

Titre : LP 02 Lois de Conservation en Dynamique

Présentée par : Henri BOUVIER

Rapport écrit par : Henri BOUVIER / Guillaume THEMEZE

Correcteur : Robin ZEGERS

Date : 16/11/2020

Bibliographie		
Titre	Auteurs	Éditeur
Mécanique Fondement et applications	J P Perez	Masson
Eléments de Mécanique du Point	BFR	Dunod
Mécanique 1 & 2	BFR	Dunod
TD de Robin Zegers		

Plan détaillé

(indiquer parties, sous-parties, 1 ou 2 phrases d'explications par sous-partie, et références)

Niveau choisi pour la leçon : CPGE

Prérequis : Mécanique du Point/ Solide Barycentre Référentiels

(Introduction 2min) On a vu un nombre de théorèmes reliant des dérivées temporelles de grandeur physiques à des termes sources. Dans l'absence de sources, on obtient des lois de conservation.

I. Conservation de la Quantité de Mouvement (18min 30)

1) Loi de conservation

Introduire PFD $F=ma$, mais re-expliciter PFD $\sum f=dp/dt$. Conservation si :

- système isolé (pas de forces)
- système pseudo-isolé (forces se compensent)

On s'intéressera à la deuxième catégorie car la première est irréalisable (ouverture à discussion).

Précision que on peut projeter PFD sur chaque composante de p e.g. $p_z=\text{constant}$.

2) Illustration : la Propulsion

Exemple de propulsion : wagon (cf. p58 de Elem. De Mec. BFR)

3) Problème à 2 corps

cf. TD de Zegers (très bien explique) ou Mec 1 BFR chap. 9 p138

Rapporter à masse réduite m , discuter de condition pour force centrale

Référentiel barycentrique

Transition : Nous avons vu que le PFD appliqué à un système permet d'étudier. La conservation de la quantité de mouvement et de résoudre des problèmes de dynamique. Cependant, l'expérience montre que dans un système il peut y avoir des mouvements tels que des rotations du a des couples de forces. Il convient donc d'étudier le moment cinétique.

II. Conservation du Moment cinétique (11 min)

Largement basé sur TD de Zegers, sinon BFR + Perez p323

1) Loi de conservation

Définition + explication systèmes isolés (pas toujours pour pseudo isolés !) + forces centrales.

2) Exemples (expliquer et écrire équations simples avant/après)

<https://www.youtube.com/watch?v=G6XSK72zZJc> -> on déforme le corps pour réduire moment d'inertie et donc augmenter vitesse de rotation

<https://www.youtube.com/watch?v=yfwb39VCNcQ> -> on conserve $L_z=0$ donc rotation dans sens opposé à la roue.

3) Forces centrales : Lois de Kepler

Force centrale dans champ gravitationnel donc conservation. L constant = $m \cdot OM \times p$ donc mouvement dans le plan contenant M et perpendiculaire à L_0 (1ère Loi de Kepler)

Passage en polaire, démonstration $L_0 = \text{constante} \rightarrow r^2 \frac{d\theta}{dt} = \text{constante}$ (2ème loi).

Explication rapport et nom Loi des Aires

Ouverture historique : Kepler a constaté ces lois de façon empirique à partir des observations de Tycho Brahe !!

Transition : finalement, il y a une autre grandeur qui permet d'étudier la dynamique du système : L'énergie. Cependant, cette résolution est plus subtile, donc je l'ai gardé pour la fin de la leçon.

III. Conservation de l'énergie mécanique (9min 30)

Perez p352-355 + TD de Zegers

1) Conservation & systèmes conservatifs

Définition forces conservatives, énergie potentielle

Démonstration Théorème Énergie Cinétique à partir de PFD ($dE_k=dW$)

Dérivation de E_m en séparant forces conservatives et non conservatives

Théorème de Énergie Mécanique -> systèmes conservatifs

2) Trajectoires dans le problème à deux corps

Si on admet force centrale + conservative on peut avoir $E_m = \frac{1}{2}m(\frac{dr}{dt})^2 + U_{\text{eff}}$ (coord polaire et application de 2ème Loi de Kepler) donc 1 degré de liberté effectif !

Condition que $E_k > 0$ impose domaines physiquement possibles.

Diapo de U et E_m pour discuter de trajectoire,

Définition : Lié, diffusion.

On n'a pas imposé de forme à $U(r)$ donc très puissant. Mais on peut ouvrir sur problème de Kepler (vecteur de Runge-Lenz)

Conclusion : Pouvoir de lois de conservations pour situation tels que chocs (avec coefficient de restitution). Ouverture sur théorème de Noether

Questions posées par l'enseignant (avec réponses)

(l'étudiant liste les questions posées, ainsi que les réponses données par l'enseignant. Si certaines réponses manquent, l'enseignant pourra compléter le document)

