UnaryInfC{$y_0 : \mathsf{G}B; \cdot \vdash \mathsf{F}y_0 : \mathsf{FG}B$}
\AxiomC{}
\RightLabel{\textsc{ax}}
\UnaryInfC{$x_0 : \mathsf{G}A \vdash x_0 : \mathsf{G}A$}
\RightLabel{F\textsc{r}}
\UnaryInfC{$x_0 : \mathsf{G}A; \cdot \vdash \mathsf{F}x_0 : \mathsf{FG}A$}
\RightLabel{\textsc{ten}R}
\BinaryInfC{$y_0 : \mathsf{G}B, x_0 : \mathsf{G}A; \cdot \vdash \mathsf{F}y_0 \otimes \mathsf{F}x_0 : \mathsf{FG}B \otimes \mathsf{FG}A$}
\RightLabel{\textsc{beta}}
\UnaryInfC{$x_1 : \mathsf{G}A, y_1 : \mathsf{G}B; \cdot \vdash \mathsf{ex}\, y_1, x_1\ \mathsf{with}\ y_0, x_0\ \mathsf{in}\ (\mathsf{F}y_0 \otimes \mathsf{F}x_0) : \mathsf{FG}B \otimes \mathsf{FG}A$}
\RightLabel{F\textsc{l}}
\UnaryInfC{$x_1 : \mathsf{G}A; y_2 : \mathsf{FG}B \vdash \mathsf{let}\, y_2 : \mathsf{FG}B\ \mathsf{be}\ \mathsf{F}\, y_1\ \mathsf{in}\ (\mathsf{ex}\, y_1, x_1\ \mathsf{with}\ y_0, x_0\ \mathsf{in}\ (\mathsf{F}y_0 \otimes \mathsf{F}x_0)) : \mathsf{FG}B \otimes \mathsf{FG}A$}
\RightLabel{F\textsc{l}}
\UnaryInfC{$\cdot; x_2 : \mathsf{FG}A, y_2 : \mathsf{FG}B \vdash \mathsf{let}\, x_2 : \mathsf{FG}A\ \mathsf{be}\ \mathsf{F}\, x_1\ \mathsf{in}\ (\mathsf{let}\, y_2 : \mathsf{FG}B\ \mathsf{be}\ \mathsf{F}\, y_1\ \mathsf{in}\ (\mathsf{ex}\, y_1, x_1\ \mathsf{with}\ y_0, x_0\ \mathsf{in}\ (\mathsf{F}y_0 \otimes \mathsf{F}x_0))) : \mathsf{FG}B \otimes \mathsf{FG}A$}
\RightLabel{\textsc{ten}L}
\UnaryInfC{$\cdot; z : \mathsf{FG}A \otimes \mathsf{FG}B \vdash \mathsf{let}\, z : \mathsf{FG}A \otimes \mathsf{FG}B\ \mathsf{be}\ x_2 \otimes y_2\ \mathsf{in}\ (\mathsf{let}\, x_2 : \mathsf{FG}A\ \mathsf{be}\ \mathsf{F}\, x_1\ \mathsf{in}\ (\mathsf{let}\, y_2 : \mathsf{FG}B\ \mathsf{be}\ \mathsf{F}\, y_1\ \mathsf{in}\ (\mathsf{ex}\, y_1, x_1\ \mathsf{with}\ y_0, x_0\ \mathsf{in}\ (\mathsf{F}y_0 \otimes \mathsf{F}x_0)))) : (\mathsf{FG}B \otimes \mathsf{FG}A)$}
\RightLabel{\textsc{imp}R}
\UnaryInfC{$\cdot; \cdot \vdash \lambda_l z : \mathsf{FG}A \otimes \mathsf{FG}B.\mathsf{let}\, z : \mathsf{FG}A \otimes \mathsf{FG}B\ \mathsf{be}\ x_2 \otimes y_2\ \mathsf{in}\ (\mathsf{let}\, x_2 : \mathsf{FG}A\ \mathsf{be}\ \mathsf{F}\, x_1\ \mathsf{in}\ (\mathsf{let}\, y_2 : \mathsf{FG}B\ \mathsf{be}\ \mathsf{F}\, y_1\ \mathsf{in}\ (\mathsf{ex}\, y_1, x_1\ \mathsf{with}\ y_0, x_0\ \mathsf{in}\ (\mathsf{F}y_0 \otimes \mathsf{F}x_0)))) : (\mathsf{FG}A \otimes \mathsf{FG}B) \rightharpoonup (\mathsf{FG}B \otimes \mathsf{FG}A)$}
\end{prooftree}
$$

