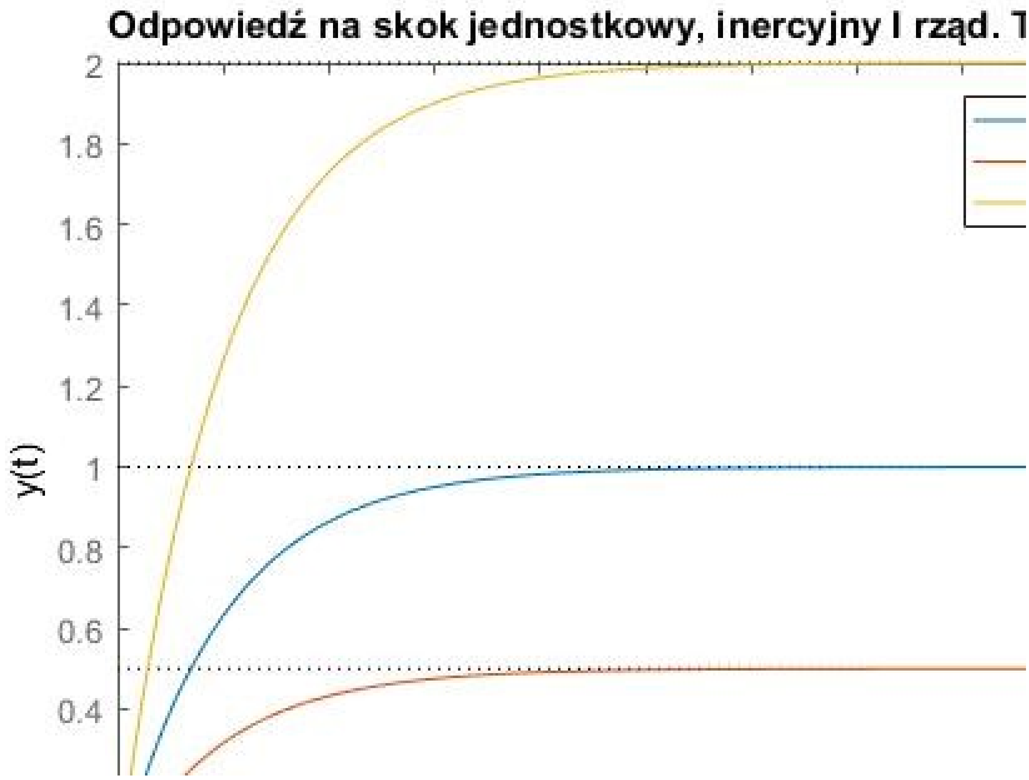
Charakterystyki czasowe podstawowych obiektów dynamicznych.		
Węgrzyn Paweł Roman Michał	22.03.2017r.	Godz. 9.45

1. Cel ćwiczenia

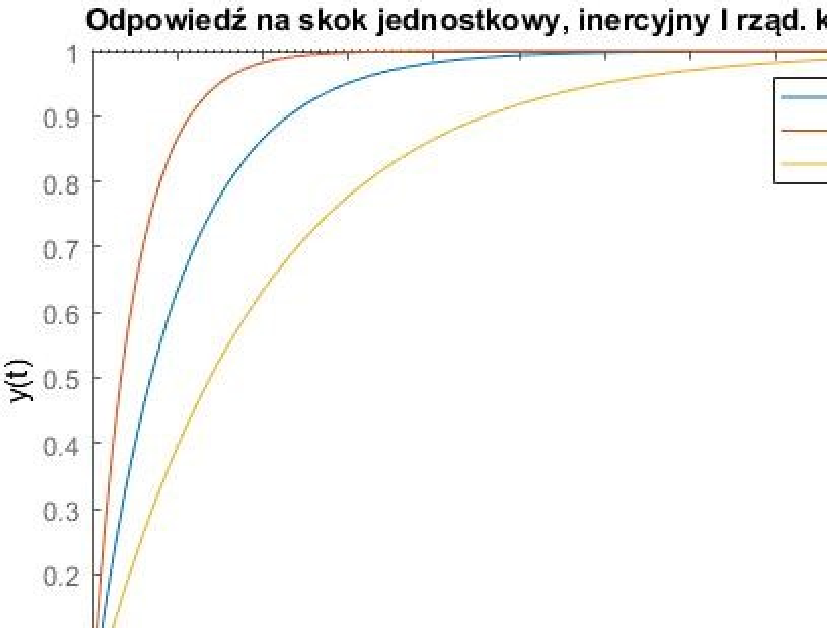
Celem ćwiczenia było zapoznanie się z charakterystykami podstawowych obiektów dynamicznych. Ćwiczenie zostało wykonane symulacyjnie przy użyciu pakietu MATLAB. Badaliśmy odpowiedzi obiektów na dwa rodzaje wymuszenia – skok jednostkowy i delta Diraca (impuls jednostkowy). Dodatkowo mieliśmy przeprowadzić graficzną identyfikację parametrów badanych obiektów na podstawie odpowiedzi skokowej i porównać otrzymane wyniki z ich rzeczywistymi wartościami.

