

Primjeri Gomoryevih odsijecajućih ravnina

Koristimo isti primjer kao sa predavanja sa Telfa Corporation (usporedite sa grananjem i ograđivanjem).

Telfa Corporation proizvodi stolove i stolce. Stol treba 1 sat rada i 9 m² drva, a stolac zahtijeva 1 sat rada i 5m² drva. Trenutno, imamo raspoloživo 6 sati rada i 45 m² drva. Svaki stol doprinosi \$8 profitu, a svaki stolac \$5. Formuliraj i riješi IP da maksimiziraš Telfin profit.

1 IP

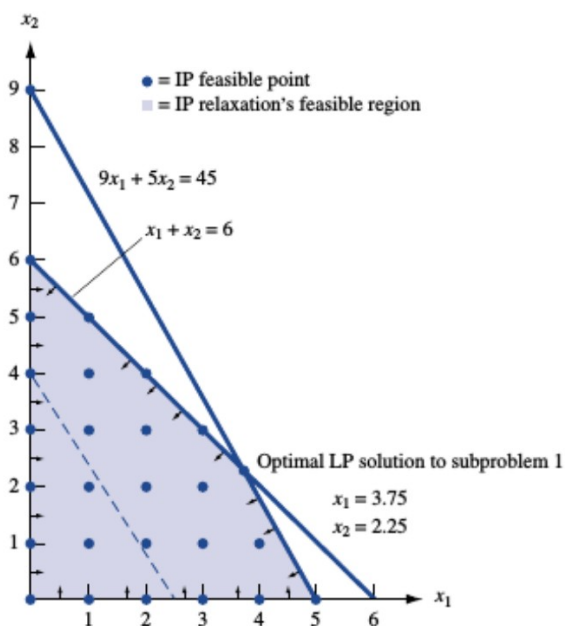
$$\max z = 8x_1 + 5x_2$$

$$x_1 + x_2 \leq 6 \text{ (rad)}$$

$$9x_1 + 5x_2 \leq 45 \text{ (drva)}$$

$$x_1, x_2 \geq 0; x_1, x_2 \text{ integer}$$

2 Riješiti LP relaksaciju



Treba riješiti tablično i dobiti bazično rješenje iz kojeg se algebarski izračunavaju valjane nejednakosti.

z	x1	x2	s1	s2	RHS
1	-8	-5	0	0	0
0	1	1	1	0	6
0	9	5	0	1	45

z	x1	x2	s1	s2	RHS
1	0	-5/9	0	8/9	40
0	0	4/9	1	-1/9	1
0	1	5/9	0	1/9	5

z	x1	x2	s1	s2	RHS
1	0	0	5/4	3/4	41 1/4
0	0	1	9/4	-1/4	9/4
0	1	0	-5/4	1/4	15/4

Imamo dvije varijable koje su trebale biti cjelobrojne, ali su frakcionalne (x_1 i x_2).

Stoga, imamo i dva moguća Gomoryeva reza:

Za x_1 :

$$-(-5/4 + 2) s_1 - (1/4 - 0) s_2 \leq 3 - 15/4$$

$$-3/4 s_1 - 1/4 s_2 \leq -3/4$$

$$\mathbf{G1: -3s_1 - s_2 \leq -3}$$

Za x_2 :

$$-(9/4 - 2) s_1 - (-1/4 - (-1)) s_2 \leq 2 - 9/4$$

$$-1/4 s_1 - 3/4 s_2 \leq -1/4$$

$$\mathbf{G2: -s_1 - 3s_2 \leq -1}$$

Od ovih rezova $\{G1, G2\}$ se može dodati proizvoljni podskup.

Recimo ako dodamo G1, proširuje se zadnja simplex tablica sa tom dodatnom nejednakošću i koristi se dualni simplex da razriješi neizvedivost bazičnog rješenja.

z	x1	x2	s1	s2	s3	RHS
1	1	0	5/4	3/4	0	41 1/4
0	0	1	9/4	-1/4	0	9/4
0	1	0	-5/4	1/4	0	15/4
0	0	0	-3	-1	1	-3

Pivot je određen prema pravilima dualnog simplexa, na način da čuva optimalnost jer je tako efikasnije (pogledajte!). Sljedeće rješenje će biti optimalno i izvedivo (ne nužno cjelobrojno!).

z	x1	x2	s1	s2	s3	RHS
1	1	0	0	1/3	5/12	40
0	0	1	0	-1	3/5	0
0	1	0	0	2/3	-5/12	5
0	0	0	1	1/3	-1/3	1

Našli smo rješenje! Optimalno i cjelobrojno nakon samo jedne iteracije generiranja rezova.

Da smo, igrom slučaja, dobili frakcionalno rješenje, opet bismo generirali nove rezove i dodali neki neprazan podskup rezova u tablicu te riješili (neizvedivost) dualnim simpleksom.