UADE 2019 Análisis Matemático III (3.1.009, clase 12586, aula 304) **Final previo**, 22.07.2019

Alumno:	LU:

Duración: tres horas. Una condición suficiente de aprobación es la resolución ***completa*** y ***justificada*** de ***tres*** ejercicios cualesquiera.

1. Sea el campo vectorial $\vec{f}:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ dado por $\vec{f}(x,y,z)=(x^2+e^y, y-\sin(xz^2+x), z+x^2\cos(y))$, y sea $\mathcal{M}$ el sólido macizo dado por $\mathcal{M}=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2+y^2}\le z\le 2\}$ cuya frontera es $S=\partial\mathcal{M}$. Graficar $\mathcal{M}$, calcular su volumen, y calcular $\iint_S \vec{f}\cdot\check{n}\,\mathrm{d}S$, indicando en el gráfico la orientación adoptada para la superficie frontera S.

2. Sea la región $\mathcal{R}=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2\le 2x\}$, con $\mathcal{C}=\partial\mathcal{R}$ su frontera, y sea el campo $\vec{f}:D_f\subset\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ tal que $\vec{f}\,(x,y)=(x^2y^3-y, y^4+x^3y^2+y^5)$. Calcular $\oint_{\mathcal{C}}\vec{f}\cdot\overrightarrow{\mathrm{d}l}$, indicando en un gráfico la orientación adoptada para la curva $\mathcal{C}$, frontera de la región $\mathcal{R}$.

3. Sea $\mathcal{F}(p)=\mathcal{L}(f(t))$ la transformada de Laplace de la función f, y sea u la función de Heaviside. (a)Obtener $\mathcal{F}(p)$, siendo $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ tal que $f(t)=e^{3t}t^2u(t-1)$; indicar para qué valores de p está definida $\mathcal{F}$. (b) Definir una función f cuya transformada de Lapace $\mathcal{F}:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ sea

$$\mathcal{F}(p)=\frac{e^p}{p^2-4p+5}$$

4. En los siguientes problemas de valor inicial la incógnita es la función escalar y de la variable independiente x, definida en un intervalo real I, esto es $y:I\subset\mathbb{R}\to\mathbb{R}$. En todos los casos se pide hallar esa función, indicando el intervalo I en que está definida.
   (a) Hallar la (única) solución de $y'-y\ln(x)=y,\ y(1)=1$.
   (b) Hallar y graficar la (única) solución de $y'=\frac{2x-y}{x},\ y(2)=1$.

5. Sean las superficies $S_1=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x^2+9z^2=9, 0\le x, 0\le y, 0\le z\}$, $S_2=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : y^2+4z^2=4, 0\le x, 0\le y, 0\le z\}$, sea $\mathcal{C}=S_1\cap S_2$ la curva intersección entre ambas superficies, y sea el campo $\vec{f}:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ tal que $\vec{f}(x,y,z)=(\pi\sin(\pi x)+3x^2y^2z^4, 2y(1+x^3z^4), 4z^3(1+x^3y^2)+z)$. Graficar e identificar los tres objetos geométricos (esto es, $\mathcal{C},\mathcal{S}_1,\mathcal{S}_2$) en un mismo sistema de coordenadas. Calcular $\int_{\mathcal{C}}\vec{f}\cdot\overrightarrow{\mathrm{d}l}$, indicando en el gráfico la orientación adoptada para la curva $\mathcal{C}$.