Análisis Matemático III. Examen final

Apellido y Nombre :		LU nº:	

Dispone de 2 (dos) horas y media. La condición suficiente para la aprobación es la resolución completa, claramente detallada y justificada, sin errores algebraicos ni numéricos, de 3 ejercicios cualesquiera.

1 Dada la ecuación diferencial $(x^2 - y^2)\, y' = 2xy$, $y(0) = 4$
Grafique la solución $y: I \to R$, indicando claramente el intervalo I en el que se halla definida la solución.

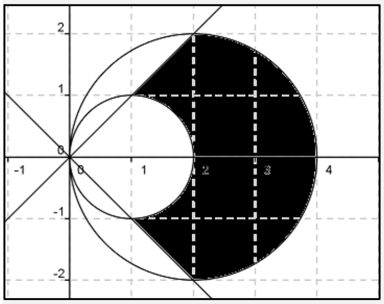
2 Sea el campo vectorial $\bar{f}: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 /$, $\bar{f}(x,y,z) = \left(1, 2x, x\,\mu(x,z)\right)$ siendo $\mu(x,z)$ una función $C^1(\mathbb{R}^2)$. Calcular el flujo de $\bar{f}$ a través de la superficie S de ecuación $y = 1 - x^2$ con $z \leq 2 - x^2 - y^2$ en el primer octante. Indique en un gráfico la orientación del vector normal que ha elegido.

3 Sea C la curva definida por $x^2 + bz^2 = 1$, $y = 1$ con $b > 0$ y $\bar{f}: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ un campo $C^2(\mathbb{R}^3)$que satisface
$rot\bar{f}(x,y,z) = (1, 1 - xy, xz)$. Hallar $b > 0$ de manera que la circulación de $\bar{f}$ a lo largo de la curva C sea 2π.
Orientar la curva de manera que la tangente en el punto (-1, 1, 0) tenga coordenada z positiva.

4 Siendo f la función $f: R^+ \to R$ tal que $f(t) = \begin{cases} 2 & si \quad 1 < t < 2 \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$, resolver, empleando la

transformada de Laplace, el problema de valor inicial
$y''(t) - 2y'(t) + y(t) = f(t);\ y'(0) = y(0) = 0.$

5



Sea $\mathcal{R}$ el recinto de $\mathbb{R}^2$ delimitado por circunferencias y rectas, tal como se indica en el sombreado de la figura adjunta y sea $\bar{f}: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ el campo vectorial dado por la expresión $\bar{f}(x,y) = (x^2 sh(x^2) - y + y^2, \quad y\cosh(y^3) + 2xy)$.

a) Pruebe que el área del recinto $\mathcal{R}$ coincide con la circulación del campo $\bar{f}$ lo largo de la curva frontera de $\mathcal{R}$, orientada positivamente.

b) Calcule, además, el área del recinto $\mathcal{R}$.