

**Задача №1**

По трем стальным трубам ( $d_2 \times \delta = 100 \times 3$  мм,  $L = 1800$  м), расположенным на открытом воздухе ( $t_{ж2} = -14$  °C) горячая вода, подогретая в теплообменнике до  $t_{ж1}(0) = 120$  °C, транспортируется к потребителю со скоростью  $w = 0,55$  м/с в каждой. С какой температурой будет получать воду потребитель, если первая труба покрыта слоем изоляции [Зонолит,  $\delta = 50$  мм], вторая – слоем бетона [ $\lambda_b = 1,28$  Вт/(м × К),  $\delta = 50$  мм], а третья труба не изолирована. Коэффициент теплоотдачи от горячей воды к внутренней поверхности труб принять  $\alpha_1 = 400$  Вт/(м<sup>2</sup>К), а с внешней поверхности каждой из трех труб к окружающему воздуху – одинаковым:  $\alpha_2 = 12,8$  Вт/(м<sup>2</sup>К). Принять теплопроводность стали, теплоёмкость и плотность воды равными 45 Вт/(м К), 4220 Дж/(кг К), 958,4 кг/м<sup>3</sup>, соответственно. Построить графики  $t_{ж1}(x)$ ,  $t_{ж2}(x)$ ,  $q_L(x)$ . Рассчитать тепловой поток  $Q$  потерь трубопроводов в окружающую среду. Рассмотреть несколько алгоритмов расчета и выбрать наилучший алгоритм. Проанализировать результаты расчетов с точки зрения эффективности изоляции трубопроводов.

**Заданные параметры (задаются пользователем)**

$$d_2 := 100 \text{ мм} \quad \delta := 3 \text{ мм} \quad t_{ж2} := (-14) \text{ °C} \quad t_{ж1}(\text{на входе}) := 120 \text{ °C} \quad w := 0.55 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$d_1 := d_2 - \delta \cdot 2 = 94 \text{ мм} \quad l := 1800 \text{ м}$$

$$\delta_2 := 50 \text{ мм} \quad \lambda_2 := \left( 0.072 + 0.000262 \cdot \frac{1}{\text{К}} \cdot \Delta t \right) \frac{\text{Вт}}{\text{м К}} \quad \delta_{бет} := 50 \text{ мм} \quad \lambda_{бет} := 1.28 \frac{\text{Вт}}{\text{м К}}$$

$$\alpha_1 := 400 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{ К}} \quad \alpha_2 := 12.8 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{ К}} \quad \lambda_c := 45 \frac{\text{Вт}}{\text{м К}} \quad c := 4220 \frac{\text{Дж}}{\text{кг К}} \quad \rho := 958.4 \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

**Решение задачи:**

Для начала с помощью функций дополнения **MaximaPlugin** найдем значения линейной плотности теплового потока через стенку трубы, температуру внутренней стенки трубы и температуру внешней стенки:

Для случая без изоляции:

Расчитываем линейную плотность теплового потока

$$\text{Assign} \left( \text{Solve} \left( q_{11} = \frac{\pi \cdot (t_{ж1}(\text{на входе}) - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1} + \frac{1}{2 \cdot \lambda_c} \cdot \ln \left( \frac{d_2}{d_1} \right) + \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_2}}, q_{11} \right) \right) = 520.7 \frac{\text{Вт}}{\text{м}}$$

$$q_{11} = 520.7 \frac{\text{Вт}}{\text{м}}$$

Рассчитываем температуру внутренней стенки трубы:

$$\text{Assign} \left( \text{Solve} \left( q_{11} = \frac{\pi \cdot (t_{ж1(\text{на входе})} - t_{ст1})}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1} + \frac{1}{2 \cdot \lambda_c} \cdot \ln \left( \frac{d_2}{d_1} \right)}, t_{ст1} \right) \right) = 388.6 \text{ К}$$

$$t_{ст1} = 115.5 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Рассчитываем температуру внешней стенки трубы:

$$\text{Assign} \left( \text{Solve} \left( q_{11} = \frac{\pi \cdot (t_{ст1} - t_{ст2})}{\frac{1}{2 \cdot \lambda_c} \cdot \ln \left( \frac{d_2}{d_1} \right)}, t_{ст2} \right) \right) = 388.5 \text{ К}$$

$$t_{ст2} = 115.4 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Находим коэффициент теплопередачи:

$$k := \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1} + \frac{1}{2 \cdot \lambda_c} \cdot \ln \left( \frac{d_2}{d_1} \right) + \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_2}} = 1.237 \frac{\text{Вт}}{(\text{м}) \text{ К}}$$

