

Linearna algebra - 4. auditorne vježbe

1. U ovisnosti o parametru $a \in \mathbb{R}$ odredite rang matrice

$$\begin{bmatrix} 2a-1 & a & 1 \\ a & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{bmatrix}.$$

2. Neka su \mathbf{A} i \mathbf{B} kvadratne matrice reda 3. Neka \mathbf{A} ima rang jednak 1, a \mathbf{B} rang jednak 2. Koje su moguće vrijednosti ranga matrice $\mathbf{A} + \mathbf{B}$? Za svaku vrijednost nađite primjere matrica \mathbf{A} i \mathbf{B} .
3. Zadana je blok matrica \mathbf{A} tipa 6×6 čiji su blokovi matrice \mathbf{B} , \mathbf{C} te nul-matrice:

$$\mathbf{A} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{B} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{C} \end{array} \right], \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -9 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Nađite inverz matrica \mathbf{A} , \mathbf{B} i \mathbf{C} te inverze umnožaka \mathbf{BC} i \mathbf{B}^2 .

4. Za koje $\lambda \in \mathbb{R}$ su vektori

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \lambda + 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ \lambda \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 11 \\ -6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

linearno nezavisni?

5. U ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$ odredite rang matrice \mathbf{A} reda $n+1$:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1-\lambda & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 2-\lambda & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & n-\lambda \end{bmatrix}.$$

6. Izračunajte inverz matrice \mathbf{A} reda n :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}.$$