Deriving right contraction in Elle comonadicly:

$$
\begin{prooftree}
\AxiomC{}
\RightLabel{\textsc{ax}}
\UnaryInfC{$x_1 : \mathsf{G}A \vdash x_1 : \mathsf{G}A$}
\RightLabel{F\textsc{r}}
\UnaryInfC{$x_1 : \mathsf{G}A; \cdot \vdash \mathsf{F}x_1 : \mathsf{FG}A$}
\AxiomC{}
\RightLabel{\textsc{ax}}
\UnaryInfC{$y_0 : \mathsf{G}B \vdash y_0 : \mathsf{G}B$}
\RightLabel{F\textsc{r}}
\UnaryInfC{$y_0 : \mathsf{G}B; \cdot \vdash \mathsf{F}y_0 : \mathsf{FG}B$}
\AxiomC{}
\RightLabel{\textsc{ax}}
\UnaryInfC{$x_0 : \mathsf{G}A \vdash x_0 : \mathsf{G}A$}
\RightLabel{F\textsc{r}}
\UnaryInfC{$x_0 : \mathsf{G}A; \cdot \vdash \mathsf{F}x_0 : \mathsf{FG}A$}
\RightLabel{\textsc{ten}R}
\BinaryInfC{$y_0 : \mathsf{G}B, x_0 : \mathsf{G}A; \cdot \vdash \mathsf{F}y_0 \otimes \mathsf{F}x_0 : \mathsf{FG}B \otimes \mathsf{FG}A$}
\RightLabel{\textsc{ten}R}
\BinaryInfC{$x_1 : \mathsf{G}A, y_0 : \mathsf{G}B, x_0 : \mathsf{G}A; \cdot \vdash \mathsf{F}x_1 \otimes (\mathsf{F}y_0 \otimes \mathsf{F}x_0) : \mathsf{FG}A \otimes (\mathsf{FG}B \otimes \mathsf{FG}A)$}
\RightLabel{\textsc{contr}R}
\UnaryInfC{$y_0 : \mathsf{G}B, x_2 : \mathsf{G}A; \cdot \vdash \mathsf{contrR}\, x_2\ \mathsf{as}\ x_1, x_0\ \mathsf{in}\ (\mathsf{F}x_1 \otimes (\mathsf{F}y_0 \otimes \mathsf{F}x_0)) : \mathsf{FG}A \otimes (\mathsf{FG}B \otimes \mathsf{FG}A)$}
\RightLabel{F\textsc{l}}
\UnaryInfC{$y_0 : \mathsf{G}B; x_3 : \mathsf{FG}A \vdash \mathsf{let}\, x_3 : \mathsf{FG}A\ \mathsf{be}\ \mathsf{F}\, x_2\ \mathsf{in}\ (\mathsf{contrR}\, x_2\ \mathsf{as}\ x_1, x_0\ \mathsf{in}\ (\mathsf{F}x_1 \otimes (\mathsf{F}y_0 \otimes \mathsf{F}x_0))) : \mathsf{FG}A \otimes (\mathsf{FG}B \otimes \mathsf{FG}A)$}