2. Wyniki symulacji

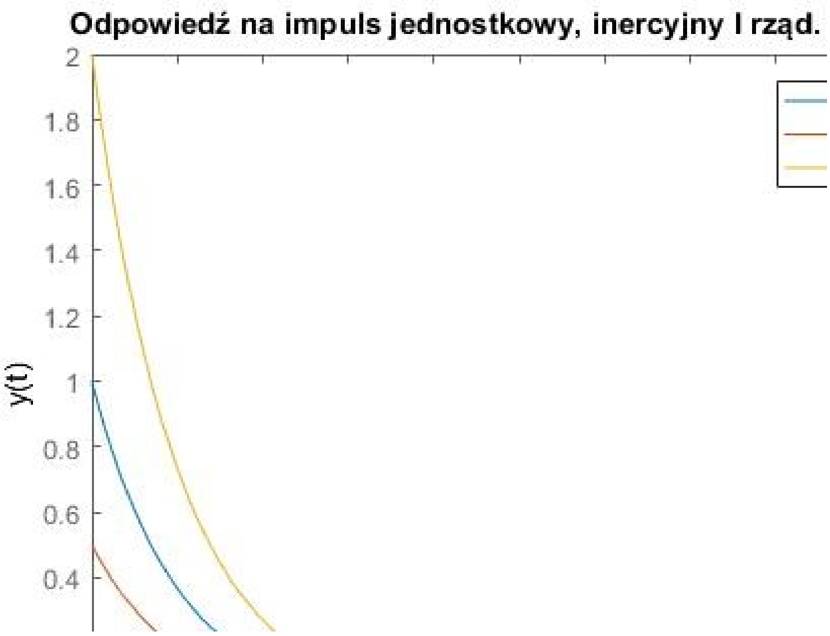
a) Obiekt inercyjny I rzędu o transmitancji $G(s) = \frac{k}{Ts+1}$



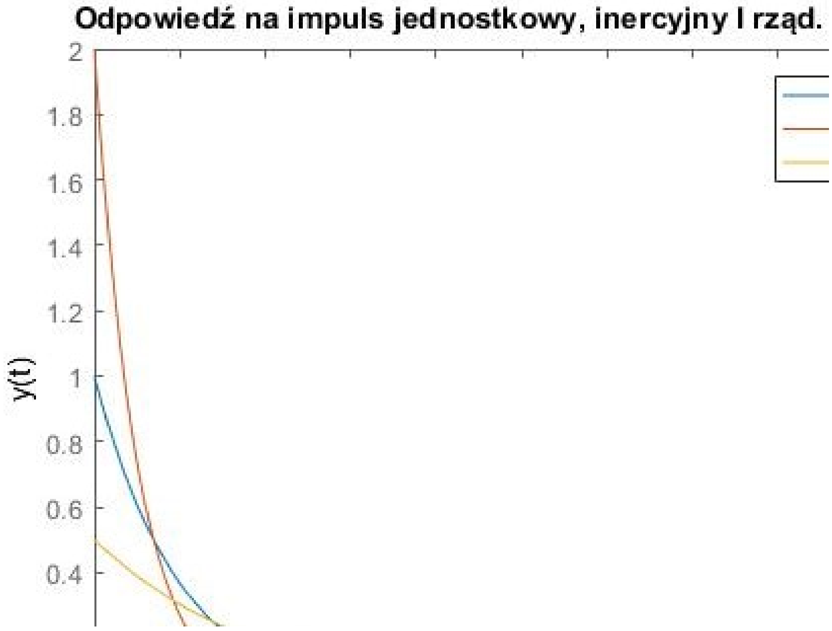
Widzimy że w przypadku odpowiedzi obiektu inercyjnego I rzędu na skok jednostkowy dla ustalonej stałej czasowej T i zmiennego wzmocnienia k odpowiedź obiektu ustala się w takim samym czasie i przyjmuje wartość równą $\frac{k}{T}$.



Widzimy że w przypadku odpowiedzi obiektu inercyjnego I rzędu na skok jednostkowy dla ustalonego wzmocnienia k i zmiennej stałej czasowej T odpowiedź obiektu ustala się w różnym czasie i przyjmuje wartość równą $\frac{k}{T}$. Czas potrzebny do ustalenia się odpowiedzi obiektu jest więc zależny od stałej czasowej T. Im jest ona większa, tym dłużej trwa stan przejściowy.

