Análisis Matemático III. Examen final

Apellido y Nombre :		LU nº:	

Dispone de 2 (dos) horas. La condición suficiente para la aprobación es la resolución completa, claramente detallada y justificada, sin errores algebraicos ni numéricos, de un ítem entre los apartados 1 y 2 y dos ítems entre los apartados 3, 4 y 5.

1

Resolver el siguiente problema de valor inicial mediante la transformada de Laplace:

$\frac{dx}{dt} + x = g(t), \quad x(0) = 0$ siendo $g(t) = \begin{cases} 0 & 0 \le t < 1 \\ 5 & t \ge 1 \end{cases}$

2

Calcule la integral de línea del campo $\bar{F}(x, y) = \left(2x^3y^2 + \frac{y^3}{3}, \quad x^4y + y^2x\right)$ a lo largo de la curva solución de la ecuación diferencial $xy' = 5x^2 - 3y$ desde $(2, 3)$ hasta $(1, \mathrm{y}(1))$.

3

El momento de inercia de una superficie S de densidad superficial δ respecto del eje y está dado por $I_y = \iint_S (x^2 + z^2)\delta\, dS$. Calcular el momento de inercia respecto del eje y de una chapa con forma de tronco de cono dado por $S = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y = \sqrt{x^2 + z^2},\ 1 \le y \le 4\right\}$, si la densidad en cada punto es constante.

4

Sea la superficie $S = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 + z^2 = 4, x + y \le 2, x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0\right\}$. Calcular la circulación a lo largo de la curva frontera de S del campo vectorial $\bar{F}(x, y, z) = (xy,\ y,\ z)$. Adoptar una orientación y explicitarla. Graficar.

5

Sea $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \le 4,\ a\,(x + 4) \le z \le 2\}$, con $a < 0$. Demostrar que el flujo del campo vectorial $\bar{F}(x, y, z) = (0,\ 0,\ x^2 + y^2)$ a través de la tapa inferior de la región M es independiente del valor de a y calcular su valor, indicando el sentido de la normal utilizada.