Estruturas de Dados

Módulo 6 – Matrizes

Referências

Waldemar Celes, Renato Cerqueira, José Lucas Rangel, *Introdução a Estruturas de Dados*, Editora Campus (2004)

Capítulo 6 – Matrizes

Tópicos

- Alocação estática versus dinâmica
- Vetores bidimensionais – matrizes
- Matrizes dinâmicas
- Operações com matrizes
- Representação de matrizes simétricas

Alocação Estática versus Dinâmica

- Alocação estática de vetor:
  - é necessário saber de antemão a dimensão máxima do vetor
  - variável que representa o vetor armazena o endereço ocupado pelo primeiro elemento do vetor
  - vetor declarado dentro do corpo de uma função não pode ser usado fora do corpo da função

```
#define N 10
int v[N];
```

Alocação Estática versus Dinâmica

- Alocação dinâmica de vetor:
  - dimensão do vetor pode ser definida em tempo de execução
  - variável do tipo ponteiro recebe o valor do endereço do primeiro elemento do vetor
  - área de memória ocupada pelo vetor permanece válida até que seja explicitamente liberada (através da função free)
    - vetor alocado dentro do corpo de uma função pode ser usado fora do corpo da função, enquanto estiver alocado

```
int* v;
…
v = (int*) malloc(n * sizeof(int));
```

Alocação Estática versus Dinâmica

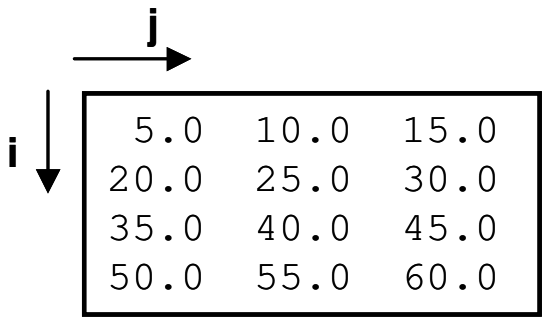
- Função “realloc”:
  - permite re-alocar um vetor preservando o conteúdo dos elementos, que permanecem válidos após a re-alocação
  - Exemplo:
    - m representa a nova dimensão do vetor

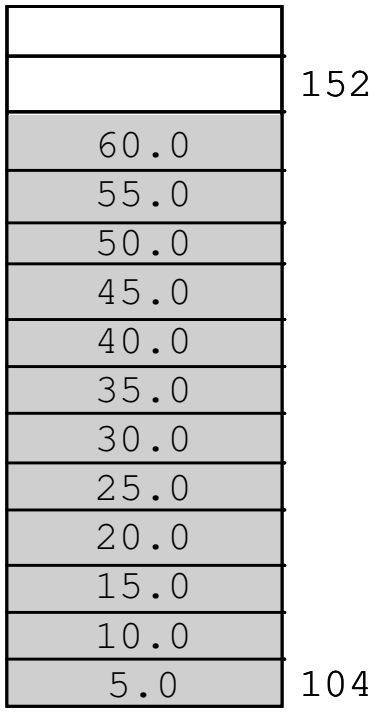
```
v = (int*) realloc(v, m*sizeof(int));
```

Vetores Bidimensionais - Matrizes

- Vetor bidimensional (ou matriz):

```
float m[4][3] = {{ 5.0,10.0,15.0},
                 {20.0,25.0,30.0},
                 {35.0,40.0,45.0},
                 {50.0,55.0,60.0}};
```





Vetores Bidimensionais - Matrizes

- Vetor bidimensional (ou matriz):
  - declarado estaticamente
  - elementos acessados com indexação dupla m[i][j]
    - i acessa a linha e j acessa a coluna
    - indexação começa em zero:
      - m[0][0] é o elemento da primeira linha e primeira coluna
  - variável representa um ponteiro para o primeiro “vetor-linha”
  - matriz também pode ser inicializada na declaração

Vetores Bidimensionais - Matrizes

- Passagem de matrizes para funções:

declaração da matriz na função principal:

```
float mat[4][3]
```

protótipo da função (opção 1): parâmetro declarado como “vetor-linha”

```
void f (..., float (*mat)[3], ...);
```

protótipo da função (opção 2): parâmetro declarado como matriz, omitindo o número de linhas

```
void f (..., float mat[ ][3], ...);
```

