

Examen Final Previo Análisis Matemático III

La siguiente evaluación consta de 5 ejercicios. Dispones de tres horas para su resolución, por lo que te sugerimos que primero realices una lectura general y luego distribuyas de manera adecuada tu tiempo, ya que no todos los ejercicios ofrecen la misma dificultad.

La condición suficiente de aprobación es la resolución completa, claramente detallada y justificada, sin errores conceptuales ni algebraicos, con los gráficos representados correctamente, de 4 ítems de un total de 7 que figuran en el examen. ¡Buena suerte!

Nombre y apellido:.....

Carrera:.....

- 1) Sea $\bar{g}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3: \bar{g}(x, y, z) = (f'(x) + z; 4y \cdot f(x); -6xz)$
 - a. Halle una función $f(x)$ tal que $f(0) = 0$; $f'(0) = 8$ y $\text{div}(\bar{g}) = 2x$
 - b. Calcule el flujo del campo \bar{g} a través de la frontera del macizo M definido por $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: x^2 + y^2 + z^2 \leq 12; x^2 + y^2 \geq z\}$

- 2) Sea $\bar{f}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que $\overline{\text{Rot}}(\bar{f}) = (2x; y; -3z)$, calcular la circulación del campo \bar{f} a lo largo de la curva dada por la intersección de la superficie $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: x^2 + y^2 = 4\}$ con el plano $z=5$

- 3) Sea C la trayectoria ortogonal a la familia $x^2 - y^2 = k$ que pasa por (1,1). . Calcular el trabajo realizado por el campo $\bar{g}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2: \bar{g}(x, y) = (x; x^2y)$, a lo largo de C entre (1,1) y $(\frac{1}{2}; y_0)$

- 4) Hallar la solución del problema a valores iniciales: $x''(t) - 2x'(t) + x(t) = e^t$ y $x(0) = x'(0) = 0$

- 5)
 - a. Hallar por definición la transformada de Laplace de $f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 1 \\ t & \text{si } t \geq 1 \end{cases}$
 - b. Verificar el resultado anterior usando propiedades