

Examen Final Previo Análisis Matemático III

Apellido y nombre:

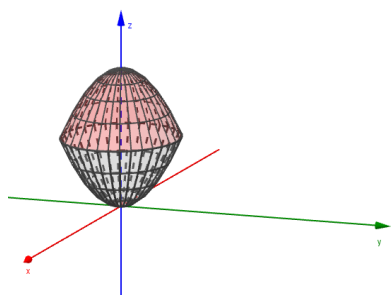
Carrera:

- El tiempo máximo para la resolución de este examen es de **2.5 hs.**
- Todas las respuestas deberán estar correctamente justificadas.
- Es condición suficiente para aprobar la resolución completa, sin errores algebraicos de 5 de los 9 ítems propuestos

1. Dadas las integrales:

$$\int_{-2}^0 \int_{-x}^{\sqrt{8-x^2}} (1-x^2-y^2) dy dx + \int_0^{\sqrt{8}} \int_0^{\sqrt{8-x^2}} (1-x^2-y^2) dy dx$$

- Graficar la región de integración
- Plantear las integrales que resultan de cambiar el orden de integración.
- Calcular la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (3x + y^2; 2y - x + e^y)$ a lo largo de la frontera de la región D usando la forma más conveniente.



2.

- Calcular el volumen del macizo M definido por $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \leq 8 - x^2 - y^2; z \geq x^2 + y^2\}$
- Calcular el flujo entrante del campo $\vec{f}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$: $\vec{f}(x, y, z) = (3x + y; 2y - x + e^z; z - \cos(xy))$ a través de la frontera de M.

3. Sea la superficie $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y = 9 - x^2, 0 \leq z \leq 3, 0 \leq x \leq 3\}$ y sea el campo vectorial $\vec{f}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$: $\vec{f}(x, y, z) = (g(x) + 5z; e^{z+1} + x; y \cdot e^{z+1})$, $g \in C^1$, calcular la circulación por la curva borde de S del campo \vec{F} (adoptar una orientación y explicitarla).

4. Determinar la solución general $x = x(t)$, $y = y(t)$ del siguiente sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} \dot{x} = 4x + y - 1 \\ \dot{y} = x + 4y \end{cases}$$

5. a) Hallar por definición la transformada de Laplace de la función: $f(t) = U(t - a)$ con $a \in \mathbb{R}^+$ (función de heaviside).

b) Obtener, utilizando la tabla y las propiedades de la transformada de Laplace, la transformada de la siguiente función $f(t) = (t - 1)^2 \cdot e^t + t^2 \cdot U(t - 1) - 2 \cdot \cos(5t)$