Matrizes Dinâmicas

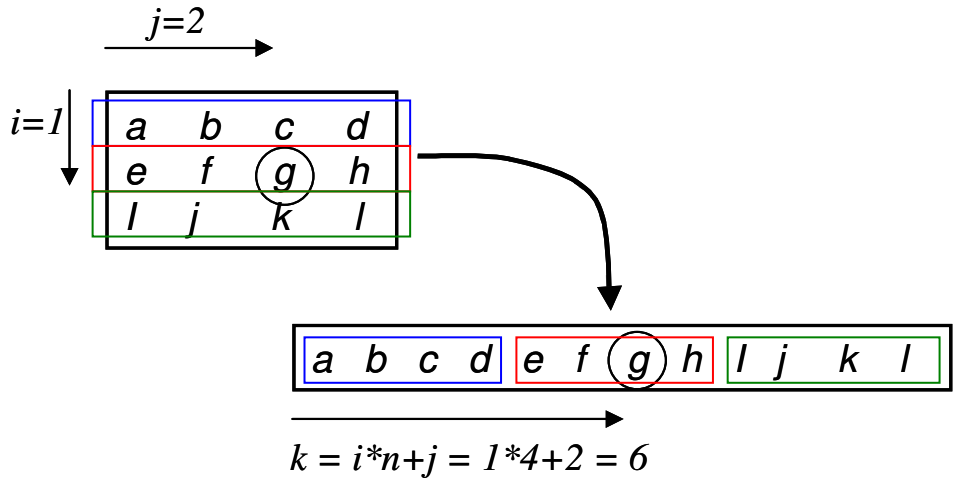
- Limitações:
  - alocação estática de matriz:
    - é necessário saber de antemão suas dimensões
  - alocação dinâmica de matriz:
    - C só permite alocação dinâmica de conjuntos unidimensionais
    - é necessário criar abstrações conceituais com vetores para representar matrizes (alocadas dinamicamente)

Matrizes Dinâmicas

- Matriz representada por um vetor simples:
  - conjunto bidimensional representado em vetor unidimensional
    - estratégia:
      - primeiras posições do vetor armazenam elementos da primeira linha
      - seguidos dos elementos da segunda linha, e assim por diante
    - exige disciplina para acessar os elementos da matriz

Matrizes Dinâmicas

- Matriz representada por um vetor simples (cont.):
  - matriz mat com n colunas representada no vetor v:
    - mat[i][j] mapeado em v[k] onde k = i * n + j



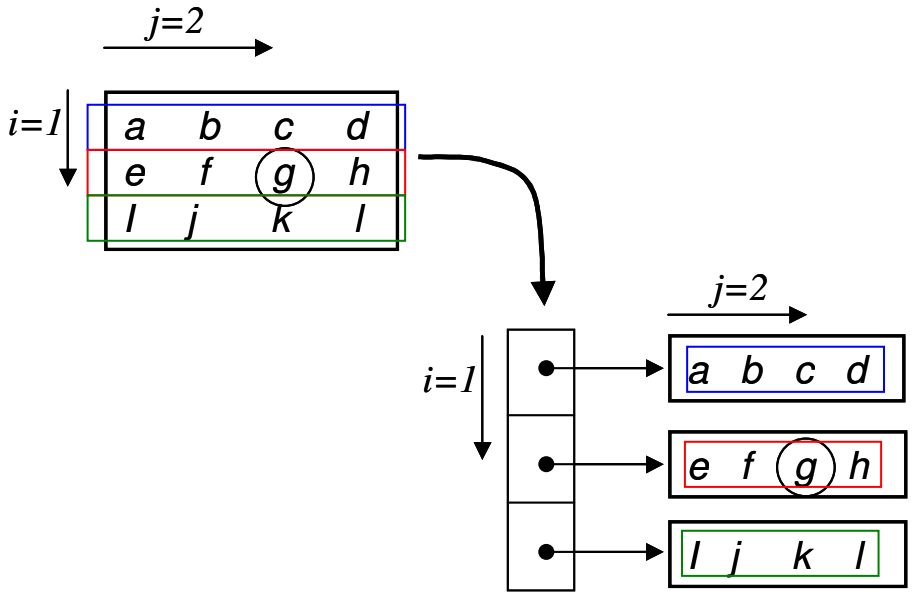
Matrizes Dinâmicas

- Matriz representada por um vetor simples (cont.):
  - mat[i][j] mapeado em v[i * n + j]

```
float *mat;       /* matriz m x n representada por um vetor */
...
mat = (float*) malloc(m*n*sizeof(float));
```

Matrizes Dinâmicas

- Matriz representada por um vetor de ponteiros:
  - cada elemento do vetor armazena o endereço do primeiro elemento de cada linha da matriz



Operações com Matrizes

- Exemplo – função transposta:
  - entrada: mat matriz de dimensão m x n
  - saída: trp transposta de mat, alocada dinamicamente
    - Q é a *matriz transposta* de M se e somente se *Qij = Mji*

- Solução 1: matriz alocada como vetor simples
- Solução 2: matriz alocada como vetor de ponteiros

```
/* Solução 1: matriz alocada como vetor simples */
float* transposta (int m, int n, float* mat)
{
  int i, j;
  float* trp;

  /* aloca matriz transposta com n linhas e m colunas */
  trp = (float*) malloc(n*m*sizeof(float));

  /* preenche matriz */
  for (i=0; i<m; i++)
    for (j=0; j<n; j++)
      trp[ j*m+i ] = mat[ i*n+j ];

  return trp;
}
```

```
/* Solução 2: matriz alocada como vetor de ponteiros */
float** transposta (int m, int n, float** mat)
{
  int i, j;
  float** trp;

  /* aloca matriz transposta com n linhas e m colunas */
  trp = (float**) malloc(n*sizeof(float*));
  for (i=0; i<n; i++)
    trp[i] = (float*) malloc(m*sizeof(float));

  /* preenche matriz */
  for (i=0; i<m; i++)
    for (j=0; j<n; j++)
      trp[ j ] [ i ] = mat[ i ][ j ];

  return trp;
}
```