\RightLabel{F\textsc{l}}
\UnaryInfC{$\cdot; y_1 : \mathsf{FG}B, x_3 : \mathsf{FG}A \vdash \mathsf{let}\, y_1 : \mathsf{FG}B\ \mathsf{be}\ \mathsf{F}\, y_0\ \mathsf{in}\ (\mathsf{let}\, x_3 : \mathsf{FG}A\ \mathsf{be}\ \mathsf{F}\, x_2\ \mathsf{in}\ (\mathsf{contrR}\, x_2\ \mathsf{as}\ x_1, x_0\ \mathsf{in}\ (\mathsf{F}x_1 \otimes (\mathsf{F}y_0 \otimes \mathsf{F}x_0)))) : \mathsf{FG}A \otimes (\mathsf{FG}B \otimes \mathsf{FG}A)$}
\RightLabel{\textsc{ten}L}
\UnaryInfC{$\cdot; z : \mathsf{FG}B \otimes \mathsf{FG}A \vdash \mathsf{let}\, z : \mathsf{FG}B \otimes \mathsf{FG}A\ \mathsf{be}\ y_1 \otimes x_3\ \mathsf{in}\ (\mathsf{let}\, y_1 : \mathsf{FG}B\ \mathsf{be}\ \mathsf{F}\, y_0\ \mathsf{in}\ (\mathsf{let}\, x_3 : \mathsf{FG}A\ \mathsf{be}\ \mathsf{F}\, x_2\ \mathsf{in}\ (\mathsf{contrR}\, x_2\ \mathsf{as}\ x_1, x_0\ \mathsf{in}\ (\mathsf{F}x_1 \otimes (\mathsf{F}y_0 \otimes \mathsf{F}x_0))))) : \mathsf{FG}A \otimes (\mathsf{FG}B \otimes \mathsf{FG}A)$}
\RightLabel{\textsc{imp}R}
\UnaryInfC{$\cdot; \cdot \vdash \lambda_l z : \mathsf{FG}B \otimes \mathsf{FG}A.\mathsf{let}\, z : \mathsf{FG}B \otimes \mathsf{FG}A\ \mathsf{be}\ y_1 \otimes x_3\ \mathsf{in}\ (\mathsf{let}\, y_1 : \mathsf{FG}B\ \mathsf{be}\ \mathsf{F}\, y_0\ \mathsf{in}\ (\mathsf{let}\, x_3 : \mathsf{FG}A\ \mathsf{be}\ \mathsf{F}\, x_2\ \mathsf{in}\ (\mathsf{contrR}\, x_2\ \mathsf{as}\ x_1, x_0\ \mathsf{in}\ (\mathsf{F}x_1 \otimes (\mathsf{F}y_0 \otimes \mathsf{F}x_0))))) : (\mathsf{FG}B \otimes \mathsf{FG}A) \rightharpoonup (\mathsf{FG}A \otimes (\mathsf{FG}B \otimes \mathsf{FG}A))$}
\end{prooftree}
$$