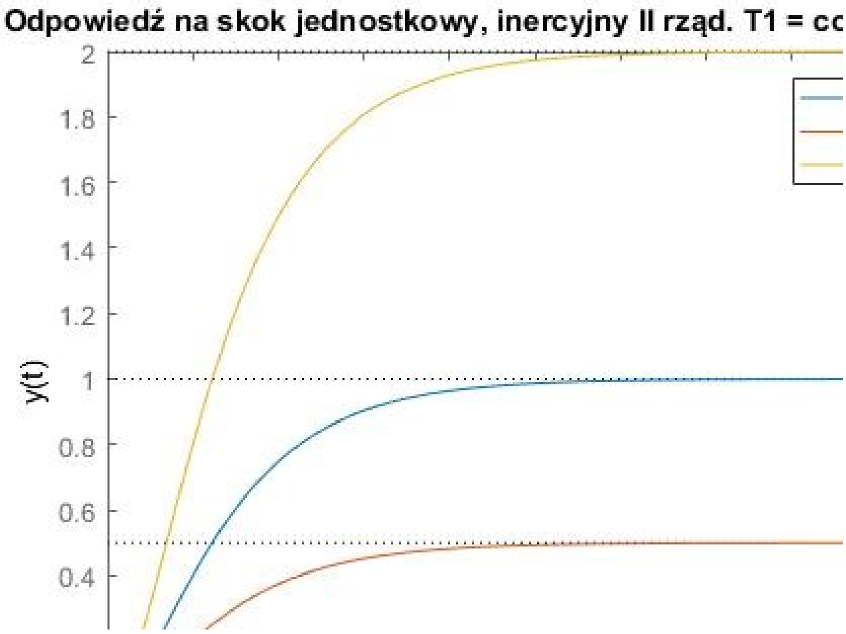


Idealny impuls jednostkowy jest sygnałem o nieskończonej energii, dlatego odpowiedź obiektu natychmiastowo ustala się na poziomie $\frac{k}{T}$, a następnie maleje zgodnie ze swoją stałą czasową. Jeśli stała czasowa jest identyczna, to wygaszenie nastąpi po tym samym czasie.

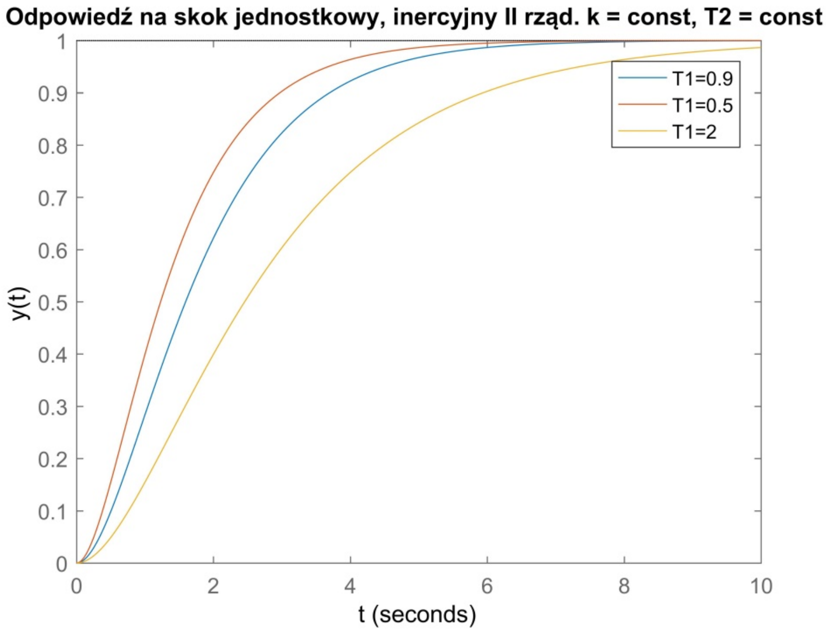


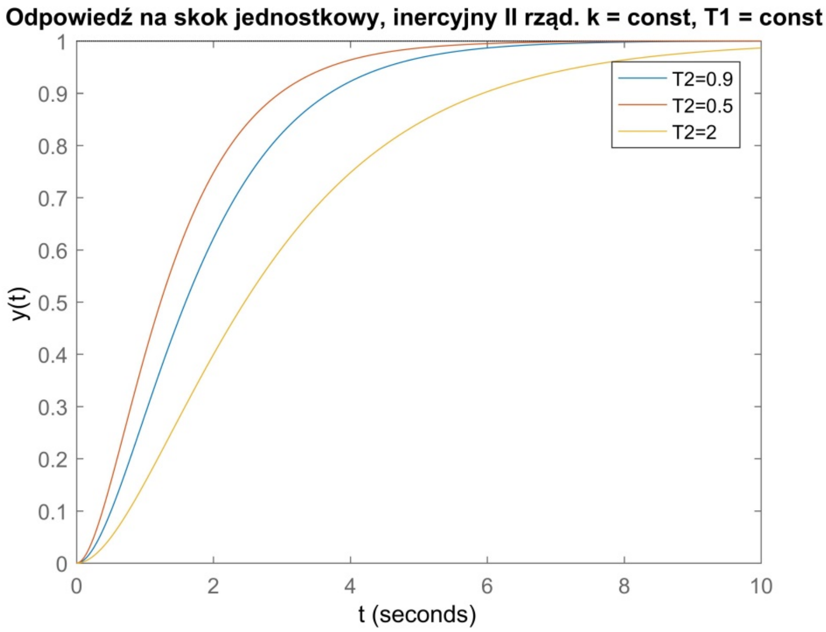
W przypadku ustalonego wzmocnienia odpowiedź obiektu również ustala się na poziomie $\frac{k}{T}$ w nieskończenie krótkim czasie, a następnie maleje adekwatnie do stałej czasowej. Jeśli stała czasowa T jest duża, wygaszenie obiektu następuje po długim czasie, a jeśli jest mała, obiekt powraca do stanu początkowego zdecydowanie szybciej.

