

**Titre :** LP 15 : Propagation guidée des ondes

**Présentée par :** POUJOL Basile  
THEMEZE Guillaume

**Rapport écrit par :** WILS Anna et

**Correcteur :** ALLYS Erwan

**Date :** 20/01/21

Bibliographie		
Titre	Auteurs	Éditeur
Onde Acoustique	Antoine Chaigne	Ecole polytechnique
Propagation des ondes	Étienne Thibierge	(Poly)
Physique PSI/PSI*	Vidal	Ellipses

## Plan détaillé

(indiquer parties, sous-parties, 1 ou 2 phrases d'explications par sous-partie, et références)

Niveau choisi pour la leçon : CPGE (Le correcteur conseille L2-L3)

Pré-requis :

- ! Ondes acoustiques
- ! Electromagnétique
- ! Optique ondulatoire

**Introduction :**

Les guides d'ondes sont présents dans la vie de tous les jours, en particulier à l'ère du numérique où l'on transporte de l'information sous forme d'ondes électromagnétiques (Cable coaxial, fibres optiques, etc...).

Applications également pour l'étude des ondes sismiques en surface et des tsunamis : ondes de surface très influencées par les conditions aux limites. L'océan joue le rôle de guide d'onde. Idem pour les marées : forme des côtes et topographie modifie la fréquence des marées.

(Temps 02'00")

**Définition** : Le guidage résulte de conditions aux limites l'interface entre deux milieux qui contribuent au confinement de l'onde avec propagation dans une direction donnée

(Temps 03'30")

### I – Propagation d'onde acoustique dans un tuyau

#### I-1) Étude expérimentale

**Expérience** : On envoie un pulse d'ultrasons et on observe le retour (cf TP onde 1). En ajoutant un tuyau, plusieurs modes apparaissent et changent en intensité selon l'orientation de l'émetteur

On constate que :

- amplitude plus forte
- division du paquet d'onde donnent des modes
- la vitesse de groupe est inférieure ou égale à la c.
- quand on augmente la fréquence le nombre de modes augmente.

(Temps 9'00")

## I-2) Modélisation

On exploite les hypothèses habituelles pour arriver à l'équation de D'Alembert pour la pression. On se place en géométrie cylindrique. Les conditions aux limites donnent que la dérivée radiale de la pression sur les bords du cylindre est nulle. On peut modéliser mathématiquement la pression en séparant les variables (r et  $\theta$ ).

## I-3) Résolution

Les 3 équations précédentes montrent que l'amplitude de la pression suit l'équation de Bessel et nous donne une relation de dispersion. (Temps 18'00")

L'équation de dispersion introduit la zone monomode ( $\omega < \omega_c$ ) et la zone multimode ( $\omega > \omega_c$ ). On introduit aussi les dispersions intermodes et les intramodes, puis on calcule la vitesse de groupe. (Temps 21'50")

## I-4) Vecteur de Poynting

Calcul de la moyenne unidimensionnelle du vecteur de Poynting + tracer selon r de quelques modes. (Temps 27'50")

# II – Propagation guidée des Ondes Electromagnétiques, la fibre optique

## II – 1) Modèle de fibre à saut d'indice

On explique les conditions de brouillage et d'interférences. Puis on calcule la différence de marche entre deux réflexions pour arriver à une condition d'interférence sur la différence de marche. (Temps 31'40")

Puis on arrive à la relation de dispersion. (Temps 35'00")

## II – 2) Particularité liée à la polarisation

On présente un guidage d'une onde électromagnétique entre deux plans parfaitement conducteurs. On présente les équations de Maxwell. On présente les modes transverse électrique TE et transverse magnétique TM.

## II – 3) Fibre à gradient d'indice

On présente l'équation de l'eikonale. [Remarque : ceci était prévu mais n'a pas été fait lors de la leçon par manque de temps]

Condition au limites non stricte, permet toujours de confiner et guider la propagation mais sans CL. Mirage ...

## Conclusion

Nous avons vu qu'il est possible de guider une onde en lui imposant des conditions aux limites.

Ceci produit :

- ! Des pertes énergétiques moins importantes.
- ! L'apparition de plusieurs modes pour une même fréquence
- ! Une propagation dispersive et la perte de planéité
- ! L'apparition d'une fréquence de coupure pour chaque mode

## Questions posées par l'enseignant (avec réponses)

(l'étudiant liste les questions posées, ainsi que les réponses données par l'enseignant. Si certaines réponses manquent, l'enseignant pourra compléter le document)

### Partie Introduction

- Les ondes à la surface de la Terre sont-elles les mêmes que celles dans la Terre ?  
Est-ce qu'elles sont les mêmes que celles dans la leçon ? *Le problème ici c'est que pour une onde de surface la propagation se fait en support 2D, il faut alors identifier le guidage dans cet espace 2D. Le simple fait d'être en 2D n'implique pas forcément du guidage.*