Representação de Matrizes Simétricas

- Matriz simétrica n x n:
  - mat é uma matriz simétrica sse
    mat[i][j] = mat[j][i]
  - estratégia de armazenamento:
    - basta armazenar os elementos da diagonal e metade dos elementos restantes, por exemplo, os elementos abaixo da diagonal, ou seja, mat[i][j], onde i > j
    - em lugar de n^2 valores, armazena-se apenas s valores, onde:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 3 & 2 & 4 & 6 \\ 5 & 4 & 8 & 9 \\ 7 & 6 & 9 & 10 \end{bmatrix}$$

$$s = 1 + 2 + \ldots + n = \frac{n\,(n+1)}{2}$$

(1 elemento da primeira linha, 2 elementos da segunda, 3 da terceira, ...)

Representação de Matrizes Simétricas

- Exemplo:
  - função para criar matriz quadrada simétrica
  - função para, dada uma matriz já criada, acessar seus elementos
    - isola o fato da matriz não estar explicitamente toda armazenada
    - permite teste adicional para evitar acessos inválidos:
      - verifica se os índices representam elementos da matriz

Representação de Matrizes Simétricas

- Solução 1: matriz alocada como vetor simples
  - função para criar matriz quadrada simétrica
    - conforme discutido anteriormente
  - função para acessar os elementos da matriz
    - acesso a elemento mat[i,j] acima da diagonal (i<j):
      - retorna elemento simétrico abaixo da diagonal
    - acesso a elemento mat[i,j] abaixo da diagonal (i>j)
      - salta-se os elementos das linhas superiores, ou seja, 1+2+...+i = i*(i+1)/2 elementos
      - utiliza-se o índice j para acessar a coluna
    - acesso a elemento mat[i,i] na diagonal:
      - retorna o elemento representado (como acima)

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 3 & 2 & 4 & 6 \\ 5 & 4 & 8 & 9 \\ 7 & 6 & 9 & 10 \end{bmatrix}$$

```
/* Solução 1: matriz alocada como vetor simples */
float* cria (int n)
{
  int s = n*(n+1)/2;
  float* mat = (float*) malloc(s*sizeof(float));
  return mat;
}
```

```
/* Solução 1: matriz alocada como vetor simples */
float acessa (int n, float* mat, int i, int j)
{
  int k;    /* índice do elemento no vetor */

  if (i<0 || i>=n || j<0 || j>=n) {
    printf("Acesso inválido!\n”);
    exit(1);
  }
  if (i>=j)
    k = i*(i+1)/2 + j;   /* acessa elemento representado */
  else
    k = j*(j+1)/2 + i;   /* acessa elemento simétrico */
  return mat[k];
}
```

Representação de Matrizes Simétricas

- Solução 2: matriz alocada como vetor de ponteiros
  - função para criar matriz quadrada simétrica
    - primeira linha representada por um vetor de 1 elemento, segunda linha representada por um vetor de 2 elementos e assim por diante
  - função para acessar os elementos da matriz
    - acesso aos elementos é natural
    - cuidado de não acessar diretamente elementos que não estejam explicitamente alocados (isto é, elementos com i<j)

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 3 & 2 & 4 & 6 \\ 5 & 4 & 8 & 9 \\ 7 & 6 & 9 & 10 \end{bmatrix}$$

```
/* Solução 2: matriz alocada como vetor de ponteiros */
float** cria (int n)
{
  int i;
  float** mat = (float**) malloc(n*sizeof(float*));
  for (i=0; i<n; i++)
    mat[i] = (float*) malloc((i+1)*sizeof(float));
  return mat;
}
```

```
/* Solução 2: matriz alocada como vetor de ponteiros */
float acessa (int n, float** mat, int i, int j)
{
  if (i<0 || i>=n || j<0 || j>=n) {
    printf("Acesso inválido!\n”);
    exit(1);
  }
  if (i>=j)
    return mat[ i ] [ j ];   /* acessa elemento representado */
  else
    return mat[ j ][ i ];   /* acessa elemento simétrico */
}
```

Resumo

Matriz representada por vetor bidimensional estático:
elementos acessados com indexação dupla m[i][j]

Matriz representada por um vetor simples:
conjunto bidimensional representado em vetor unidimensional

Matriz representada por um vetor de ponteiros:
cada elemento do vetor armazena o endereço
do primeiro elemento de cada linha da matriz

Função alicional para gerência de memória:
realloc permite re-alocar um vetor preservando o conteúdo dos elementos, que permanecem válidos após a re-alocação