- Expliquez les équations du PFD ? (Attention F_{ext} !)
- Expliquez chaque terme du PFD appliqué à la propulsion (I)2)) . En particulier k_m et la vitesse de l'eau et précisez le référentiel.
- Détaillez et expliquez les hypothèses pour le problème à 2 corps. Puis en redétaillez et réexpliquez les hypothèses pour le PFD sur un des 2 corps.
- Dans cette situation physique, es ce que je peux expliquer cette relation sans aucune hypothèse ?
- Est-ce que la masse réduite est spécifique à un problème à 2 corps ? (Non)
- Donnez le théorème du moment cinétique e générale. Si le problème n'est pas un point ?
- Re-expliquez le moment cinétique pour les forces centrale. (Attention $dL_0/dt = 0$)

(Vidéo manipulation avec le tabouret)

- Expliquer la manipulation avec le tabouret. Le moment ? Les forces ? Le système ? Si le système est isolé ?
- Pourquoi je ne pourrais pas faire la conservation du moment cinétique sur l'axe $Ox Oy$?
- Qu'est ce qui nous autorise de dire que dL_x/dt , $dL_y/dt = 0$?
- C'est quoi un problème à force centrale ? Qu'est ce qui arrive à L_x ?
- Quelle différence fondamentale les partie (I , II) et (III) pour des étudiants ?
- Définissez le système conservatif.
- Données et détaillé des forces conservatives.
- Dans quelle situation physique s'applique le problème de Kepler ?
- Comment on fait pour avoir un potentiel $E = - \text{grad} (U)$? (Symétrie sphérique)
- La consommation d'énergie mécanique importe quoi en plus ?
- Expliquer les étaliers. Diffuser.
- Donner d'autres lois de conservation. (Le vecteur A , la quantité de mouvement, charge électrique, la charge de couleur. La charge vectorielle.)
- La force de Lorentz, conservative ?
- Expliquer le théorème de Noether.

Commentaires lors de la correction de la leçon

(l'étudiant note les commentaires relatifs au contenu de la leçon : niveau, sujets abordés, enchaînement, réponses aux questions, etc. L'enseignant relit, et rectifie si besoin)

- Le plan est bon.

- Il faut plus préciser les référentiels (galiléen), le système et les hypothèses.
 - Oise, on peut dire que l'on exploite le théorème de l'énergie mécanique pour aller plus loin.
 - Le problème à 2 corps (référentiel Galiléen), attention, quitte à se reprendre, on peut dire que tous les référentiels sont galiléens.
 - Attention aux flèches des vecteurs.
 - Le problème de propulsion n'est pas très d'intérêt. Mais il faut bien préciser les vitesses de propulsion, les vitesses par rapport à quel référentiel ?
 - Les gyroscopes dans les satellites sont beaucoup d'intérêt pour la consommation du mouvement cinétique.
 - On peut dire que la force centrale, point sur un point fictif pour gagner un peu de temps.
 - Attention au moment cinétique pour le problème du tabouret, c'est-à-dire attention au système.
 - Bien précisé pour que pour le problème du tabouret que en bougeant ses bras. Le bonhomme change le moment cinétique.
 - Pour la loi de Kepler, il faudrait faire un aparté historique.
 - On peut dire que l'on a vu le terrain de l'énergie mécanique, conservative et F ne travaillait pas dans le cadre école pour gagner un peu de temps.
 - Attention, la force de Lorentz n'est pas conservative.
 - Pour le tram de l'énergie cinétique. On pourrait travailler sur les diagrammes de phases.
-
- Bien préciser le système et le référentiel.
 - La définition de force conservative. Et.
 - La force de Lorentz, Non, conservative.
 - Le théorème de Noether.

Partie réservée au correcteur

Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.) :

Le plan en trois parties proposé me semble convenir, mais on doit considérer les théorèmes généraux de la Mécanique comme des prérequis déjà traités dans une leçon précédente. Il reste alors à se placer dans des conditions où ces théorèmes deviennent des lois de conservation (systèmes pseudo-isolés, force centrale etc). En particulier, il me semble tout à fait inutile de redémontrer ici les théorèmes du moment cinétique et de l'énergie mécanique. De même, bien qu'on puisse invoquer la conservation de la quantité de mouvement totale, la réduction du problème à deux corps ne présente pas un intérêt clair dans cette leçon. Le temps ainsi dégagé doit permettre de traiter des applications bien choisies de manière plus approfondie.

Comme dans toute leçon de Mécanique, il faut impérativement préciser le référentiel utilisé et le système étudié.

Le problème de Kepler doit être traité de manière plus détaillée et il faut prévoir d'y consacrer un temps suffisant, ce qui a clairement manqué sur la fin.

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates :

Tous les théorèmes de conservation en mécanique. Savoir les lier aux symétries continues associées.

Dans le cas du problème de Kepler, exploiter les symétries dynamiques et la conservation du vecteur de Laplace associée.

Conservation en dynamique relativiste. Peut-être riche en exemples conceptuellement importants. Peut de toute façon être un sujet de questions pour le jury.

Théorème de Noether qui sous-tend toute la leçon sans pouvoir être précisément explicité et encore moins démontré.

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur) :

Tabouret avec roue de vélo en rotation dont on modifie l'axe de rotation du plan horizontal vers la verticale, ou bien avec des poids qu'on rapproche/éloigne de l'axe de rotation du tabouret.

Chocs avec mobiles autoporteurs (mais probablement trop long à mettre en oeuvre)

Bibliographie conseillée :