UADE 2019 Análisis Matemático III (3.1.009, clase 9904, aula 304) **Final Regular**, 29.04.2019

Alumno:	LU:

Duración: dos horas y media. Una condición suficiente de aprobación es la resolución ***completa*** y ***justificada*** de ***dos*** ejercicios cualesquiera.

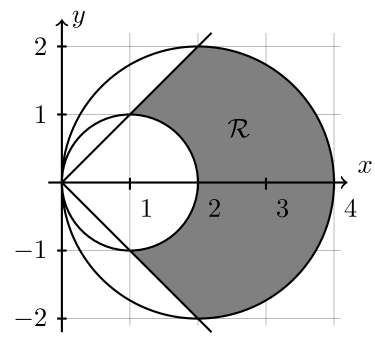
1. (a) Sea $F(p) = \mathcal{L}(f(t)u(t))$ la transformada de Laplace de la función f, con u la función de Heaviside. *Deducir* la transformada de Laplace de la función $g(t) = f(t-a)\,u(t-a)$, siendo a una constante positiva.

   (b) Definir, siempre que exista, una función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ cuya transformada de Laplace $\mathcal{F} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sea

$$\mathcal{F}(p) = \frac{(p-2)\,e^p}{p^2 - 4p + 5}$$

2. Sea $\mathcal{R}$ el recinto sombreado de $\mathbb{R}^2$ delimitado por los tramos de circunferencias y rectas indicados en el sombreado de la figura, y sea el campo vectorial $\bar{f} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tal que $\bar{f}(x,y) = (e^x + \sin(x^2) - y, y^3\cos(y) + 3x)$. Calcular la circulación a lo largo de la curva $C = \partial\mathcal{R}$ recorrida en sentido positivo:

$$\oint_C \bar{f} \cdot \mathrm{d}\bar{l}$$



3. (a) Determinar la función escalar y de la variable independiente x, definida en un intervalo real I, esto es $y : I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, que satisface el problema de valor inicial $4x^3(y-1)\,\mathrm{d}x + (x^4+1)\,\mathrm{d}y = 0,\ y(0) = 0$.

   (b) Determinar la función escalar x de la variable independiente t que satisface el problema de valor inicial $\dddot{x} - 4\dot{x} + 4 = 0$ con las condiciones iniciales $x(0) = 0, \dot{x}(0) = 1, \ddot{x}(0) = 0$. Graficar la función x.

4. Sea el campo vectorial $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dado por $\vec{f}(x,y,z) = (x + ye^y, y - \sin(x^2 z + z), z + x^2\cos(y^2))$, y sea $\mathcal{M}$ el sólido macizo dado por $\mathcal{M} = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2+y^2} \le z \le 3\}$ cuya frontera es $S = \partial\mathcal{M}$. Graficar $\mathcal{M}$ y calcular $\iint_S \vec{f} \cdot \check{n}\,\mathrm{d}S$, indicando en el gráfico la orientación adoptada para la superficie frontera S.