

Operacijska istraživanja

studeni 2021.

1. laboratorijska vježba

Za laboratorijski vježbu svaki student treba riješiti dva zadatka. Zadatke je potrebo riješiti koristeći programski jezik Python ili Juliju (odnosno pakete za linearno programiranje, npr. PuLP za Python, ili JuMP za Juliju).

1. zadatak student uzima iz popisa zadataka (navedenog u ovome dokumentu) i to s onim rednim brojem koji odgovara vrijednostima zadnje dvije znamenke matičnog broja studenta. Potrebno je izraditi matematički model polaznog i njemu dualnog problema te, nakon softverskog rješavanja, iščitati sve informacije koje se mogu dobiti iz optimalnih vrijednosti varijabli polaznog modela i odgovarajućih dualnih varijabli. Zadatak treba riješiti na više različitih načina: simpleksnom metodom, dualnom simpleksnom metodom (primijenjenom na polazni ili na dualni problem u slučaju kad se dualna simpleksna metoda može primijeniti) te grafičkom metodom. Rješenja dualnog problema (ili rješenja polaznog problema ako je grafički riješen dualni problem) treba naći i korištenjem principa oslabljene komplementarnosti (engl. *weak slackness*).
2. zadatak je isti za sve studente odnosno svi trebaju riješiti problem linearne regresije (u Pythonu ili Juliji). Za zadani skup točaka potrebno je odrediti jednadžbu pravca ($y = ax + b$) koji minimizira apsolutnu pogrešku (odnosno udaljenosti točaka od pravca). U tu svrhu svaki student treba izgenerirati 100 točaka (svaka točka ima x i y koordinatu) koristeći generator slučajnih brojeva pri čemu postavlja *seed* na vrijednost zadnje dvije znamenke svog matičnog broja. Također je potrebno izraditi programski grafički prikaz zadanih točaka i dobivenog pravca.

Skripte i rješenja zadataka (*ime_prezime.zip*) potrebno je poslati doc.dr.sc. Bagić Babac putem *chata* preko Teams platforme do **22. studenoga 2021.** Za sva pitanja i nejasnoće studenti se mogu obratiti putem Teams *chata* ili mejlom na: marina.bagic@fer.hr

98. Na tržištu dionica su se pojavile dvije nove kompanije. Način ulaganja u ove kompanije je različit, ali obje podrazumijevaju da posjedovanje njihovih dionica obvezuje dioničare da ulože i svoj rad proporcionalan broju dionica. Jedinična cijena dionice prve kompanije je 100 EUR i ona očekuje prosječno pet sati rada od ulagača po svakoj dionici koju posjeduje. Druga kompanija ima nešto drukčiji pristup. U želji da stimulira dioničare, ona ih samo obvezuje da rade u prosjeku tri sata dnevno za svaku dionicu koju posjeduju. Dionice im ne samo da ne naplaćuje, već naprotiv daje im po 200 EUR po svakoj dionici koju preuzmu. Očekivani prihod u budućnosti od svake od dionica u periodu za koji se planira je 2000 EUR za dionice prve, a 1500 EUR za dionice druge kompanije (po jednoj dionici). Uлагаč ima ukupno 100 EUR za kupovinu dionica pri čemu novac dobiven od preuzimanja dionica druge kompanije može iskoristiti za kupovinu dionica prve kompanije. Uлагаč ne može odvojiti više od šest sati dnevno u prosjeku za rad u kompanijama. Potrebno je napraviti plan ulaganja kojim se ostvaruje najveću očekivanu dobit (pri čemu treba uzeti u obzir i troškove ulaganja).

97. Student završne godine fakulteta želi nastaviti školovanje na prestižnom fakultetu. Pored dobrih ocjena, za upis mu je potreban i novac za školarinu. Jedna od mogućnosti zarade je putem investiranja u dvije perspektivne kompanije. Investiranje u kompaniju A je putem kupovine dionica čija je jedinična cijena 2000 EUR i osobnim angažiranjem putem rada u kompaniji po sat dnevno u prosjeku za svaku dionicu koju kupi. Dionice kompanije B se ne kupuju, nego naprotiv za njih student dobiva 1000 EUR po svakoj dionici koju preuzme, ali nose obavezu rada u kompaniji po tri sata dnevno u prosjeku za svaku preuzetu dionicu. Student ima 2000 EUR na raspolaganju za investiranje. Novac koji dobije preuzimanjem dionica kompanije B može iskoristiti za kupovinu dionica kompanije A. Što se vremena tiče, student ne može raditi više od osam sati dnevno u prosjeku ukupno u obje kompanije. Kako su obje kompanije perspektivne, student može očekivati prilično dobar povrat uloženog novca i vremena do vremena kad će mu novac biti potreban za upis. Konkretno, očekivana dobit od svake dionice kompanije A koju posjeduje je 20000 EUR, a 10000 EUR od svake dionice kompanije B. Potrebno je napraviti plan kupovine dionica koji će studentu osigurati maksimalnu dobit.