Deriving left contraction in Elle comonadicly:

$$
\begin{prooftree}
\AxiomC{}
\RightLabel{\textsc{ax}}
\UnaryInfC{$x_0 : \mathsf{G}A \vdash x_0 : \mathsf{G}A$}
\RightLabel{F\textsc{r}}
\UnaryInfC{$x_0 : \mathsf{G}A; \cdot \vdash \mathsf{F}x_0 : \mathsf{FG}A$}
\AxiomC{}
\RightLabel{\textsc{ax}}
\UnaryInfC{$y_0 : \mathsf{G}B \vdash y_0 : \mathsf{G}B$}
\RightLabel{F\textsc{r}}
\UnaryInfC{$y_0 : \mathsf{G}B; \cdot \vdash \mathsf{F}y_0 : \mathsf{FG}B$}
\RightLabel{\textsc{ten}R}
\BinaryInfC{$x_0 : \mathsf{G}A, y_0 : \mathsf{G}B; \cdot \vdash \mathsf{F}x_0 \otimes \mathsf{F}y_0 : \mathsf{FG}A \otimes \mathsf{FG}B$}
\AxiomC{}
\RightLabel{\textsc{ax}}
\UnaryInfC{$x_1 : \mathsf{G}A \vdash x_1 : \mathsf{G}A$}
\RightLabel{F\textsc{r}}
\UnaryInfC{$x_1 : \mathsf{G}A; \cdot \vdash \mathsf{F}x_1 : \mathsf{FG}A$}
\RightLabel{\textsc{ten}R}
\BinaryInfC{$x_0 : \mathsf{G}A, y_0 : \mathsf{G}B, x_1 : \mathsf{G}A; \cdot \vdash (\mathsf{F}x_0 \otimes \mathsf{F}y_0) \otimes \mathsf{F}x_1 : (\mathsf{FG}A \otimes \mathsf{FG}B) \otimes \mathsf{FG}A$}
\RightLabel{\textsc{contr}R}
\UnaryInfC{$x_2 : \mathsf{G}A, y_0 : \mathsf{G}B; \cdot \vdash \mathsf{contrL}\, x_2\ \mathsf{as}\ x_0, x_1\ \mathsf{in}\ ((\mathsf{F}x_0 \otimes \mathsf{F}y_0) \otimes \mathsf{F}x_1) : (\mathsf{FG}A \otimes \mathsf{FG}B) \otimes \mathsf{FG}A$}
\RightLabel{F\textsc{l}}
\UnaryInfC{$x_2 : \mathsf{G}A; y_1 : \mathsf{FG}B \vdash \mathsf{let}\, y_1 : \mathsf{FG}B\ \mathsf{be}\ \mathsf{F}\, y_0\ \mathsf{in}\ (\mathsf{contrL}\, x_2\ \mathsf{as}\ x_0, x_1\ \mathsf{in}\ ((\mathsf{F}x_0 \otimes \mathsf{F}y_0) \otimes \mathsf{F}x_1)) : (\mathsf{FG}A \otimes \mathsf{FG}B) \otimes \mathsf{FG}A$}
\RightLabel{F\textsc{l}}
\UnaryInfC{$\cdot; x_3 : \mathsf{FG}A, y_1 : \mathsf{FG}B \vdash \mathsf{let}\, x_3 : \mathsf{FG}A\ \mathsf{be}\ \mathsf{F}\, x_2\ \mathsf{in}\ (\mathsf{let}\, y_1 : \mathsf{FG}B\ \mathsf{be}\ \mathsf{F}\, y_0\ \mathsf{in}\ (\mathsf{contrL}\, x_2\ \mathsf{as}\ x_0, x_1\ \mathsf{in}\ ((\mathsf{F}x_0 \otimes \mathsf{F}y_0) \otimes \mathsf{F}x_1))) : (\mathsf{FG}A \otimes \mathsf{FG}B) \otimes \mathsf{FG}A$}
\RightLabel{\textsc{ten}L}
\UnaryInfC{$\cdot; z : \mathsf{FG}A \otimes \mathsf{FG}B \vdash \mathsf{let}\, z : \mathsf{FG}A \otimes \mathsf{FG}B\ \mathsf{be}\ x_3 \otimes y_1\ \mathsf{in}\ (\mathsf{let}\, x_3 : \mathsf{FG}A\ \mathsf{be}\ \mathsf{F}\, x_2\ \mathsf{in}\ (\mathsf{let}\, y_1 : \mathsf{FG}B\ \mathsf{be}\ \mathsf{F}\, y_0\ \mathsf{in}\ (\mathsf{contrL}\, x_2\ \mathsf{as}\ x_0, x_1\ \mathsf{in}\ ((\mathsf{F}x_0 \otimes \mathsf{F}y_0) \otimes \mathsf{F}x_1)))) : (\mathsf{FG}A \otimes \mathsf{FG}B) \otimes \mathsf{FG}A$}
\RightLabel{\textsc{imp}R}
\UnaryInfC{$\cdot; \cdot \vdash \lambda_l z : \mathsf{FG}A \otimes \mathsf{FG}B.\mathsf{let}\, z : \mathsf{FG}A \otimes \mathsf{FG}B\ \mathsf{be}\ x_3 \otimes y_1\ \mathsf{in}\ (\mathsf{let}\, x_3 : \mathsf{FG}A\ \mathsf{be}\ \mathsf{F}\, x_3\ \mathsf{in}\ (\mathsf{let}\, y_1 : \mathsf{FG}B\ \mathsf{be}\ \mathsf{F}\, y_0\ \mathsf{in}\ (\mathsf{contrL}\, x_2\ \mathsf{as}\ x_0, x_1\ \mathsf{in}\ (\mathsf{F}x_0 \otimes (\mathsf{F}y_0 \otimes \mathsf{F}x_1))))) : (\mathsf{FG}A \otimes \mathsf{FG}B) \rightharpoonup ((\mathsf{FG}A \otimes \mathsf{FG}B) \otimes \mathsf{FG}A)$}
\end{prooftree}
$$

