Matematička analiza 2 - 7. auditorne vježbe

1. Izračunajte masu piramide V s vrhovima $O(0,0,0),\,A(1,0,0),\,B(0,1,0),\,C(0,0,1)$ i gustoćom

$$\rho(x, y, z) = \frac{1}{(x + y + z + 1)^3}.$$

2. Prelaskom na sferne ili cilindrične koordinate izračunajte integral

$$\int_0^2 dy \int_0^{\sqrt{4-y^2}} dx \int_1^{5-x^2-y^2} z \sqrt{x^2+y^2} dz.$$

3. Izračunajte integral

$$\iiint_{V} \frac{\ln(x^{2} + y^{2} + z^{2} + 1)}{\sqrt{x^{2} + y^{2}}} dx dy dz,$$

gdje je V područje određeno nejednadžbama $x^2+y^2+z^2 \leq 4, x \geq 0, z \geq 0.$

4. Skicirajte tijelo omeđeno plohama

$$z = x^2 + y^2, \quad z = x + y$$

te izračunajte njegov volumen.

5. Skicirajte tijelo

$$D = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \colon x^2 + (y - 2)^2 + z^2 \leqslant 2, \ z \leqslant \frac{1}{\sqrt{2}} \right\}$$

te izračunajte njegov volumen.