

Linearna algebra - 12. auditorne vježbe

1. (**Problem predatora i plijena**) Ekolozi su promatrali populacije zečeva i lasica u jednoj šumi. Uočeno je da je svake godine broj zečeva jednak četverostrukom broju zečeva prošle godine umanjenom za dvostruki broj lasica prošle godine, dok je broj lasica jednak zbroju lanjskog broja zečeva i lanjskog broja lasica. Ako je na početku bilo 100 zečeva i 10 lasica, odredite broj zečeva i lasica nakon n godina. Koliki će biti dugoročan omjer broja zečeva i lasica u toj šumi?

2. (**DZ**) Niz **Fibonaccijevih brojeva** $(F_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ zadan je rekursivno s

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \quad F_0 = 0, \quad F_1 = 1.$$

Odredite formulu za F_n .

Uputa: uvedite niz $G_n := F_{n-1}$ i postupajte slično kao u prethodnom zadatku.

3. Odredite svojstvene vrijednosti i pripadne svojstvene vektore operatora

$$A: \mathcal{M}_2 \rightarrow \mathcal{M}_2, \quad A(\mathbf{M}) = \mathbf{M}^\top.$$

4. Zadana je matrica

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & -2 \\ 4 & 4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Odredite \mathbf{A}^{3000} .

5. Odredite svojstvene vrijednosti i pripadne svojstvene vektore operatora zrcaljenja u prostoru s obzirom na ravninu

$$\pi \dots 3x - 2y + z = 0.$$

6. Ako za matricu $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_n$ vrijedi da je zbroj elemenata u svakom njenom retku (ili stupcu) jednak c , dokažite da je c svojstvena vrijednost te matrice.