Deriving weakening in Elle comonadicly:

$$
\begin{prooftree}
\AxiomC{}
\RightLabel{\textsc{unit}R}
\UnaryInfC{$\cdot \vdash \mathsf{triv} : \mathsf{Unit}$}
\RightLabel{\textsc{weak}}
\UnaryInfC{$x_0 : \mathsf{G}A; \cdot \vdash \mathsf{weak}\, x_0\ \mathsf{in}\ \mathsf{triv} : \mathsf{Unit}$}
\RightLabel{F\textsc{l}}
\UnaryInfC{$x_1 : \mathsf{FG}A; \cdot \vdash \mathsf{let}\, x_1 : \mathsf{FG}A\ \mathsf{be}\ \mathsf{F}\, x_0\ \mathsf{in}\ \mathsf{weak}\, x_0\ \mathsf{in}\ \mathsf{triv} : \mathsf{Unit}$}
\RightLabel{\textsc{imp}R}
\UnaryInfC{$\cdot; \cdot \vdash \lambda_l x_1 : \mathsf{FG}A.\mathsf{let}\, x_1 : \mathsf{FG}A\ \mathsf{be}\ \mathsf{F}\, x_0\ \mathsf{in}\ \mathsf{weak}\, x_0\ \mathsf{in}\ \mathsf{triv} : (\mathsf{FG}A) \rightharpoonup (\mathsf{Unit})$}
\end{prooftree}
$$

A Full Ott Spec

vars, *n*, *a*, *x*, *y*, *z*, *w*, *m*, *o*
ivar, *i*, *k*, *j*, *l*

const, b		
A, B, C	::=	
	|	B
	|	Unit
	|	$A \otimes B$
	|	$A \rightharpoonup B$
	|	$A \leftharpoonup B$
	|	$\mathsf{F}X$
X, Y, Z	::=	
	|	B
	|	Unit
	|	$X \otimes Y$
	|	$X \rightharpoonup Y$
	|	$X \leftharpoonup Y$
	|	$\mathsf{G}A$
T	::=	
	|	A
	|	X
p	::=	
	|	$\star$
	|	x
	|	triv
	|	$p \otimes p'$
	|	$\mathsf{F}\, p$
	|	$\mathsf{G}\, p$
s	::=	
	|	x
	|	b
	|	triv
	|	$\mathsf{let}\, s_1 : T\, \mathsf{be}\, p\, \mathsf{in}\, s_2$
	|	$s_1 \otimes s_2$
	|	$\lambda_l x : A.s$
	|	$\lambda_r x : A.s$
	|	$\lambda x : A.s$
	|	$\mathsf{app}_l\, s_1\, s_2$
	|	$\mathsf{app}_r\, s_1\, s_2$
	|	$\mathsf{app}\, s_1\, s_2$
	|	$\mathsf{ex}\, x_1, x_2\, \mathsf{with}\, s_1, s_2\, \mathsf{in}\, s_3$
	|	$\mathsf{contrR}\, x_1\, \mathsf{as}\, s_1, s_2\, \mathsf{in}\, s_3$
	|	$\mathsf{contrL}\, x_1\, \mathsf{as}\, s_1, s_2\, \mathsf{in}\, s_3$