b) Obiekt inercyjny II rzędu o transmitancji $\boldsymbol{G(s) = \frac{k}{T_1T_2s^2+(T_1+T_2)s+1}}$

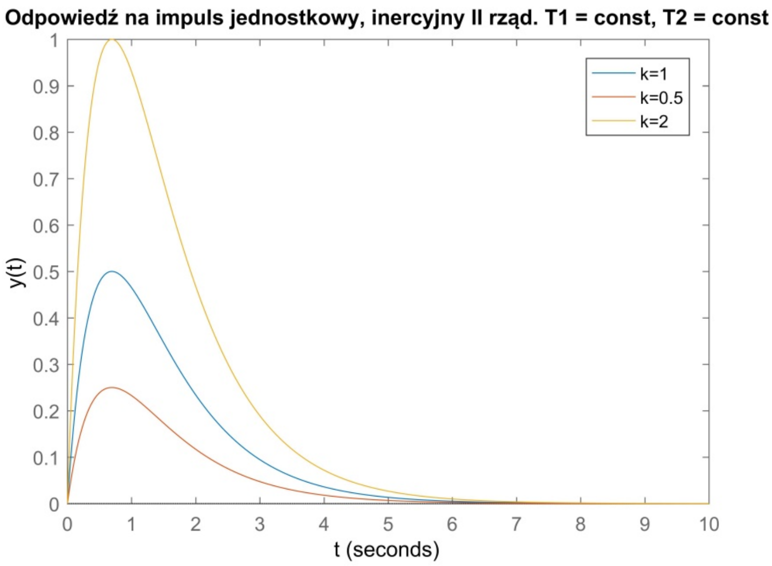


Obiekt inercyjny II rzędu (większego też) charakteryzuje się punktem przegięcia wykresu odpowiedzi skokowej w początkowej fazie narastania jego odpowiedzi. Następnie jego dynamika jest bardzo zbliżona do dynamiki obiektu inercyjnego I rzędu. Odpowiedź stabilizuje się na poziomie wzmocnienia k. W powyższym przykładzie stałe czasowe są ustalone, a więc czas stabilizacji jest identyczny w każdym przypadku.

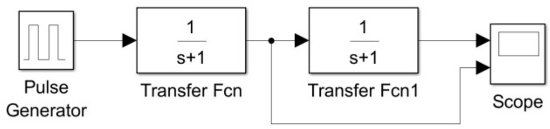


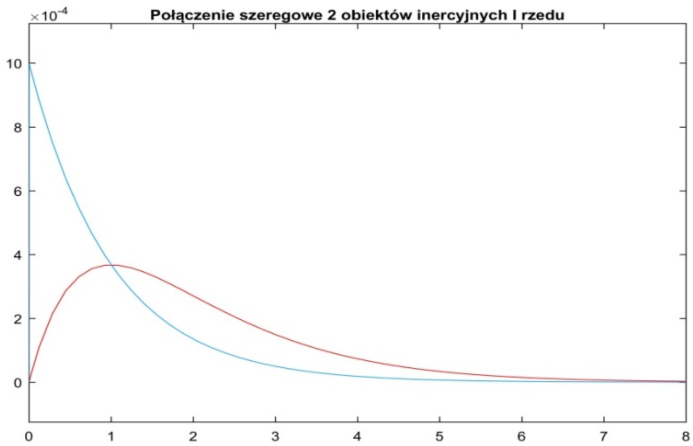


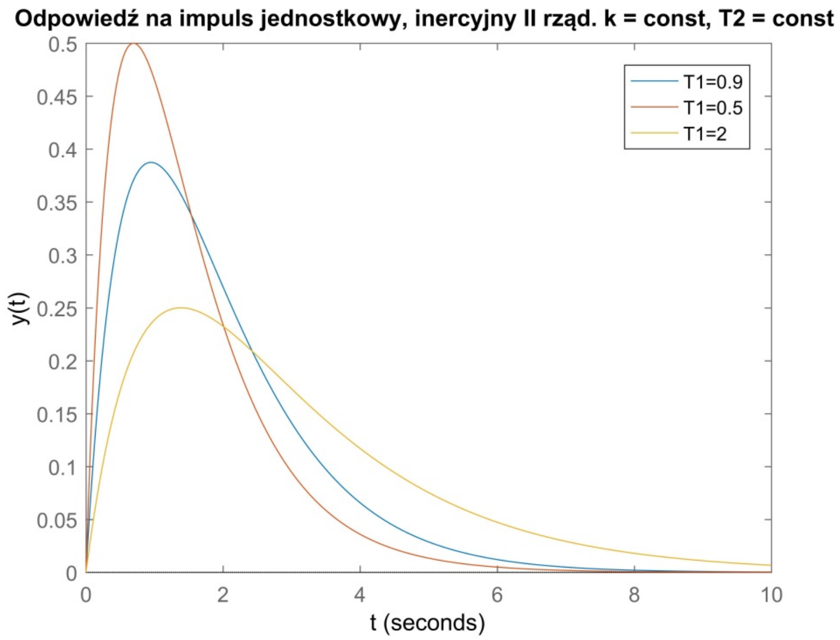
Obiekt inercyjny II rzędu jest to obiekt zawierający dwa zbiorniki energii tego samego typu, dlatego nie występują w nim oscylacje. Obiekt ten można traktować jako szeregowe połączenie dwóch obiektów inercyjnych I rzędu, co dobrze widać na powyższych dwóch wykresach – w jednym przypadku zmienialiśmy stałą czasową T_1 , a w drugim T_2 – ponieważ otrzymane odpowiedzi są identyczne. Jeśli stałe czasowe obiektów są duże, to czas ustalenia się odpowiedzi obiektu jest dłuższy.