71. Poduzeće proizvodi dva proizvoda. Za proizvodnju oba proizvoda koristi se jedna sirovina čija količina je ograničena na 20 kg u planskom periodu. Za pravljenje svakog kilograma prvog proizvoda potroši se 250 grama sirovine, a za pravljenje svakog kilograma drugog proizvoda potroši se 750 grama sirovine. Dobit od prvog proizvoda je 3 EUR po kilogramu, a od drugog 7 EUR po kilogramu. Potrebno je napraviti plan proizvodnje koji maksimizira dobit, pri čemu je potrebno uzeti u obzir da je količina proizvoda koji se mogu plasirati na tržište ograničena. Prvog proizvoda može se prodati maksimalno 10 kg, a drugog 9 kg.

69. Poduzeće za proizvodnju slatkiša proizvodi visokokvalitetne čokoladne proizvode i namjerava pokrenuti proizvodnju dva nova slatkiša. Proizvodi se prave u tri različita odjeljka u kojem provode određeno vrijeme. Prvi proizvod zahtijeva 1 h proizvodnje u odjeljku 1 i 3 h proizvodnje u odjeljku 3 po jednom komadu. Drugi proizvod zahtijeva 1 h proizvodnje u odjeljku 2 i 2 h proizvodnje u odjeljku 3 po jednom komadu. Odjeljak 1 ima na raspolaganju 3 slobodna sata, odjeljak 2 ima 6 slobodnih sati i

odjeljak 3 ima 18 slobodnih sati. Svi proizvedeni novi proizvodi mogu se prodati, a cijena prvog iznosi 2 EUR, a drugog 4 EUR po komadu. Potrebni je izračunati proizvodnju koja će maksimizirati profit.

52. Teretni brod prebacuje dvije vrste tereta. Zbog prirode tereta, za svaku utovarenu tonu prve vrste tereta brodovlasnik treba platiti taksu od 500 EUR, dok za svaku utovarenu tonu druge vrste tereta brodovlasnik dobiva predujam od 200 EUR. Gotovina kojim brodovlasnik raspolaže na početku utovara iznosi 3000 EUR i brodovlasnik nema načina da u trenutku utovara nabavi veću količinu novca. Novac koji se dobije kao predujam zbog utovara druge vrste tereta može se koristiti za plaćanje takse za prvu vrstu tereta. Utovar prve vrste tereta traje pola sata po toni, a druge vrste tereta 15 minuta po toni. Ukupno vrijeme koje je na raspolaganju za utovar je najviše 12 sati, a u jednom trenutku može se utovariti samo jedna vrsta tereta. Zarada od prijevoza prve vrste tereta iznosi 2000 EUR po toni, a od drugog 100 EUR po toni (ne računajući predujam koji je već dobio). Odrediti broj paketa prve i druge vrste koji treba utovariti na brod da bi se ostvarila najveća dobit.

50. Dva tipa vitamina V1 i V2 mogu se konzumirati putem dva tipa tableta, T1 i T2, čije su cijene redom 24 odnosno 25 centi po tableti. Dnevno treba konzumirati minimalno 17 jedinica vitamina V1 i 11 jedinica vitamina V2. Tableta T1 sadrži 1 jedinicu vitamina V1 i 4 jedinice vitamina V2. Tableta T2 sadrži 5 jedinica vitamina V1 i jednu jedinicu vitamina V2. Potrebno je utvrditi koliko tableta i kojih treba utrošiti svakog dana da se zadovolje dnevne potrebe za vitaminima uz minimalne troškove.

40. Za pravilnu prehranu potrebno je unositi minimalno po 10 jedinica hranljivih komponenti A i B. Trenutno je moguće nabaviti samo dva prehrambena proizvoda P1 i P2. Proizvod P1 sadrži po dvije jedinice komponente A i B po jednoj količinskoj jedinici proizvoda P1. Proizvod P2 sadrži četiri jedinice komponente A i šest jedinica komponente B po jednoj količinskoj jedinici proizvoda P2. Jedinične cijene proizvoda su tri novčane jedinice za P1 i pet novčanih jedinica za P2. Potrebno je napraviti plan prehrane, odnosno nabavke prehrambenih proizvoda, koji će uz najmanje troškove zadovoljiti specificirane potrebe.