	$\vert$	weak x in s	
	$\vert$	(s)	S
	$\vert$	Ft	
t	::=		
	$\vert$	x	
	$\vert$	b	
	$\vert$	triv	
	$\vert$	let t_1 : X be p in t_2	
	$\vert$	$t_1 \otimes t_2$	
	$\vert$	$\lambda_l x : X.t$	
	$\vert$	$\lambda_r x : X.t$	
	$\vert$	$\lambda x : X.t$	
	$\vert$	app$_l$ t_1 t_2	
	$\vert$	app$_r$ t_1 t_2	
	$\vert$	app t_1 t_2	
	$\vert$	ex x_1, x_2 with t_1, t_2 in t_3	
	$\vert$	contrR x_1 as t_1, t_2 in t_3	
	$\vert$	contrL x_1 as t_1, t_2 in t_3	
	$\vert$	weak x in t	
	$\vert$	(t)	S
	$\vert$	Gs	
$\Gamma,\ \Delta,\ \Phi,\ \Psi$	::=		
	$\vert$	$\cdot$	
	$\vert$	Γ_1, Γ_2	
	$\vert$	$x : A$	
	$\vert$	(Γ)	S
	$\vert$	$x : X$	

$\boxed{\Gamma \vdash t : X}$

$$\frac{}{x : X \vdash x : X}\ \text{T\_VAR}$$

$$\frac{\Gamma, \Delta \vdash t : X}{\Gamma, x : \mathsf{Unit}, \Delta \vdash \mathsf{let}\, x : \mathsf{Unit}\, \mathsf{be}\, \mathsf{triv}\, \mathsf{in}\, t : X}\ \text{T\_UNITL}$$

$$\frac{}{\cdot \vdash \mathsf{triv} : \mathsf{Unit}}\ \text{T\_UNITR}$$

$$\frac{\Gamma, x : X, y : Y, \Delta \vdash t : Z}{\Gamma, z : Y, w : X, \Delta \vdash \mathsf{ex}\, w, z\, \mathsf{with}\, x, y\, \mathsf{in}\, t : Z}\ \text{T\_BETA}$$

$$\frac{\Gamma_1, x : X, \Gamma_2, y : X, \Gamma_3 \vdash t : Y}{\Gamma_1, \Gamma_2, z : X, \Gamma_3 \vdash \mathsf{contrR}\, z\, \mathsf{as}\, x, y\, \mathsf{in}\, t : Y}\ \text{T\_CONTRR}$$

$$\frac{\Gamma_1, x : X, \Gamma_2, y : X, \Gamma_3 \vdash t : Y}{\Gamma_1, z : X, \Gamma_2, \Gamma_3 \vdash \mathsf{contrL}\, z\, \mathsf{as}\, x, y\, \mathsf{in}\, t : Y}\ \text{T\_CONTRL}$$

$$\frac{\Gamma, \Delta \vdash t : Y \quad x \notin |\Gamma, \Delta|}{\Gamma, x : X, \Delta \vdash \mathsf{weak}\, x\, \mathsf{in}\, t : Y}\ \text{T\_WEAK}$$

$$\frac{\Gamma \vdash t_1 : X \quad \Delta_1, x : X, \Delta_2 \vdash t_2 : Y}{\Delta_1, \Gamma, \Delta_2 \vdash [t_1/x]t_2 : Y}\ \textsc{T\_cut}$$

$$\frac{\Gamma, x : X, y : Y, \Delta \vdash t : Z}{\Gamma, z : X \otimes Y, \Delta \vdash \mathsf{let}\, z : X \otimes Y\, \mathsf{be}\, x \otimes y\, \mathsf{in}\, t : Z}\ \textsc{T\_tenL}$$

$$\frac{\Gamma \vdash t_1 : X \quad \Delta \vdash t_2 : Y}{\Gamma, \Delta \vdash t_1 \otimes t_2 : X \otimes Y}\ \textsc{T\_ten}$$