Далее воспользуемся формулой Шухова. Для этого найдем расход:

$$G := \rho \cdot w \cdot \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} = 4.14 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$$

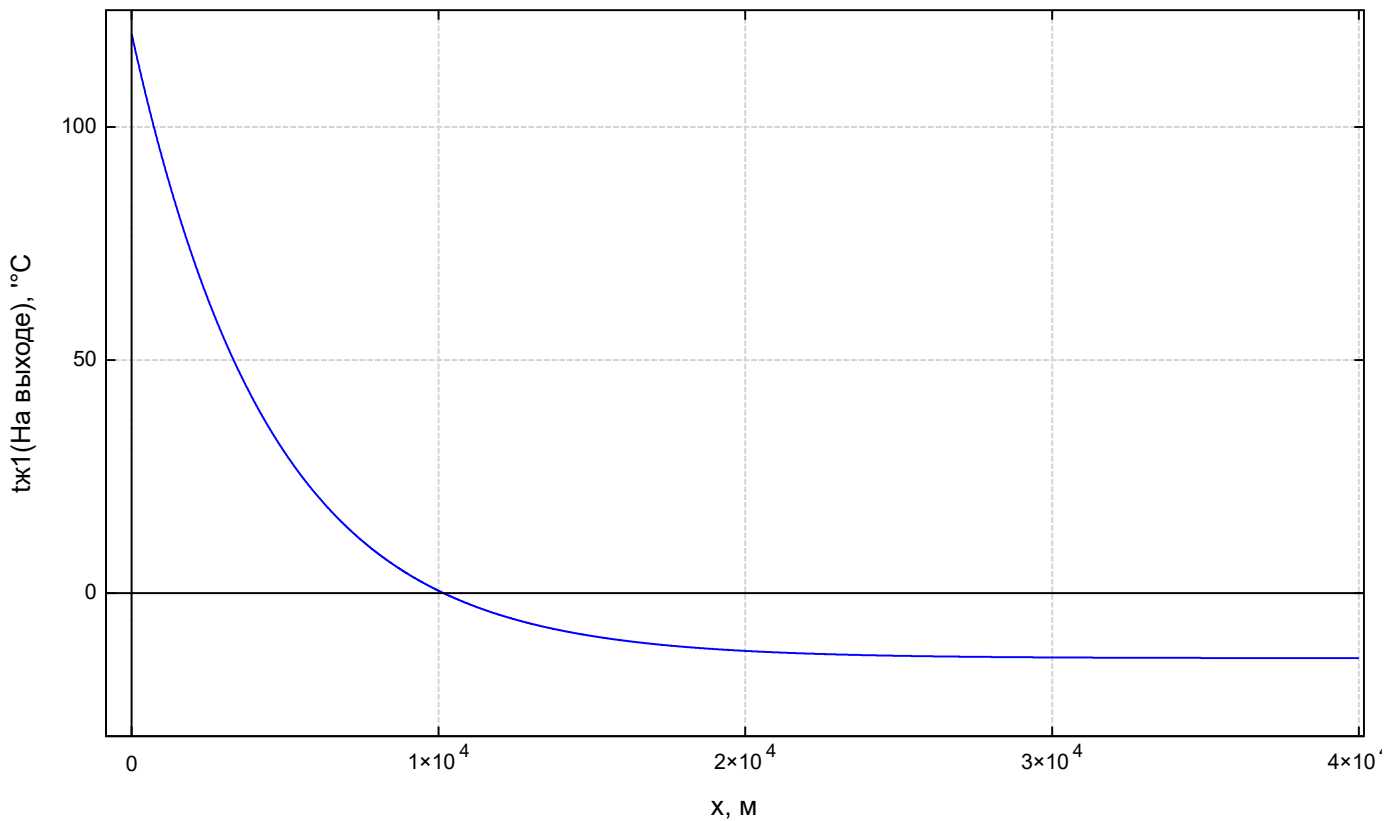
Формула Шухова:

$$t_{ж1(\text{на выходе})} := t_{ж2} + (t_{ж1(\text{на входе})} - t_{ж2}) \cdot e^{-\left( \frac{k \cdot \pi \cdot l}{G \cdot c} \right)} = 75.79 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Функция зависимости

$$t_{ж1(\text{на выходе})}(x) := t_{ж2} + (t_{ж1(\text{на входе})} - t_{ж2}) \cdot e^{-\left( \frac{k \cdot \pi \cdot x}{G \cdot c} \right)}$$