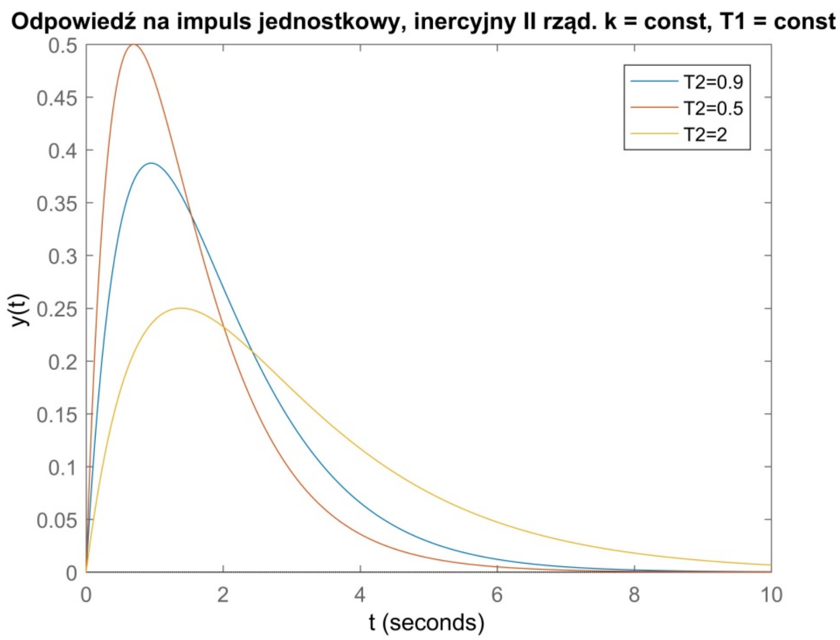


W związku z tym że obiekt inercyjny II rzędu jest analogią do szeregowego połączenia dwóch obiektów inercyjnych I rzędu jego odpowiedź impulsowa ma charakterystyczny przebieg. Podając sygnał wymuszający w postaci impulsu jednostkowego oddziałujemy na jeden z jego członów, którego odpowiedź jest identyczna jak odpowiedź obiektu inercyjnego I rzędu. Następnie dopiero pierwszy człon oddziałuje na drugi człon, dlatego odpowiedź obiektu jako całości nie ustala się w początkowej chwili na pewnym poziomie, jak to miało miejsce w przypadku obiektu I rzędu, lecz narasta najpierw do pewnej wartości, potem maleje. (powyższe rozważania są uzasadnione symulacją przeprowadzoną w Simulinku). Odpowiedź obiektu nie osiąga również tak dużej wartości jak w przypadku obiektu I rzędu, ponieważ pierwszy człon oddziałuje na drugi, ale jednocześnie jego odpowiedź ulega wygaszeniu ze stałą czasową T_1. W powyższym przypadku zmienialiśmy tylko wzmocnienie, dlatego charakterystyki ulegają wygaszeniu w tym samym czasie.



