

Лекция по теории вероятности №1.

Чудинов Никита (группа 145)

02.09.2015

Список полезных учебников в течение года

1. Ширяев А.Н. — Вероятность
2. Севастьянов Б.А. — Курс теории вероятностей и математической статистики
3. Чистяков В.П. — Курс теории вероятностей
4. Кибзун А.И., Горяинова Е.Р., Наумов А.В. — Теория вероятностей и математическая статистика; Базовый курс с примерами и задачами

Определение 1. $\omega_1, \dots, \omega_n$ — все взаимоисключающие исходы называются *элементарными исходами*.

Определение 2. $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ — *пространство* элементарных случайных событий.

Пример.

1. $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}$ — монета;
2. $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_6\}$ — игральная кость;
3. $\Omega = \{\omega_1, \dots\}$ — количество принятых звонков телефонной станцией.

Определение 3. *Достоверное событие* — событие, происходящее с вероятностью 1.

Определение 4. *Невозможное событие* — событие, происходящее с вероятностью 0.

Определение 5 (Операции над случайными событиями в сравнении с множествами).

1. *Суммой* случайных событий называют их объединение;
2. *Произведением* случайных событий называют их пересечение;
3. *Противоположными* случайными событиями называют дополнение событий;
4. *Разность* аналогична операции над множествами.

Определение 6 (Свойства операций над случайными событиями).

- | | |
|---|--|
| 1. $A \cdot \Omega = A$; | 7. $A + B = B + A$; |
| 2. $A + \Omega = \Omega$; | 8. $A \cdot B = B \cdot A$; |
| 3. $A + A = A$; | 9. $A + (B + C) = (A + B) + C$; |
| 4. $A \cdot A = A$; | 10. $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$; |
| 5. $\emptyset \cdot \Omega = \emptyset$; | 11. $\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$; |
| 6. $\emptyset + \Omega = \Omega$; | 12. $\overline{\overline{A}} = A$. |

Определение 7. Класс \mathcal{A} подмножеств пространства Ω называется *алгеброй событий*, если:

1. $\Omega \in \mathcal{A}$;
2. $A \in \mathcal{A} \Rightarrow \bar{A} \in \mathcal{A}$;
3. $A, B \in \mathcal{A} \Rightarrow A + B \in \mathcal{A}, A \cdot B \in \mathcal{A}$.

Пример.

1. \emptyset, Ω ;
2. Все комбинации элементарных событий.

Определение 8. Алгебра событий \mathcal{A} называется σ -алгеброй, если:

$$\forall A_1, \dots, A_n, \dots \in \mathcal{A} \Rightarrow \sum_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{A} \text{ и } \prod_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{A}.$$

Заметка. Пусть Ω удовлетворяет следующим условиям:

1. Существует конечное число элементарных случайных событий;
2. Все элементарные случайные события равновероятны

Определение 9. Пусть $A \leq \Omega$; Тогда $|A|$ — количество событий, удовлетворяющих A .

Определение 10. Вероятность $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$.