График зависимости  $t_{ж1(на выходе)}(x): x := [1, 10 \dots 40000]$  м



Для второго случая когда для изоляции используется бетон:

Рассчитываем линейную плотность теплового потока

$$d_3 := d_2 + \delta_{бет} \cdot 2$$

$$\text{Assign} \left( \text{Solve} \left( q_{12} = \frac{\pi \cdot (t_{ж1(на входе)} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1} + \frac{1}{2 \cdot \lambda_c} \cdot \ln \left( \frac{d_2}{d_1} \right) + \frac{1}{2 \cdot \lambda_{бет}} \cdot \ln \left( \frac{d_3}{d_2} \right) + \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_3}}, q_{12} \right) \right) = 611.3 \frac{\text{Вт}}{\text{м}}$$

$$q_{12} = 611.3 \frac{\text{Вт}}{\text{м}}$$

Рассчитываем температуру внутренней стенки трубы:

$$\text{Assign} \left( \text{Solve} \left( q_{12} = \frac{\pi \cdot (t_{ж1(на входе)} - t_{ст1\_2})}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1} + \frac{1}{2 \cdot \lambda_c} \cdot \ln \left( \frac{d_2}{d_1} \right)}, t_{ст1\_2} \right) \right) = 387.8 \text{ К}$$

$$t_{ст1\_2} = 114.7 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Рассчитываем температуру внешней стенки трубы:

$$\text{Assign} \left( \text{Solve} \left( q_{12} = \frac{\pi \cdot (t_{\text{сг1}_2} - t_{\text{сг2}_2})}{\frac{1}{2 \cdot \lambda_c} \cdot \ln \left( \frac{d_2}{d_1} \right)}, t_{\text{сг2}_2} \right) \right) = 387.7 \text{ К}$$

$$t_{\text{сг2}_2} = 114.6 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Находим коэффициент теплопередачи:

$$k := \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1} + \frac{1}{2 \cdot \lambda_c} \cdot \ln \left( \frac{d_2}{d_1} \right) + \frac{1}{2 \cdot \lambda_{\text{бет}}} \cdot \ln \left( \frac{d_3}{d_2} \right) + \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_3}} = 1.452 \frac{\text{Вт}}{(\text{м}) \text{ К}}$$

Далее воспользуемся формулой Шухова. Для этого найдем расход:

$$G := \rho \cdot w \cdot \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} = 4.14 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$$

