Linearna algebra - 7. auditorne vježbe

1. Zadan je paralelogram s vrhovima $A(-3,-2,0)$, $B(3,-3,1)$, $C(5,0,2)$ i D. Odredite kut koji zatvaraju dijagonale tog paralelograma.

2. Izračunajte skalarnu projekciju vektora $\mathbf{a} = 3\mathbf{i}-12\mathbf{j}+4\mathbf{k}$ u smjeru vektora $\mathbf{b} = (\mathbf{i}-2\mathbf{k})\times(\mathbf{i}+3\mathbf{j}-4\mathbf{k})$.

3. Neka je $\mathbf{a} = 3\mathbf{i}+2\mathbf{j}+\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 8\mathbf{i}+5\mathbf{j}+2\mathbf{k}$. Nađite vektor $\mathbf{c}$ takav da $\mathbf{c} \perp \mathbf{a}$, $\mathbf{c} \perp \mathbf{b}$, $|\mathbf{c}| = 12$ te takav da zatvara tupi kut s osi Oy. Koliko je oplošje paralelepipeda koji razapinju vektori $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ i $\mathbf{c}$?

4. Neka je $\mathbf{a} = -2\mathbf{i}+5\mathbf{j}+\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 2\mu\mathbf{i}+\lambda\mathbf{j}+2\mathbf{k}$ i $\mathbf{c} = 4\mathbf{i}-10\mathbf{j}+\mu\mathbf{k}$. Za koje su vrijednosti parametara $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ vektori $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ i $\mathbf{c}$:

(a) kolinearni,

(b) komplanarni?

5. Zadani su vektori $\mathbf{a} = 2\mathbf{i}-\mathbf{j}+\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = \mathbf{i}+2\mathbf{j}-\mathbf{k}$ i $\mathbf{c} = \mathbf{i}+\mathbf{j}-2\mathbf{k}$. Odredite jedinični vektor $\mathbf{v}$ koji leži u ravnini razapetoj vektorima $\mathbf{b}$ i $\mathbf{c}$, a okomit je na vektor $\mathbf{a}$.

6. Pojednostavnite izraze:

(a) $\mathbf{i}\times(\mathbf{j}+\mathbf{k})-\mathbf{j}\times(\mathbf{i}+\mathbf{k})+\mathbf{k}\times(\mathbf{i}+\mathbf{j}+\mathbf{k})$,

(b) $(\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c})\times\mathbf{c}+(\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c})\times\mathbf{b}+(\mathbf{b}-\mathbf{c})\times\mathbf{a}$,

(c) $2\mathbf{i}\cdot(\mathbf{j}\times\mathbf{k})+3\mathbf{j}\cdot(\mathbf{i}\times\mathbf{k})+4\mathbf{k}\cdot(\mathbf{i}\times\mathbf{j})$.

7. Odredite nužne i dovoljne uvjete na parametre $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tako da vektori $\mathbf{a} = \mathbf{i}+\mathbf{j}+\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = \mathbf{i}+\alpha\mathbf{j}+\beta\mathbf{k}$ i $\mathbf{c} = \mathbf{i}+\alpha^2\mathbf{j}+\beta^2\mathbf{k}$ čine bazu prostora V^3. Zapišite vektor $\mathbf{d} = 4\mathbf{i}+(\alpha+1)^2\mathbf{j}+(\beta+1)^2\mathbf{k}$ u toj bazi.