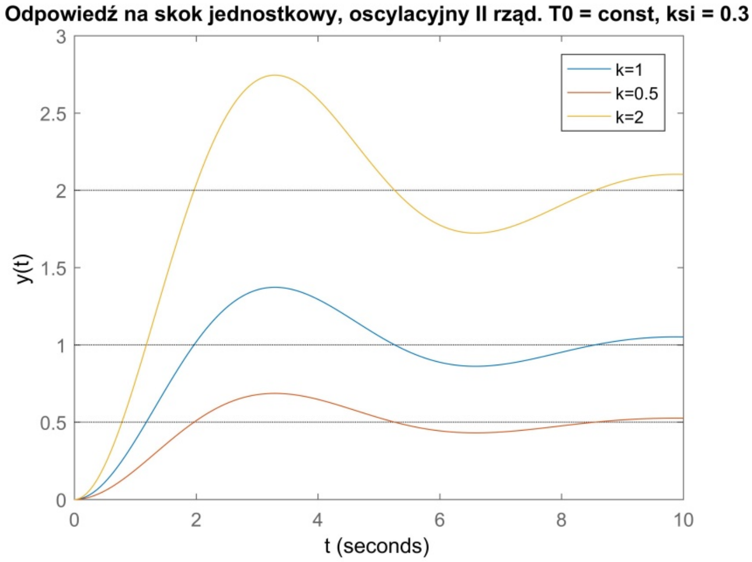




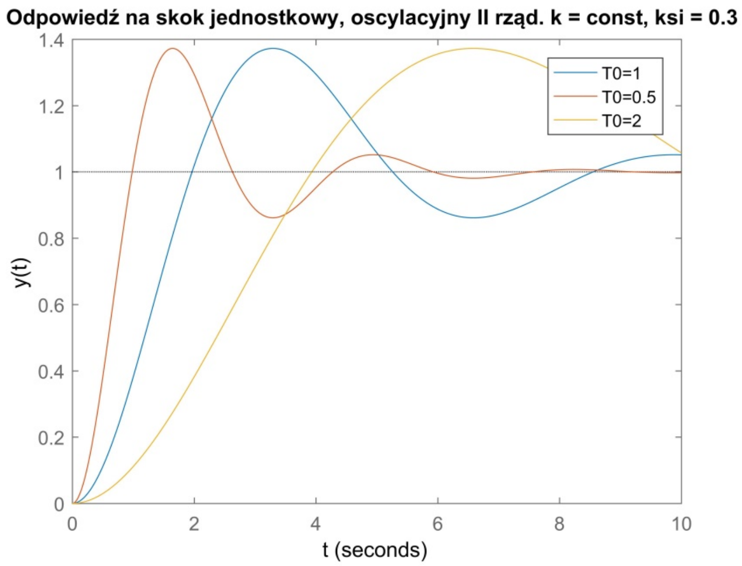


W przypadku obiektu inercyjnego II rzędu widzimy że im mniejsze są stałe czasowe poszczególnych członów obiektu, tym maksimum odpowiedzi obiektu jest większe i jest osiągane szybciej. Odpowiedź impulsowa dla mniejszych stałych czasowych wygasa zdecydowanie szybciej.

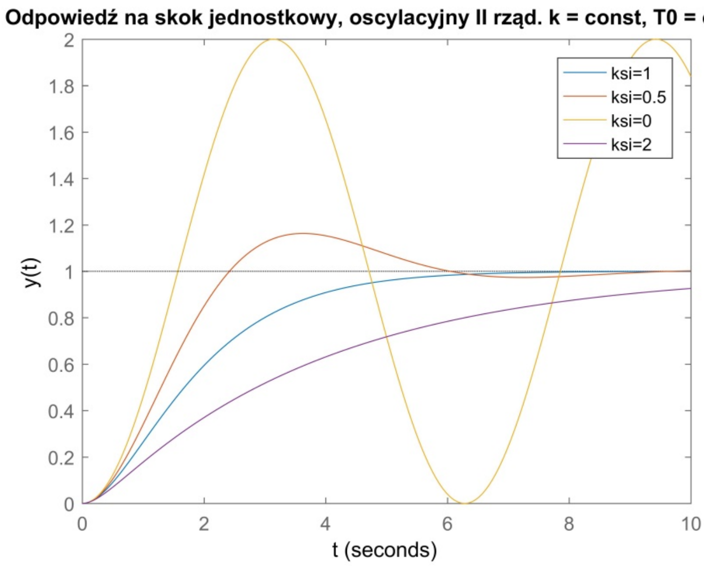
c) Obiekt oscylacyjny II rzędu o transmitancji $G(s) = \frac{k}{T_0^2 s^2 + 2\xi T_0 + 1}$



Dla ksi=0.3 w układzie występują oscylacje, ponieważ bieguny transmitancji zawierają część urojoną. Od strony fizykalnej występowanie oscylacji wiąże się z istnieniem dwóch różnych rodzajów energii w układzie, które przechodzą jedna w drugą w czasie. Ksi 0.3 jest miarą tłumienia, co widać na powyższym wykresie – odpowiedź obiektu asymptotycznie przybliża się do stanu ustalonego, naprzemiennie wokół niego oscylując. Im większe jest wzmocnienie układu, tym większe przesterowania obserwujemy w obiekcie. Stała czasowa jest identyczna dla wszystkich trzech charakterystyk, dlatego zanik oscylacji wokół stanu ustalonego następuje w tym samym czasie.

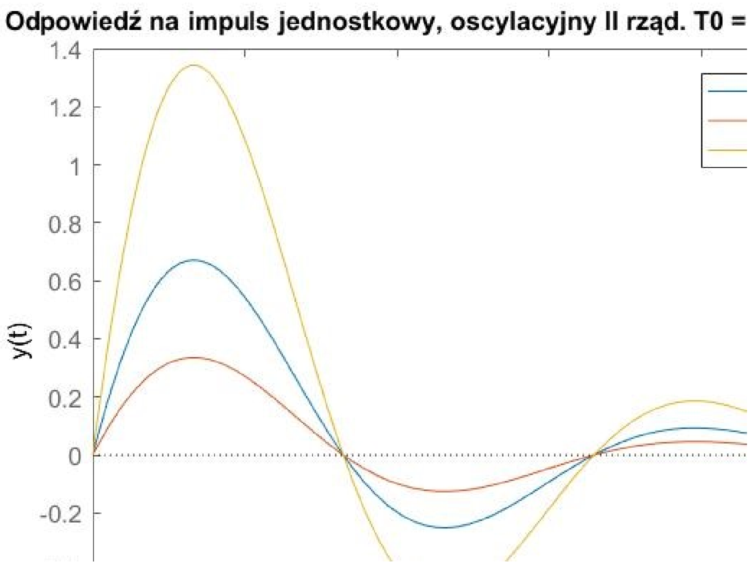


Stała czasowa obiektu oscylacyjnego II rzędu wpływa na okres oscylacji obiektu, a więc ma wpływ na szybkość osiągania stanu ustalonego w przypadku niezerowego tłumienia (ksi = 0.3). Im jest ona większa, tym szybciej obiekt osiąga zadany stan z żądaną dokładnością. Stała czasowa nie ma wpływu na przesterowanie.