$$\frac{\Gamma \vdash t_1 : X \quad \Delta_1, x : Y, \Delta_2 \vdash t_2 : Z}{\Delta_1, \Gamma, y : X \rightharpoonup Y, \Delta_2 \vdash [\mathsf{app}_l\, y\, t_1/x]t_2 : Z}\ \textsc{T\_impLl}$$

$$\frac{\Gamma \vdash t_1 : X \quad \Delta_1, x : Y, \Delta_2 \vdash t_2 : Z}{\Delta_1, y : Y \leftharpoonup X, \Gamma, \Delta_2 \vdash [\mathsf{app}_r\, y\, t_1/x]t_2 : Z}\ \textsc{T\_impL2}$$

$$\frac{\Gamma, x : X \vdash t : Y}{\Gamma \vdash \lambda_l x : X.t : X \rightharpoonup Y}\ \textsc{T\_impRl}$$

$$\frac{x : X, \Gamma \vdash t : Y}{\Gamma \vdash \lambda_r x : X.t : Y \leftharpoonup X}\ \textsc{T\_impRr}$$

$$\frac{\Gamma; \cdot \vdash s : A}{\Gamma \vdash \mathsf{G}s : \mathsf{G}A}\ \textsc{T\_Gr}$$

$\boxed{\Gamma; \Psi \vdash s : A}$

$$\frac{}{\cdot; x : A \vdash x : A}\ \textsc{S\_ax}$$

$$\frac{\Gamma, \Delta; \Psi \vdash s : A}{\Gamma, x : \mathsf{Unit}, \Delta; \Psi \vdash \mathsf{let}\, x : \mathsf{Unit}\, \mathsf{be}\, \mathsf{triv}\, \mathsf{in}\, s : A}\ \textsc{S\_unitL1}$$

$$\frac{\Gamma; \Psi, \Phi \vdash s : A}{\Gamma; \Psi, x : \mathsf{Unit}, \Phi \vdash \mathsf{let}\, x : \mathsf{Unit}\, \mathsf{be}\, \mathsf{triv}\, \mathsf{in}\, s : A}\ \textsc{S\_unitL2}$$

$$\frac{}{\cdot; \cdot \vdash \mathsf{triv} : \mathsf{Unit}}\ \textsc{S\_unitR}$$

$$\frac{\Gamma, x : X, y : Y, \Delta; \Psi \vdash s : A}{\Gamma, z : Y, w : X, \Delta; \Psi \vdash \mathsf{ex}\, w, z\, \mathsf{with}\, x, y\, \mathsf{in}\, s : A}\ \textsc{S\_beta}$$

$$\frac{\Gamma, \Delta; \Psi \vdash s : B \quad x \notin |\Gamma, \Delta, \Psi|}{\Gamma, x : X, \Delta; \Psi \vdash \mathsf{weak}\, x\, \mathsf{in}\, s : B}\ \textsc{S\_weak}$$

$$\frac{\Gamma_1, x : X, \Gamma_2, y : X, \Gamma_3; \Psi \vdash s : B}{\Gamma_1, \Gamma_2, z : X, \Gamma_3; \Psi \vdash \mathsf{contrR}\, z\, \mathsf{as}\, x, y\, \mathsf{in}\, s : B}\ \textsc{S\_contrR}$$

$$\frac{\Gamma_1, x : X, \Gamma_2, y : X, \Gamma_3; \Psi \vdash s : B}{\Gamma_1, z : X, \Gamma_2, \Gamma_3; \Psi \vdash \mathsf{contrL}\, z\, \mathsf{as}\, x, y\, \mathsf{in}\, s : B}\ \textsc{S\_contrL}$$

$$\frac{\Gamma \vdash t : X \quad \Delta_1, x : X, \Delta_2; \Psi \vdash s : A}{\Delta_1, \Gamma, \Delta_2; \Phi \vdash [t/x]s : A}\ \textsc{S\_cut1}$$