32. Potrebno je povezati dva električna postrojenja električnim kablom. Postrojenja su međusobno udaljena 200 metara (što znači da kabel mora biti barem toliko dugačak). Za to je moguće koristiti neki od dva kabla različitih karakteristika ili njihovu kombinaciju. Radi konfiguracije ostatka mreže, ukupan otpor tog kabla mora biti barem 5 ohma. Prvi dostupni tip kabla ima otpor od 0.03 ohma po metru i cijenu od 0.2 EUR po metru. Drugi dostupni tip kabla ima otpor od 0.02 ohma po metru i cijenu od 0.3 EUR po metru. Potrebno je utvrditi s koliko metara svakog od kablova se zadovoljavaju postavljeni uvjeti uz minimalne troškove.

26. Jedan student odlučio je sebi organizirati zdravu prehranu jedući samo svoja dva omiljena jela, šnicle i krumpir. Pod zdravom prehranom misli se na onu u kojoj dnevno unosi u organizam barem 40 jedinica proteina, manje od 60 jedinica masnoća i točno 50 jedinica ugljikohidrata. Svaka šnicla stoji 4 EUR, a u sebi sadrži 5 jedinica ugljikohidrata, 20 jedinica proteina i 15 jedinica masnoća. Porcija krumpira sadrži 15 jedinica ugljikohidrata, 5 jedinica proteina i 2 jedinice masnoća, a stoji 2 EUR. Potrebno je utvrditi potreban broj šnicli i porcija krumpira koji osigurava zdravu dnevnu prehranu uz

najniže troškove. Brojevi šnicli i porcija krumpira ne moraju biti cijeli brojevi, odnosno mogu biti bilo koji realan pozitivan broj.

18. Neki tokar proizvodi proizvode A i B čije su prodajne cijene 30 odnosno 25 EUR po komadu. On zahtijeva od poslodavca da mu osigura angažman od barem 10 sati tjedno. Proizvod A zahtijeva 1 sat strojnog rada i 2 sata ručnog rada po proizvedenom kilogramu, dok proizvod B zahtijeva 5 sati strojnog rada i 1 sat ručnog rada po proizvedenom kilogramu. Pored toga, poznato je da proizvodni stroj ne smije raditi više od 25 sati tjedno. Pronađi plan proizvodnje koji ispunjava sve postavljene zahtjeve, a koji je takav da će poslodavca najmanje koštati.

14. Neki radnik preprodaje računala i računalnu opremu te očekuje isporuku računala i pisača. Pri tome, računala su spakirana tako da njihova kutija zauzima 360 kubnih decimetara prostora, dok se pisači pakiraju u kutijama koje zauzimaju 240 kubnih decimetara prostora. Radnik se trudi mjesečno prodati najmanje 30 računala i da taj broj bude bar za 50% veći od broja prodanih pisača. Računala stoje 200 EUR po nabavnoj cijeni i prodaju se po cijeni od 400 EUR, dok pisači stoje u nabavci 60 EUR i prodaju se za 140 EUR. Skladište kojim radnik raspolaže ima svega 30,000 kubnih decimetara prostora i mjesečno može nabaviti robu u iznosu od najviše 14,000 EUR. Koliko računala, a koliko pisača radnik treba prodati kako bi maksimalno zaradio?

10. Neki radnik radi u poduzeću za proizvodnju X i Y proizvoda pomoću dva stroja (A i B). Za izradu proizvoda X potrebno je 50 min obrade na stroju A i 30 min obrade na stroju B. Proizvod Y se 24 min obrađuje na stroju A i 33 min na stroju B. Na početku ovog tjedna napravljeno je 30 proizvoda X i 90 proizvoda Y. Stroj A je na raspolaganju 40 sati dok je stroj B na raspolaganju 35 sati. Direktor očekuje da se do kraja tjedna napravi najmanje 75 X i 95 Y proizvoda. Politika poduzeća je da broj proizvoda bude maksimalan te treba formulirati i riješiti problem odlučivanja koliko svakog proizvoda treba napraviti u tekućem tjednu.

9. Majstor koji izrađuje ormariće ima 12 komada drveta i namjerava izraditi dvije vrste policia za knjige u roku od 36 sati. Za model 1 su potrebna 3 komada drveta i 9 sati rada, dok je za model 2 potrebno 2 komada drveta i 8 sati rada. Prodajna cijena modela 1 iznosi 150 kn, a modela 2 iznosi 90 kn. Koliko od svakog modela police majstor treba izraditi da bi ostvario najveću moguću dobit?