

Linearna algebra - 5. auditorne vježbe

1. Hrvatska ratna mornarica obnavlja flotu kupovinom 18 novih brodova. Na tržištu postoje tri tipa brodova koji se razlikuju po broju putnika i količini tereta koju mogu prevesti. Tri tipa brodova mogu prevesti redom 70, 110 i 200 putnika te 210, 250 i 350 tona tereta. Koliko brodova pojedinog tipa moraju kupiti ako je poznato da žele ukupni kapacitet od 1880 putnika i 4420 tona tereta?
2. Za balet "Orašar" prodano je 480 ulaznica po cijenama od 220, 180 i 150 kn. Ukupna zarada iznosi 90 080 kn, a najjeftinijih je ulaznica prodano tri puta manje nego svih ostalih zajedno. Koliko je kojih ulaznica prodano?
3. (**Lagrangeov interpolacijski polinom**) Odredite sve polinome stupnja manjeg ili jednakog tri kojima graf prolazi točkama $(1, -4)$, $(-1, 6)$ i $(2, -1)$. Ukoliko dodamo još i uvjet da polinom treba biti normiran, postoji li takav polinom i je li jedinstven?
4. Zadan je sustav linearnih jednadžbi:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 4 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 6 \end{cases}.$$

(a) Dokažite da ovaj sustav ima beskonačno mnogo rješenja.

(b) Odredite jedno rješenje tog sustava za koje vrijedi:

- i. sve koordinate rješenja su nenegativni realni brojevi,
- ii. zbroj koordinata rješenja je veći od 4,
- iii. prva i treća koordinata rješenja se podudaraju.

5. U ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$ riješite sustav:

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = \lambda \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = \lambda^2 \end{cases}.$$

6. U ovisnosti o parametrima $a, b \in \mathbb{R}$ riješite sustav:

$$\begin{cases} x_1 & & & - & x_4 = 2 \\ & x_2 & - & x_3 & + & x_4 = 3 \\ & & & ax_3 & & = 1 \\ & x_2 & & & + & bx_4 = 0 \end{cases}.$$