### Partie Propagation dans le tuyau

- Sur la manipulation, pourquoi on ne peut pas jouer sur la fréquence ? *On se place à la fréquence de résonance du piézoélectrique, environ 40 kHz.*
- Qu'est-ce qu'on verrait à haute fréquence ? *Plus de modes et une vitesse de groupe qui tend vers la vitesse du son dans l'air libre  $c$ . Les courbes des modes autres que celui du 0,1 tendent vers le 0,1 qui ne change pas.*
- Expliquez le comportement asymptotique quand le rayon  $a$  est grand, physiquement. *Quand  $a$  augmente alors le comportement des différents modes tend aussi vers la fondamentale 0,1 car quand la longueur d'onde est très petite devant  $a$  alors le guidage devient négligeable, d'où le comportement qui tend vers celui d'une propagation libre.*
- Expliquez physiquement pourquoi dans le tuyau le son va moins vite que 340 mètres par seconde. *La trajectoire parcourue par l'onde, qui peut être interprétée comme celle faisant des rebonds successifs sur les bords, augmente par rapport à la trajectoire rectiligne. Donc  $v_g = d\omega/dk_x$  (suivant l'axe du tuyau)  $< v_{\text{son}}$ .*
- Pourquoi la puissance reçue est plus grande pour un récepteur derrière le tuyau, plutôt que sans tuyau. *Pour de la propagation libre sans tuyau, le front d'onde s'étant et la puissance surface en est réduite proportionnellement, tandis que dans le tuyau canalise la propagation.*
- $P = P_0 + P_1$ ,  $P_1$  est négligeable devant quoi ? et  $v$  d'ordre 1 par rapport à quoi ? *Devant  $P_0$ . Devant  $c_{\text{son}}$ .*
- Pourquoi même si on ne se place pas précisément à l'angle correspondant à un mode alors on reçoit quand même une interférence constructive à la sortie du tuyau ? *Il y a une certaine sélectivité en fonction des angles, qui n'est pas ici du tout ou rien.*

- Expliquer dispersion intermode et intramode. La vitesse de groupe  $v_g$  est liée à l'intermode associé au extrema des beseliennes  $\mu_{m,n}$  et la vitesse de phase dépend de la pulsation  $\omega$  d'où la dispersion intramode

## Partie Polarisation

- Peut-on avoir un mode TEM dans la propagation guidée dans un guide d'onde rectangulaire ? non
- Pour le guidage entre deux plans infinis, peut-on avoir un mode TEM ?  $E_y$  non nul donc  $B_z$  non nul donc on aura un mode transverse électromagnétique pour cette configuration particulière.
- Donnez un exemple d'application de guidage à gradient d'indice. La fibre optique.
- C'est quoi l'incertitude de l'angle de réflexion  $\theta$  ? On peut voir les multiples réflexions dans la fibre comme les interférences entre les rayons issus d'un réseau de fentes placées dans le plan perpendiculaire à la fibre, il y a alors des interférences constructives pour certaines valeurs de  $\theta$ . Lorsque la fibre a une longueur finie, alors on obtient un réseau fini et l'incertitude sur  $\theta$  est donnée par la largeur du lobe dans la formule de diffraction pour les réseaux finis.
- Quand est-ce qu'on travaille avec un câble coaxial, câble banane ? i) À basse fréquence : banane. ii) à haute fréquence : coaxial. iii) à très haute fréquence : coaxial ou avec gaine car des modes existent.

## Commentaires lors de la correction de la leçon

(l'étudiant note les commentaires relatifs au contenu de la leçon : niveau, sujets abordés, enchaînement, réponses aux questions, etc. **L'enseignant** relit, et rectifie si besoin)

### Sur le Fond

- Pour une onde acoustique il y a couplage entre la vitesse et la pression
- Pour une onde électromagnétique c'est entre le champ électrique et le champ magnétique.
- Expérience permet de montrer une quantification des modes
- Le mode qui va à la vitesse de la lumière est le mode TEM.
- Une autre façon de traiter le problème de guidage est de ramener à un schéma du réseau en représentant les sources filles. Il ne faut pas oublier qu'à chaque

---

*réflexion il y a un déphasage de  $\pi$  ( $\pi$  to  $\lambda/2$ ). Soit analyse en champ lointain to réseau*

- *Cette leçon n'est pas évidente. Elle n'est plus au programme de CPGE est n'a pas longtemps était au programme. (Elle est dans certains DUNOD d'avant 2014 mais pas dans les BFR par exemple). Peut voir aussi les Feynman d'electromag ou le Berkeley.*
- *On peut placer cette leçon au niveau L2 ou L3*

## Sur la Forme

- *Attention le  $\rho$  ressemble à des  $p$ . Une idée est de noter les densités en  $\mu$  et les pressions en  $P$  majuscule  $\rho$  to  $\mu$  et  $p$  to  $P$ . Mais attention pour la notation des extrema  $\mu_{m,n}$ .*
- *Encadrer les résultats importants*
- *Peut-être mettre de l'électromagnétique en premier. Pour traiter la polarisation en premier qui n'est pas plus lourd au niveau des calculs et plus l'enlever en second partie pour passer à l'analyse scalaire. Car il est plus facile d'enlever des subtilités ici.*
- *Rajouter des ordres de grandeur*

## **Partie réservée au correcteur**

### **Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.) :**

Leçon globalement bien menée et bien présentée.

