

Лекция по математическому анализу №7.

Чудинов Никита (группа 145)

25 сентября 2015

Определение 1 (аналитическая функция). Функция $f(z)$; $z \in \mathbb{C}$ называется *аналитической в точке*, если она представима степенным рядом с центром в этой точке

$$f(z) = \sum_1^{\infty} c_n (z - z_0)^n; \quad (1)$$

которая абсолютно сходится в некоторой ε -окрестности, $\varepsilon > 0$.

Пример.

- многочлены;
- отношения многочленов везде, кроме нулей знаменателя;
- $\sin(x), \cos(x)$.

Теорема. Пусть $f(z)$ — аналитическая функция в точке z_0 . Тогда её представление в виде (1) единственно и

$$c_n = \frac{f^{(n)}(z_0)}{n!}.$$

Доказательство.

$$f(z) = \sum_0^{\infty} c_n (z - z_0)^n \Rightarrow f'(z) = \sum_0^{\infty} n c_n (z - z_0)^{n-1}.$$

$$z = z_0 : f''(z_0) = z \cdot 1 \cdot c_2 \dots$$

$$f^{(k)}(z_0) = k! c_k \quad \forall k.$$

□