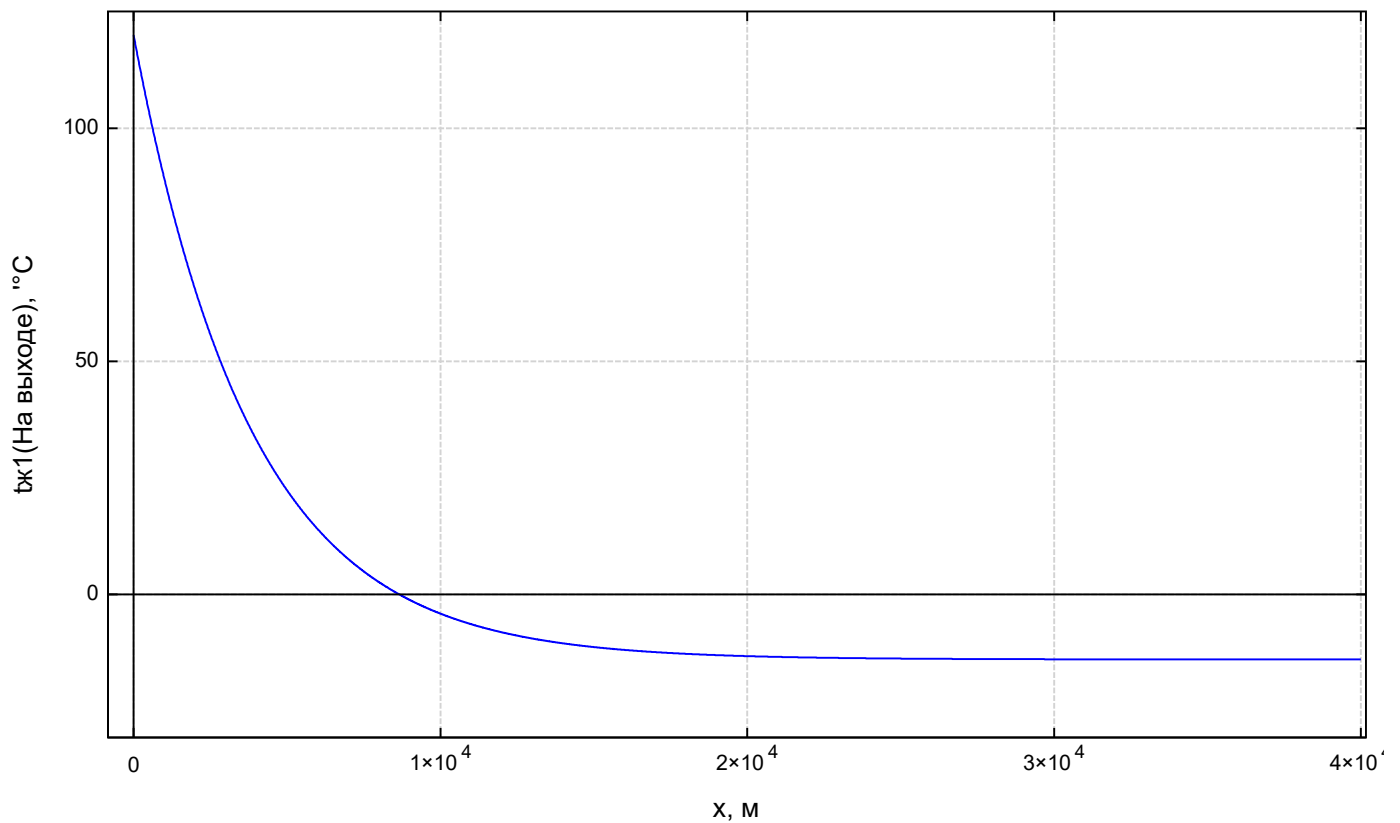
Формула Шухова:

$$t_{\text{ж1 (на выходе)}} := t_{\text{ж2}} + \left( t_{\text{ж1 (на входе)}} - t_{\text{ж2}} \right) \cdot e^{-\left( \frac{k \cdot \pi \cdot l}{G \cdot c} \right)} = 69.75 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Функция зависимости

$$t_{\text{ж1 (на выходе)}}(x) := t_{\text{ж2}} + \left( t_{\text{ж1 (на входе)}} - t_{\text{ж2}} \right) \cdot e^{-\left( \frac{k \cdot \pi \cdot x}{G \cdot c} \right)}$$

График зависимости  $t_{ж1(на\ выходе)}(x): x := [1, 10 \dots 40000]$  м



Для второго случая когда для изоляции используется бетон:

Расчитываем линейную плотность теплового потока

$$d_3 := d_2 + \delta_2 \cdot 2$$

$$\Delta t := \frac{t_{ст1\_3} + t_{ст2\_3}}{2}$$

Для решения системы уравнения воспользуемся дополнением FindRoot:

$$sol := \text{FindRoot} \left( \left[ \begin{aligned} q_{13} &= \frac{\pi \cdot (t_{ж1(на\ входе)} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1} + \frac{1}{2 \cdot \lambda_c} \cdot \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right) + \frac{1}{2 \cdot \lambda_2} \cdot \ln\left(\frac{d_3}{d_2}\right) + \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_3}} \\ q_{13} &= \frac{\pi \cdot (t_{ж1(на\ входе)} - t_{ст1\_3})}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1} + \frac{1}{2 \cdot \lambda_c} \cdot \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right)} \\ q_{13} &= \frac{\pi \cdot (t_{ст1\_3} - t_{ст2\_3})}{\frac{1}{2 \cdot \lambda_c} \cdot \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right)} \end{aligned} \right], \left[ \begin{aligned} q_{13} &= 200 \\ t_{ст1\_3} &= 50 \\ t_{ст2\_3} &= 50 \end{aligned} \right] \right)$$

$$sol = \begin{bmatrix} 175.2 \\ 391.6 \\ 391.6 \end{bmatrix}$$

Следовательно

$$q_{13} := 175 \frac{\text{Вт}}{\text{м}}$$

$$t_{ct1\_3} := 391.62 \text{ К}$$

$$t_{ct2\_3} := 391.61 \text{ К}$$

Находим коэффициент теплопередачи:

$$k := \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1} + \frac{1}{2 \cdot \lambda_c} \cdot \ln \left( \frac{d_2}{d_1} \right) + \frac{1}{2 \cdot \lambda_2} \cdot \ln \left( \frac{d_3}{d_2} \right) + \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_3}} = 0.4162 \frac{\text{Вт}}{(\text{м}) \text{ К}}$$