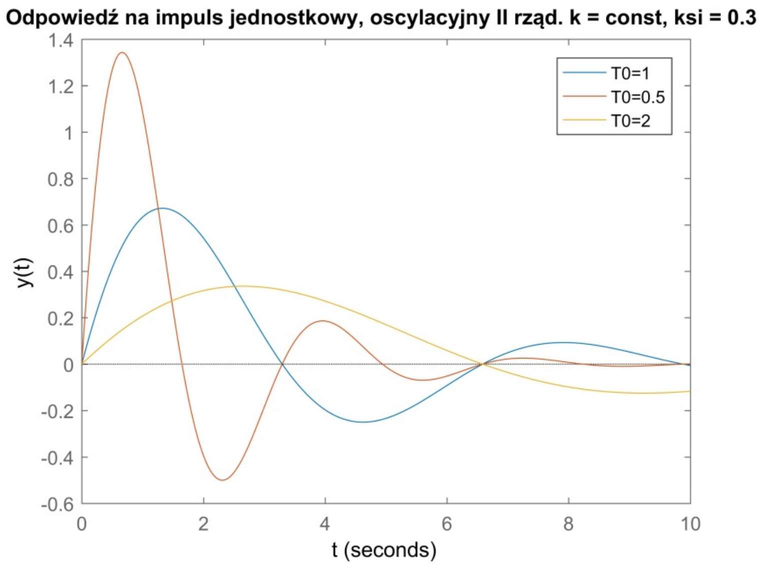


W zależności od wartości współczynnika tłumienia obiekt oscylacyjny możemy zakwalifikować do odpowiedniego typu:

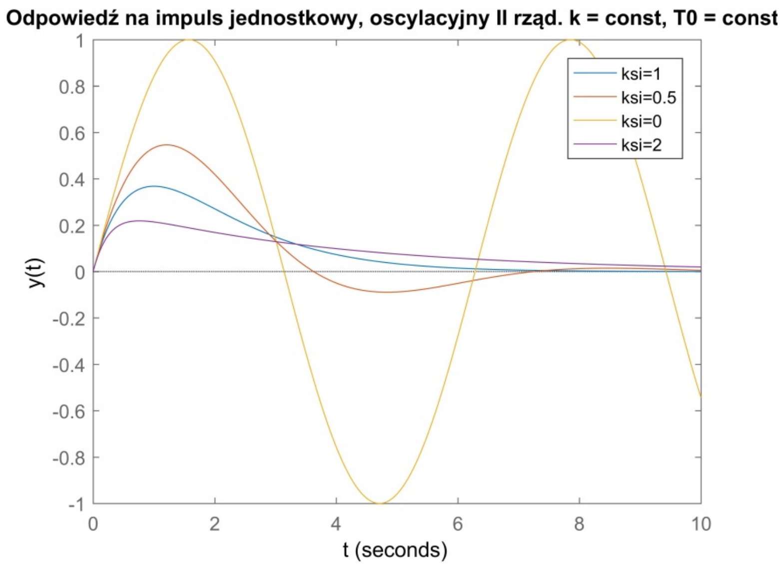
- ksi = 0 – oscylacyjny nietłumiony, obiekt nie osiąga stanu ustalonego, lecz oscyluje wokół niego ze stałą amplitudą.
- 0 < ksi < 1 - oscylacyjny tłumiony, obiekt asymptotycznie osiąga stan ustalony, oscylując wokół niego z gasnącą amplitudą.
- ksi = 1 – aperiodyczny krytyczny
- ksi > 1 – aperiodyczny, podobnie jak w przypadku obiektu aperiodycznego krytycznego nie występują w nim oscylacje. Obiekt ten zachowuje się jak obiekt inercyjny II rzędu.



Obiekt oscylacyjny II rzędu z niezerowym tłumieniem odpowiada na impuls jednostkowy gasnącymi oscylacjami. Tutaj T_0 = const i ksi=0.3, a więc wygaszenie ma identyczny czas i jest proporcjonalne dla całej rodziny charakterystyk, bez względu na wzmocnienie k.

