

Análisis Matemático III. Examen final



Apellido y Nombre :

LU nº:

Para responder tenga en cuenta las siguientes indicaciones:

La condición suficiente para la aprobación es la resolución completa, claramente detallada y justificada, sin errores algebraicos ni numéricos, de dos ítems entre los apartados 1, 3 y 4 y un ítem entre los apartados 2 y 5.

Dispone de 2 horas.

1 Dado el campo de fuerzas $\vec{f}(x,y,z) = (-y^2x, yx^2, z)$ y la curva C imagen de $\vec{g}(t) = (2 \cos(t), 2 \sin(t), 4)$ con $t \in [0, 2\pi]$, verifique el teorema del rotor explicitando la normal considerada y el sentido en que recorre la curva C. Graficar.

2 Dado el campo vectorial $\vec{f}(x,y,z) = (-2yx + g'(x), y^2 - 3g'(x)y, 2 - \sin(xy))$, hallar la función $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ /
 $g(0) = 1, g'(0) = -\frac{2}{3}$ de modo tal que para dicho campo se verifique $\text{div}(\vec{f}) = 6x$

3 Sean el sólido $M = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq y \leq 2, x^2 + z^2 \leq 9, 0 \leq x \leq z \}$ y S su frontera. Graficar el sólido M y determinar el flujo entrante sobre la superficie S del campo vectorial $\vec{f}(x,y,z)$ del ejercicio 2

4 Sea el campo $\vec{f}(x,y) = (4xy^3 + 3, 6x^2y^2 - 4)$, determinar si es un campo conservativo. Hallar una curva C que una los puntos $A=(1,0)$ y $B=(0,1)$ de modo tal que la integral de línea de \vec{f} sobre la curva C recorrida desde A hasta B sea -7 . ¿Es única? ¿Existe alguna curva que una los puntos A y B tal que la integral de línea de \vec{f} sobre esa curva recorrida desde A hasta B sea 2 ?

5 Resuelva el siguiente sistema empleando la transformada de Laplace:

$$\begin{cases} x'' + y'' = t^2 & x = x(t), x(0) = 8, x'(0) = 0 \\ x'' - y'' = 4t & y = y(t), y(0) = -1, y'(0) = 0 \end{cases}$$