Linearna algebra - 8. auditorne vježbe

1. Zadani su pravci p i q te ravnina π svojim jednadžbama:

$$p \dots \frac{x+1}{0} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}, \quad q \dots \frac{x-1}{-1} = \frac{y+6}{3} = \frac{z+6}{4}, \quad \pi \dots x + 2y + z = 10.$$

Odredite površinu trokuta ABC ako je $A = p \cap q$, $B = p \cap \pi$ i $C = q \cap \pi$.

2. **(a)** Odredite jednadžbu ravnine π koja je okomita na ravninu

$$\tau \dots x + 2y - z = 1,$$

paralelna s pravcem

$$p \dots \frac{x-1}{5} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-1}{4}$$

i prolazi točkom $A(1, 0, -1)$.

(b) Odredite jednadžbu pravca p koji prolazi točkom $B(1, 2, -2)$, paralelan je s ravninom

$$\rho \dots x - 2y + 3z = 9$$

i siječe pravac

$$q \dots \frac{x+4}{2} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-1}{-1}.$$

3. Presjekom ravnina $\mu \dots x + y + \alpha z = 5$ i $\nu \dots 2x - y - 2z = 1$ određen je pravac p. Odredite vrijednost parametra $\alpha \in \mathbb{R}$ tako da pravac p bude paralelan s pravcem q zadanim parametarskim jednadžbama

$$q \dots \begin{cases} x = 2t, \\ y = 1 + 2t, \\ z = -1 + t, \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}.$$

4. Odredite zajedničku normalu pravaca

$$p \dots \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-4}{4}, \quad q \dots \frac{x-5}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-4}{4}.$$

5. Odredite ortogonalnu projekciju pravca

$$p \dots \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+2}{1}$$

na ravninu

$$\pi \dots - 2x + 3y + 4z + 1 = 0.$$

6. Točka $C(2, 0, 1)$ je vrh jednakokračnog trokuta ABC površine $4\sqrt{3}$ čija osnovica $\overline{AB}$ leži na pravcu

$$p \dots \frac{x+2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{2}.$$

Odredite koordinate točaka A i B.