Le tout aurait pu être encore amélioré en optimisant l'articulation entre les différents sujets et domaines abordés, notamment pour alléger un peu les calculs. Cela aurait également peut-être permis de mieux faire ressortir tout au long de la leçon les principaux concepts liés au guidage d'onde. Notamment en commençant par l'électromagnétique, pour donner ensuite directement les résultats pour le guide cylindrique en acoustique. Faire apparaître la structure d'ensemble et le lien entre les différents concepts de la leçon dans les titres, plutôt que de focaliser ceux-ci sur un calcul ou sur une expérience.

Attention lors de l'introduction, si l'on veut faire des parallèles avec d'autres domaines de la physique, à rester correct et rigoureux. Problème ici de confusion entre guidage d'ondes et ondes de surfaces.

### **Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates :**

Notion de guidage, à mettre en parallèle avec la propagation libre. Importance des conditions aux limites et des effets de bord. Bien préciser dès le début que cela va dépendre du type d'onde qui est guidé, et de la plage de fréquence considérée, sur un aspect aussi bien physique que technologique. Exemple par exemple des champs électromagnétiques guidés par des câbles bananes à très basse fréquence, puis par des coax, puis potentiellement par des guides d'ondes à réflexions à partir du moment où des modes propagatifs existent.

Bien identifier la distinction entre la ou les dimensions sur lesquelles il va y avoir de la propagation, et la ou les dimensions sur lesquelles il n'y en a pas. On va avoir des composantes propagatives sur les premières, et des composantes stationnaires sur les deuxièmes. Les composantes stationnaires sont alors directement liées aux conditions aux limites, qui amènent une notion de quantification, et donc de modes. Faire comprendre dès le début que de même qu'on peut décomposer une onde stationnaire en deux ondes progressives, on pourra dans des cas simples faire une décomposition en une solution prenant en compte directement le double caractère de l'onde (un caractère stationnaire avec les conditions aux limites et un caractère progressif dans la direction du guidage), ou bien avec des ondes progressives qui forment des ondes stationnaires dans les directions confinées.

Sur ces notions centrales, on peut choisir quel parcours suivre, en insistant sur les particularités des différents domaines, en termes du types d'ondes qui se propage et des variables couplées associées, mais également de conditions aux limites et d'applications technologiques. Attention au fait que même pour un type d'onde donné (par exemple électromagnétique), le guidage peut énormément dépendre de la fréquence, puisque justement l'interaction des ondes avec la matière dépend de la fréquence. Cela peut mener à un grand nombre de technologies différentes, des câbles coaxiaux aux fibres optiques en passant par les guides d'onde métallique (on notera le cas particulier de la

fibre à gradient d'indice qui n'est pas décrite par des conditions aux limites strictes, et qui sort donc un peu du cadre décrit précédemment).

Une bonne façon de commencer est peut-être de le faire avec le guidage d'onde électromagnétique entre deux plans infinis. On fait apparaître avec un caractère vectoriel le guidage dans un cadre simple, avec notamment identification des modes TE, TM, et TEM. Il est alors possible par analogie des équations de passer rapidement dans le cadre d'un guide rectangulaire. Il est également possible de passer rapidement dans un cadre de guide cylindrique acoustique (en identifiant que les ondes stationnaires dans un disque vont avoir des solutions en fonctions de Bessel, ce qui permet d'illustrer le lien entre les solutions du guidage et les conditions aux limites). Je déconseillerais de commencer par le guidage cylindrique en acoustique : il demande d'obtenir les fonctions de Bessel, ce qui est un peu plus long qu'une base cos/sin en 1D, et rend plus compliqué le passage en électromagnétisme avec des ondes TE, TM, et TEM, alors que le contraire est assez simple.

### **Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur) :**

Le guide d'onde acoustique semble l'expérience la plus simple à effectuer, en plus d'être très riche. Possibilité d'observer différents modes en faisant varier le rayon du guide, possibilité de lier les modes à un angle caractéristique. On notera l'impossibilité de faire varier la fréquence à rayon du guide fixé.

Il est également possible d'étudier le guide d'onde centimétrique, qui permet justement de faire varier la fréquence. Il est cependant plus complexe à mettre en place, et demande d'introduire un certain panel de notions liées à son utilisation.

### **Bibliographie conseillée :**

La notion de guide d'onde n'est présente il me semble que dans les programmes de CPGE précédant la réforme de 2014, mais pas celles encore antérieures. Cela limite les sources disponibles. On pourra cependant utiliser les tout-en-un ou équivalent de cette réforme, qui présentent notamment pour le programme de MP le guidage électromagnétique entre deux plans infinis et dans des un guide rectangulaire.

On pourra aussi se référer utilement à la partie sur le guidage d'onde du Feynman d'électrodynamique, qui est assez court mais très claire, illustrée, et avec des exemples intéressants.