Лекция по теории вероятности №1.

Чудинов Никита (группа 145)

02.09.2015

Список полезных учебников в течение года

1. Ширяев А.Н. — Вероятность
2. Севастьянов Б.А. — Курс теории вероятностей и математической статистики
3. Чистяков В.П. — Курс теории вероятностей
4. Кибзун А.И., Горяинова Е.Р., Наумов А.В. — Теория вероятностей и математическая статистика; Базовый курс с примерами и задачами

Определение 1. $\omega_1, \ldots, \omega_n$ — все взаимоисключающие исходы называются *элементарными исходами.*

Определение 2. $\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_n\}$ — *пространство* элементарных случайных событий.

Пример.

1. $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}$ — монета;
2. $\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_6\}$ — игральная кость;
3. $\Omega = \{\omega_1, \ldots\}$ — количество принятых звонков телефонной станцией.

Определение 3. *Достоверное событие* — событие, происходящее с вероятностью 1.

Определение 4. *Невозможное событие* — событие, происходящее с вероятностью 0.

Определение 5 (Операции над случайными событиями в сравнении с множествами)**.**

1. *Суммой* случайных событий называют их объединение;
2. *Произведением* случайных событий называют их пересечение;
3. *Противоположными* случайными событиями называют дополнение событий;
4. *Разность* аналогична операции над множествами.

Определение 6 (Свойства операций над случайными событиями)**.**

1. $A \cdot \Omega = A$;
2. $A + \Omega = \Omega$;
3. $A + A = A$;
4. $A \cdot A = A$;
5. $\varnothing \cdot \Omega = \varnothing$;
6. $\varnothing + \Omega = \Omega$;
7. $A + B = B + A$;
8. $A \cdot B = B \cdot A$;
9. $A + (B + C) = (A + B) + C$;
10. $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$;
11. $\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$;
12. $\overline{\overline{A}} = A$.

Определение 7. Класс $\mathcal{A}$ подмножеств пространства Ω называется *алгеброй событий*, если:

1. $\Omega \in \mathcal{A}$;
2. $A \in \mathcal{A} \Rightarrow \overline{A} \in \mathcal{A}$;
3. $A, B \in \mathcal{A} \Rightarrow A + B \in \mathcal{A}, A \cdot B \in \mathcal{A}$.

Пример.

1. $\{\varnothing, \Omega\}$;
2. Все комбинации элементарных событий.

Определение 8. Алгебра событий $\mathcal{A}$ называется *σ-алгеброй*, если:

$$\forall A_1, \dots, A_n, \dots \in \mathcal{A} \Rightarrow \sum_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{A} \text{ и } \prod_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{A}.$$

Заметка. Пусть Ω удовлетворяет следующим условиям:

1. Существует конечное число элементарных случайных событий;
2. Все элементарные случайные события равновероятны

Определение 9. Пусть $A \leqslant \Omega$; Тогда $|A|$ — количество событий, удовлетворяющих A.

Определение 10. *Вероятность* $P(A) = \dfrac{|A|}{|\Omega|}$.