$$\frac{\Gamma; \Psi \vdash s_1 : A \quad \Delta; \Phi_1, x : A, \Phi_2 \vdash s_2 : B}{\Gamma, \Delta; \Phi_1, \Psi, \Phi_2 \vdash [s_1/x]s_2 : B}\ \textsc{S\_cut2}$$

$$\frac{\Gamma, x : X, y : Y, \Delta; \Psi \vdash s : A}{\Gamma, z : X \otimes Y, \Delta; \Psi \vdash \mathsf{let}\, z : X \otimes Y\, \mathsf{be}\, x \otimes y\, \mathsf{in}\, s : A}\ \textsc{S\_tenL1}$$

$$\frac{\Gamma;\Psi, x : A, y : B, \Phi \vdash s : A}{\Gamma;\Psi, z : A \otimes B, \Phi \vdash \mathsf{let}\, z : A \otimes B\, \mathsf{be}\, x \otimes y\, \mathsf{in}\, s : A}\ \textsc{S\_tenL2}$$

$$\frac{\Gamma;\Psi \vdash s_1 : A \quad \Delta;\Phi \vdash s_2 : B}{\Gamma, \Delta;\Psi, \Phi \vdash s_1 \otimes s_2 : A \otimes B}\ \textsc{S\_tenR}$$

$$\frac{\Gamma \vdash t : X \quad \Delta_1, x : Y, \Delta_2;\Psi \vdash s : A}{\Delta_1, \Gamma, y : X \rightharpoonup Y, \Delta_2;\Psi \vdash [\mathsf{app}_l\, y\, t/x]s : A}\ \textsc{S\_impLl}$$

$$\frac{\Gamma \vdash t : X \quad \Delta_1, x : Y, \Delta_2;\Psi \vdash s : A}{\Delta_1, y : Y \leftharpoondown X, \Gamma, \Delta_2;\Psi \vdash [\mathsf{app}_r\, y\, t/x]s : A}\ \textsc{S\_impL2}$$

$$\frac{\Gamma;\Psi \vdash s_1 : A \quad \Delta;\Phi_1, x : B, \Phi_2 \vdash s_2 : A}{\Gamma, \Delta;\Phi_1, \Psi, y : A \rightharpoonup B, \Phi_2 \vdash [\mathsf{app}_l\, y\, s_1/x]s_2 : A}\ \textsc{S\_impL3}$$

$$\frac{\Gamma;\Psi \vdash s_1 : A \quad \Delta;\Phi_1, x : B, \Phi_2 \vdash s_2 : A}{\Gamma, \Delta;\Phi_1, y : B \leftharpoondown A, \Psi, \Phi_2 \vdash [\mathsf{app}_l\, y\, s_1/x]s_2 : A}\ \textsc{S\_impL4}$$

$$\frac{\Gamma;\Psi, x : A \vdash s : B}{\Gamma;\Psi \vdash \lambda_l x : A.s : A \rightharpoonup B}\ \textsc{S\_impRl}$$

$$\frac{\Gamma; x : A, \Psi \vdash s : B}{\Gamma;\Psi \vdash \lambda_r x : A.s : B \leftharpoondown A}\ \textsc{S\_impRr}$$

$$\frac{\Gamma \vdash t : X}{\Gamma;\cdot \vdash \mathsf{F}t : \mathsf{F}X}\ \textsc{S\_Fr}$$

$$\frac{\Gamma, x : X;\Psi \vdash s : A}{\Gamma; z : \mathsf{F}X, \Psi \vdash \mathsf{let}\, z : \mathsf{F}X\, \mathsf{be}\, \mathsf{F}\, x\, \mathsf{in}\, s : A}\ \textsc{S\_Fl}$$

$$\frac{\Gamma;\Psi, x : A \vdash s : B}{z : \mathsf{G}A, \Gamma;\Psi \vdash \mathsf{let}\, z : \mathsf{G}A\, \mathsf{be}\, \mathsf{G}\, x\, \mathsf{in}\, s : B}\ \textsc{S\_Gl}$$