Analiza i projektiranje računalom
2. kontrolna zadaća

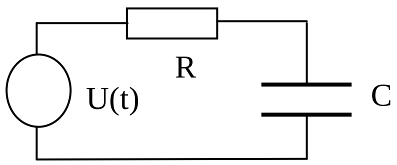
1. (2) Za algoritam na slici odredite broj operacija množenja i dijeljenja te definirajte složenost algoritma u O() notaciji.

```
pocetak(n)
  i = 1;
  dokje(i < n)
  { j = i;  // pazi!
    dokje(j < n)
    { k = 1;
      dokje(k < n)
      { ako(k*k == i*i + j*j)
          ispisi(i,j,k);
        k++;
      }
      j++;
    }
    i++;
  }
kraj.
```

2. (2) Dokažite da vrijednost *x* = 0.373084 predstavlja jednu od točaka stabilnog ciklusa periode 4 za diskretni sustav $x_{k+1} = 3.52(1 - x_k)x_k$. Napišite vrijednosti ostalih točaka u tom ciklusu. *Napomena*: derivacija kompozicije funkcija jednaka je umnošku derivacija dotičnih funkcija.
3. (2) Za zadani nelinearni sustav odredite fiksne točke i nacrtajte izokline (sa vrijednošću derivacije 0) u x-y ravnini. Odredite ponašanje sustava za obje fiksne točke. *Napomena*: do rješenja se može doći ili linearizacijom sustava u okolini fiksnih točaka ili kvalitativnom ocjenom ponašanja u blizini fiksne točke.

$$\dot{x} = x - xy$$
$$\dot{y} = xy - y$$

4. (2) Zadanu mrežu opišite potrebnim brojem diferencijalnih jednadžbi. Početne vrijednosti varijabli stanja su jednake nuli, R = 10kΩ, C = 10μF, naponski izvor daje pilasti napon koji se u vremenu [0,1] može izraziti kao U(t) = 2t [V]. Provedite dvije iteracije trapeznog postupka uz period integracije T = 0.1.



5. (2) Za zadani sustav provedite dvije iteracije Heunovog postupka uz početne vrijednosti varijabli stanja jednake 1 i period integracije T = 0.1.

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \underline{x}$$

6. (3) Navedenim jednadžbama definiran je proizvoljni postupak numeričke integracije. Za zadani postupak pomoću ispitne jednadžbe odredite uvjet stabilnosti (u obliku nejednadžbe). Ako se zadanim algoritmom rješava sustav $\dot{x} = -0.1 \cdot x$, hoće li postupak biti stabilan uz korak T = 1?

$$m_1 = x_k + T \cdot f(x_k, t_k)$$
$$m_2 = x_k + T \cdot f(x_{k+1}, t_{k+1})$$
$$x_{k+1} = x_k + \frac{T}{2} \cdot [f(m_1, t_k) + f(m_2, t_{k+1})]$$

7. (3) Genetskim algoritmom pronalazi se minimum funkcije $f(x) = (x - 1/2)^2$ u intervalu $x \in [0, 1]$. Željena preciznost je dvije decimale (binarni prikaz kromosoma). Realne vrijednosti 0, 0.25, 0.35, 0.75 i 0.9 prikažite kao kromosome te za svaki kromosom izračunajte početnu vjerojatnost eliminacije za primjenu u postupku eliminacijske selekcije (pomoć: definirajte funkciju kazne). Eliminirajte jedinku sa najvećom vjerojatnošću eliminacije i nadomjestite je križanjem s jednom točkom prekida između dvije slučajno odabrane jedinke, te izračunajte realnu vrijednost i dobrotu nove jedinke.
8. (2) Zadana je funkcija cilja dvije varijable $F(\underline{x}) = x_1 + x_2 - x_1 x_2$ kojoj se traži minimum, uz implicitno ograničenje $|x_1 x_2| - 8 \le 0$ te eksplicitna ograničenja $x_1, x_2 \in [-10, 10]$. Uz trenutni skup točaka (2,4), (2,0), (4,2), (1,1) te faktor refleksije α = 2, provedite jednu iteraciju postupka po Boxu. Na početku i na kraju iteracije napišite trenutni skup točaka i njihov centroid.
9. (2) Za funkciju cilja $f(x, y, z) = (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2$ formirajte (nepravilni) simpleks sa potrebnim brojem točaka (za primjenu postupka po Nelderu i Meadu). Odredite centroid dobivenog skupa točaka i provedite operaciju refleksije uz α = 2.