Далее воспользуемся формулой Шухова. Для этого найдем расход:

$$G := \rho \cdot w \cdot \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} = 4.14 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$$

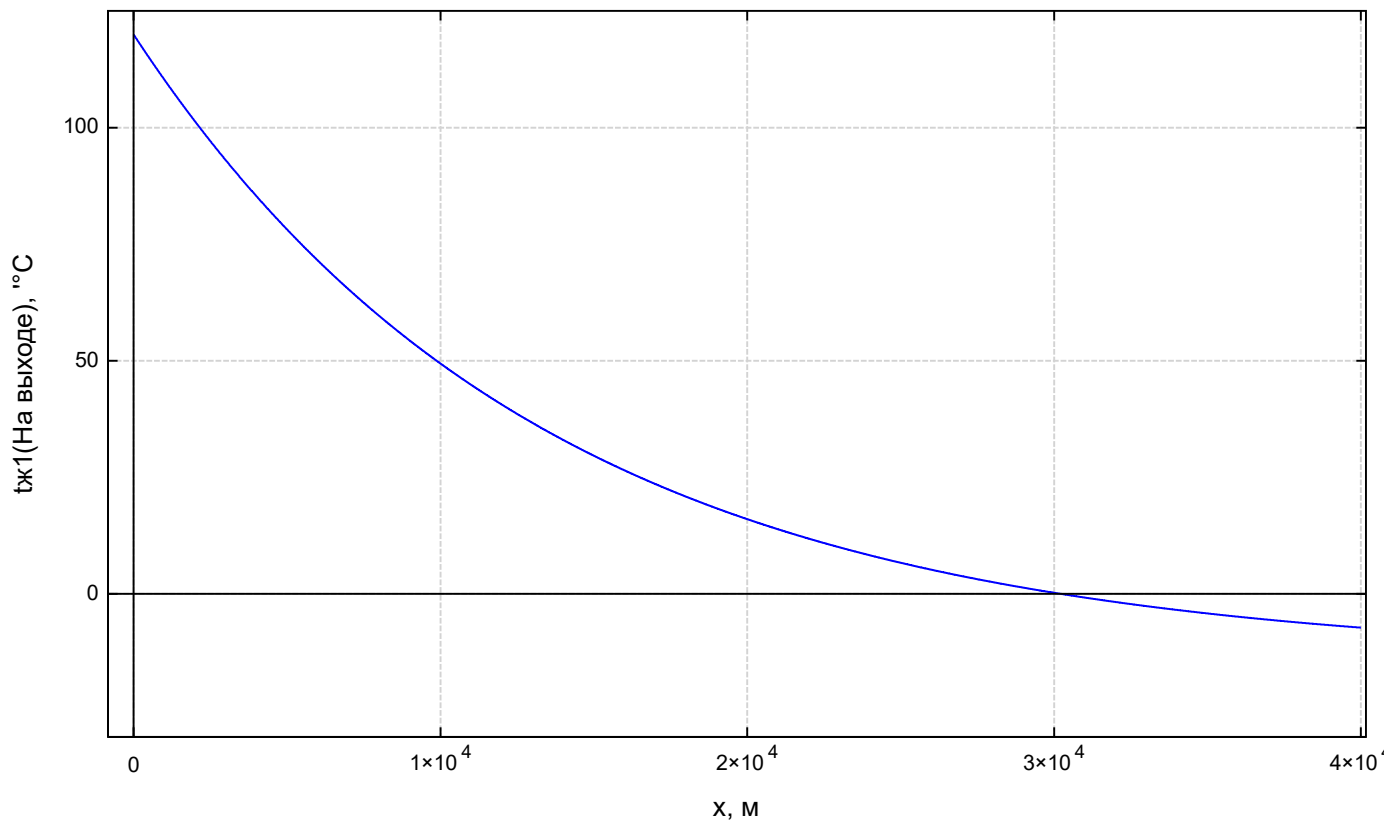
Формула Шухова:

$$t_{ж1 \text{ (на выходе)}} := t_{ж2} + \left( t_{ж1 \text{ (на входе)}} - t_{ж2} \right) \cdot e^{-\left( \frac{k \cdot \pi \cdot l}{G \cdot c} \right)} = 103.1 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Функция зависимости

$$t_{ж1 \text{ (на выходе)}}(x) := t_{ж2} + \left( t_{ж1 \text{ (на входе)}} - t_{ж2} \right) \cdot e^{-\left( \frac{k \cdot \pi \cdot x}{G \cdot c} \right)}$$

График зависимости  $t_{ж1(на\ выходе)}(x): x := [1, 10 \dots 40000]$  м



Рассчитаем тепловые потери для данных трех случаев:

Без изоляции:

$$Q_1 := q_{11} \cdot l = 9.372 \cdot 10^5 \text{ Вт}$$

С покрытием из бетона:

$$Q_2 := q_{12} \cdot l = 1.1 \cdot 10^6 \text{ Вт}$$

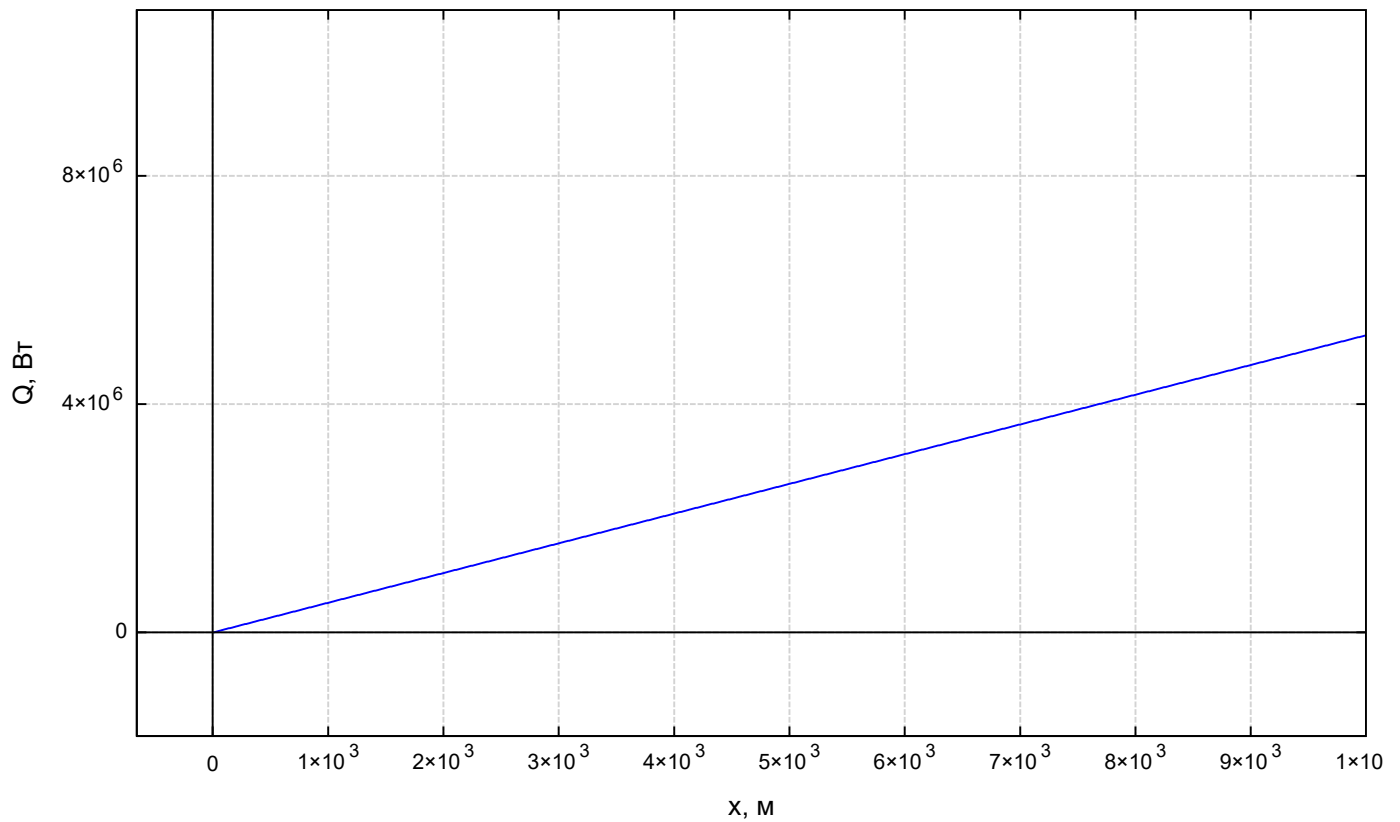
С покрытием из Зонолита:

$$Q_3 := q_{13} \cdot l = 3.15 \cdot 10^5 \text{ Вт}$$

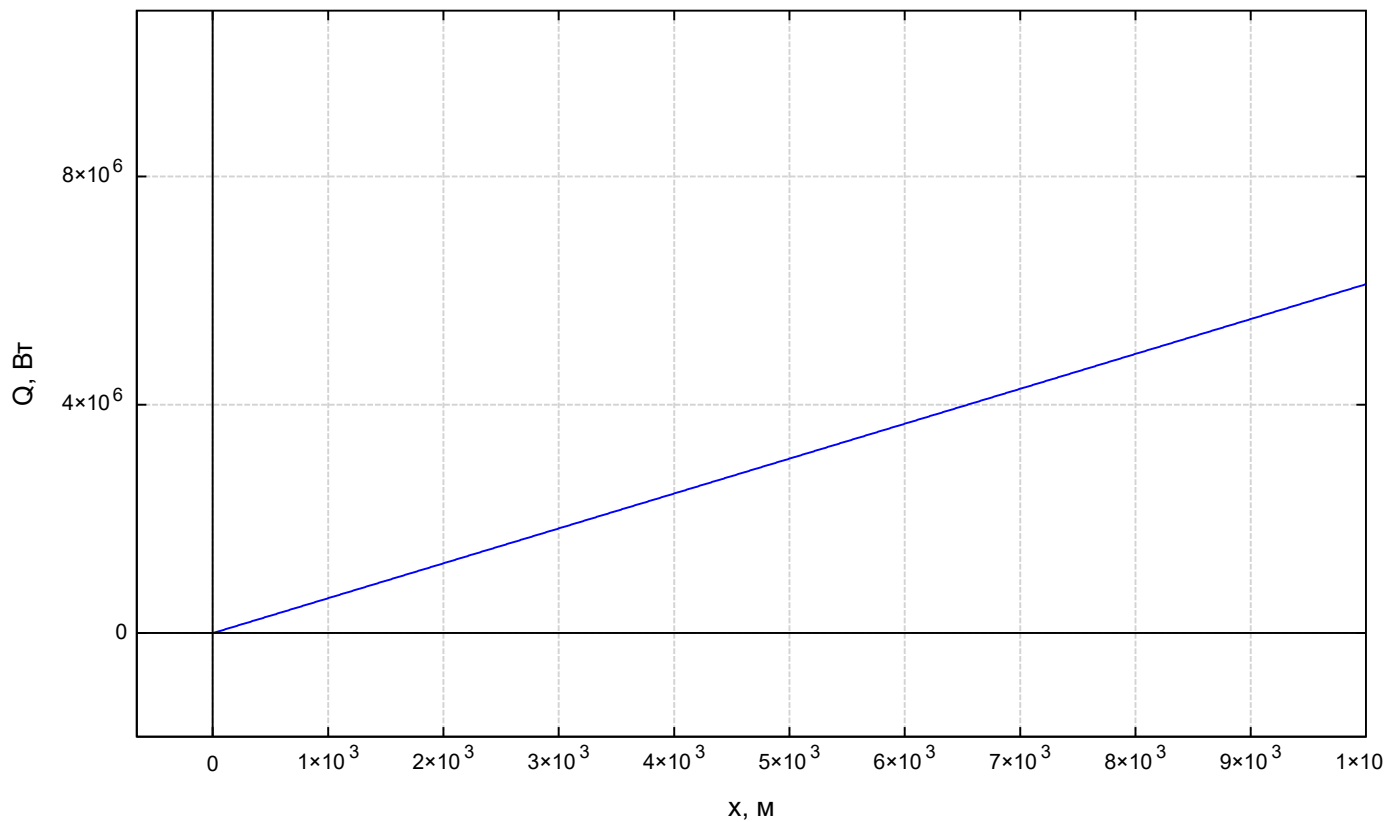
## Графики зависимостей $Q(x)$

$x := [0, 10 \dots 10000]$  м

Без изоляции:

