3.1.009. Análisis Matemático III. Evaluación final

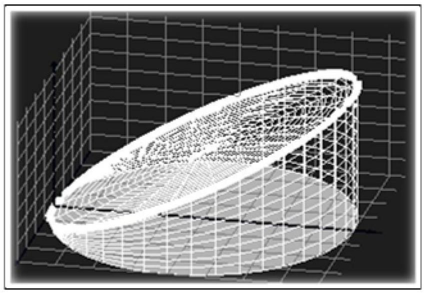
UADE **T1**

Apellido y Nombre : **LN:**

2 ½ horas

Los cinco ejercicios de este examen son de complejidad comparable. Procure regular el tiempo disponible para resolverlos. La condición suficiente de aprobación es la resolución completa, claramente detallada y justificada, sin errores conceptuales ni algebraicos, con los gráficos representados correctamente, de tres ejercicios cualesquiera. No son tenidos en cuenta cálculos dispersos, o poco claros, o sin justificaciones. ¡Suerte! ☺

1



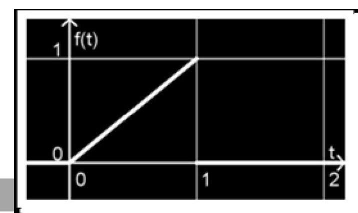
Sea el campo vectorial $\bar{f}: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \; tal\; que\; f(x,y,z) = (z - ye^x + ky, -2z - e^x, z^3)$, y sea la curva C = Im($\bar{\gamma}$), siendo $\bar{\gamma}(t): [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^3 \; tal\; que\; \bar{\gamma}(t) = (\cos(t), 2 + \mathrm{sen}(t), 2 + \mathrm{sen}(t))$.

Calcular k para que la circulación de $\bar{f}$ a lo largo de C sea nula. (b) Hallar el volumen de $x^2 + y^2 \le 4y\}$

2

(a) Hallar la única función continua $x: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \; tal\; que\; \dot{x} - x = f(t), x(0) = \dot{x}(0) = 0$, siendo, $f(t)$ como se indica en la figura, esto es $f(t) = \begin{cases} t, si\; 0 < t < 1 \\ 0, \; en\; todo\; otro\; caso \end{cases}$

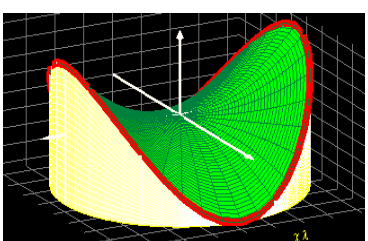
(b) Dada la función $F(p) = \frac{p-2}{p^3 - 3p^2 + 2p}, p > 2$, determinar una función $f: [0, \infty] \to \mathbb{R}$ tal que $F(p) = \int_0^\infty e^{-pt} f(t)\, dt$; ¿es única tal función?



3

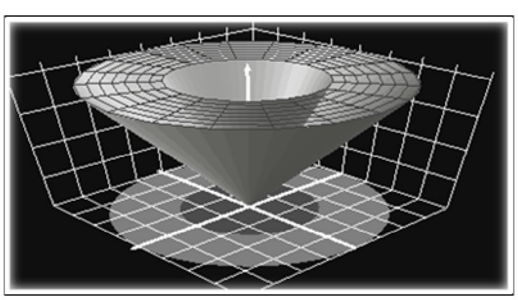
Determinar la circulación de $\bar{f}: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 / \; \bar{f}(x,y) = (y + y^2\cos(xy^2), \; x + 2xy\cos(xy^2))$ a lo largo de la curva C entre los puntos $P_0 = (0, 0)$ y $P_1 = (\pi/3, 1)$, siendo C la curva solución del problema de valor inicial dado por la ecuación diferencial $\cos(x)\; y' - \mathrm{sen}(x) y = \mathrm{sen}(x)$, con condición inicial $y(0) = 0$.

4



Sea $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : -1 \le z \le -x^2 + y^2, x^2 + y^2 = 1\}$, y el campo vectorial $\bar{f}: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, f(x,y,z) = (x, y, x\, sen(xy^3z^5) + e^z)$. Determinar el flujo del campo vectorial a través de la superficie S, definiendo una orientación y explicitándola.

5



Sea $\bar{f}: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 / \; \bar{f}(x,y,z) = (e^{\mathrm{sen}(z)} + x, \; e^{\cos(x)} - y, z - 1)$ y sea $\mathcal{M} = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2 + y^2} \le z \le 2\sqrt{x^2 + y^2}, z \le 2\}$.

(a) Calcular el flujo de $\bar{f}$ saliente por la frontera de □.

(b) Determinar la masa de □, si su densidad está dada por el
ıdo k una constante positiva.

2 ½ horas