

13. Procjena parametara

Strojno učenje 1, UNIZG FER, ak. god. 2022./2023.

Jan Šnajder, vježbe, v2.1

1 Zadatci za učenje

1. [*Svrha: Prisjetiti se očekivanja, varijacije, kovarijacije i korelacije varijabli.*] Neka je zajednička vjerojatnost $P(X, Y)$ varijabli X i Y sljedeća: $P(1, 1) = 0.2$, $P(1, 2) = 0.05$, $P(1, 3) = 0.3$, $P(2, 1) = 0.05$, $P(2, 2) = 0.3$, $P(2, 3) = 0.1$.
 - (a) Izračunajte marginalne vjerojatnosti $P(X)$ i $P(Y)$ te uvjetne vjerojatnosti $P(X|Y)$ i $P(Y|X)$. Uvjerite se da Bayesov teorem daje isti rezultat.
 - (b) Izračunajte očekivanje $\mathbb{E}[X]$, varijancu $\text{Var}(X)$, kovarijancu $\text{Cov}(X, Y)$, koeficijent korelacije $\rho_{X,Y}$ i kovarijacijsku matricu Σ .
 - (c) Dokažite:
 - i. $\text{Var}(X) = \mathbb{E}[X^2] - \mathbb{E}[X]^2$
 - ii. $\text{Var}(aX) = a^2\text{Var}(X)$
 - iii. $\text{Cov}(X, Y) = \mathbb{E}[XY] - \mathbb{E}[X]\mathbb{E}[Y]$
2. [*Svrha: Razumjeti nezavisnost slučajnih varijabli i shvatiti da linearna nekoreliranost ne znači nezavisnost.*]
 - (a) Definirajte nezavisnost slučajnih varijabli (preko zajedničke vjerojatnosti i preko uvjetne vjerojatnosti).
 - (b) Sudeći po iznosu koeficijenta korelacije $\rho_{X,Y}$, jesu li varijable iz zadatka 1 linearno zavisne? Jesu li nezavisne?
 - (c) Za koje od sljedećih varijabli očekujete da su zavisne, a za koje da je ta zavisnost linearna:
 - (i) dob i veličina cipela, (ii) dob i sati spavanja, (iii) razina buke i udaljenost od izvora buke, (iv) dob i prihodi?
 - (d) Dokažite da su nezavisne varijable linearno nekorelirane.