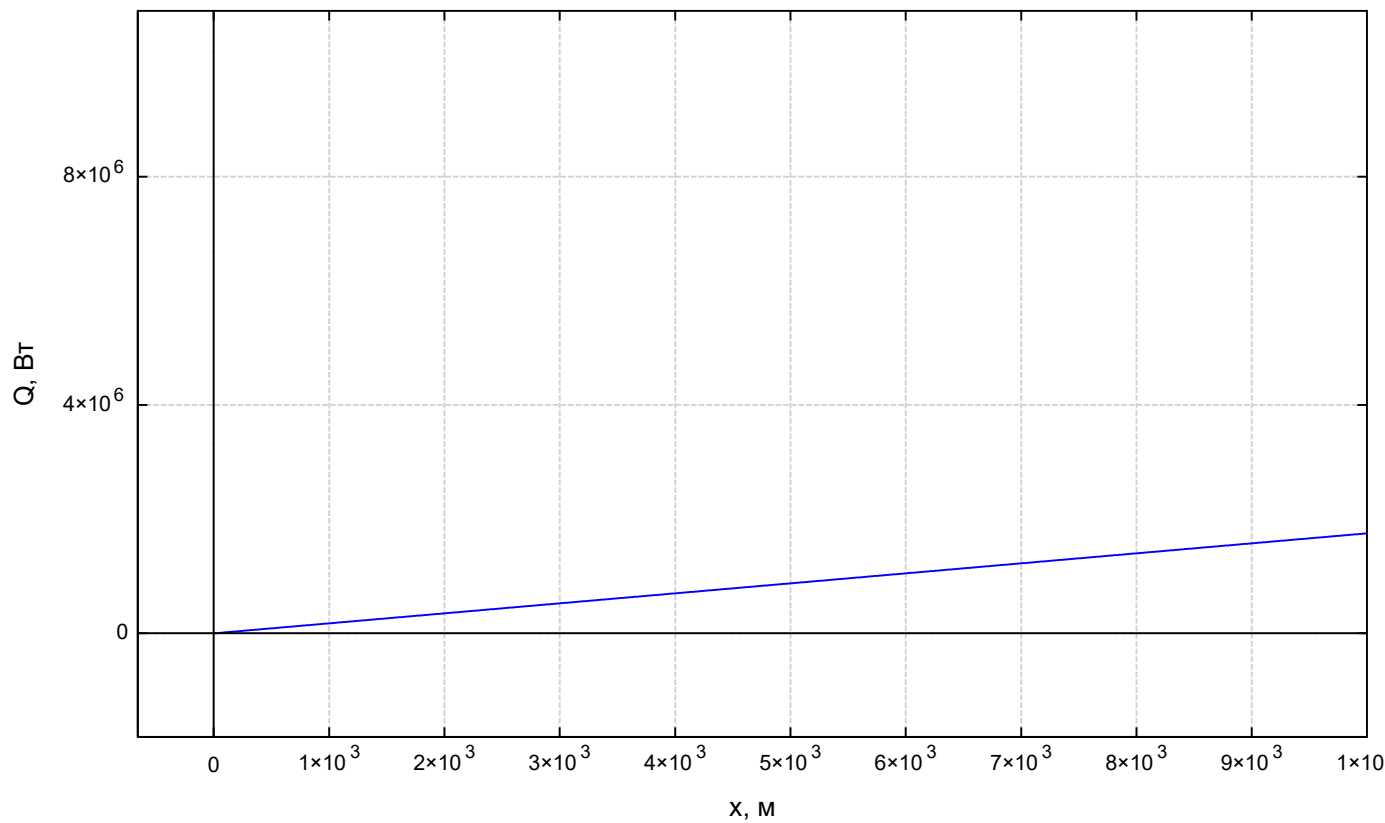


С покрытием из бетона:





С покрытием из Зонолита:



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{augment}\left(x, \overrightarrow{Q_2 := q_{13} \cdot x}\right) \\ \left[ \begin{array}{ccc} 0 & 0 & "+" \end{array} \right] 500000 \end{array} \right.$$