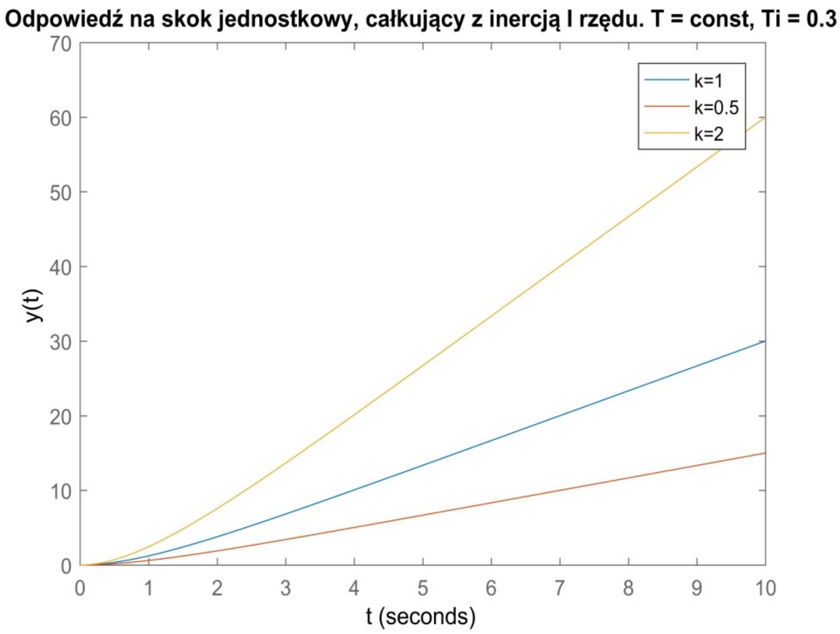


W przypadku zmiany stałej czasowej oscylacje gasną z różną dynamiką. Im stała czasowa jest mniejsza, tym szybciej obiekt wróci do stanu początkowego. Kolejnymi konsekwencjami małej stałej czasowej jest odpowiedź obiektu o zdecydowanie większym maksimum oraz większa częstotliwość oscylacji.

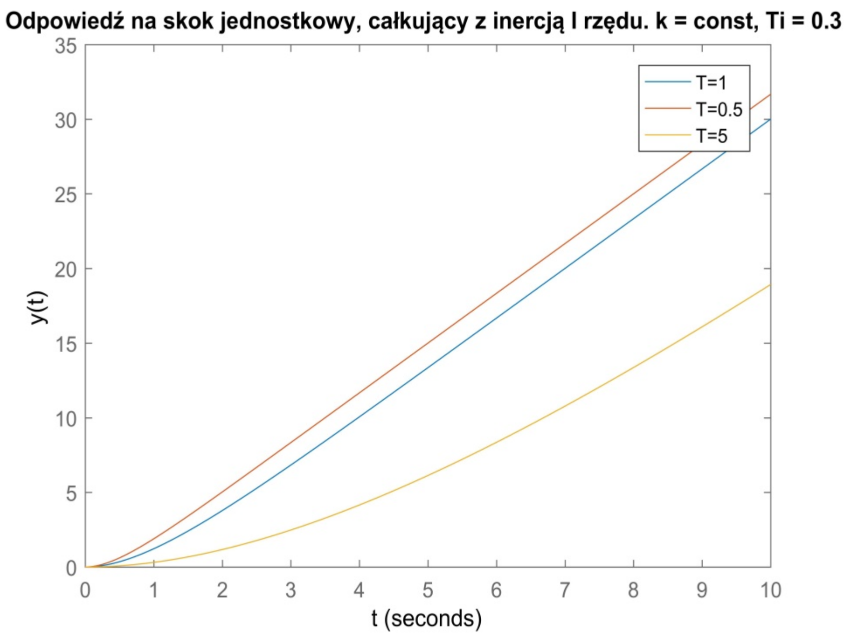


Podobnie jak w przypadku odpowiedzi skokowych, w zależności od współczynnika tłumienia obserwujemy różne zachowania obiektu. Dla braku tłumienia widzimy że wzbudzenie obiektu ma konsekwencję w postaci niegasnących oscylacji. Im współczynnik tłumienia jest większy, tym amplituda oscylacji szybciej maleje, aż do całkowitego ich zaniku dla ksi >= 1.

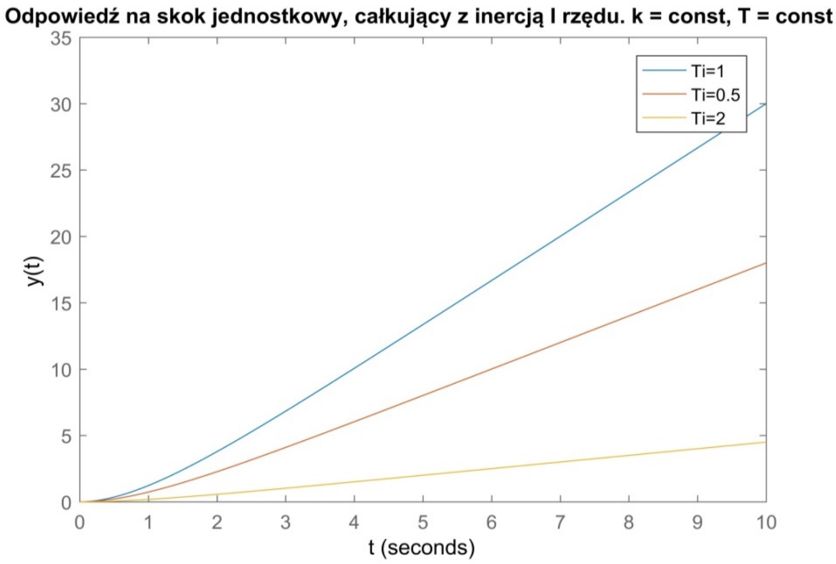
d) Obiekt całkujący z inercją I rzędu o transmitancji $G(s) = \frac{k}{T_i s(Ts+\ )}$



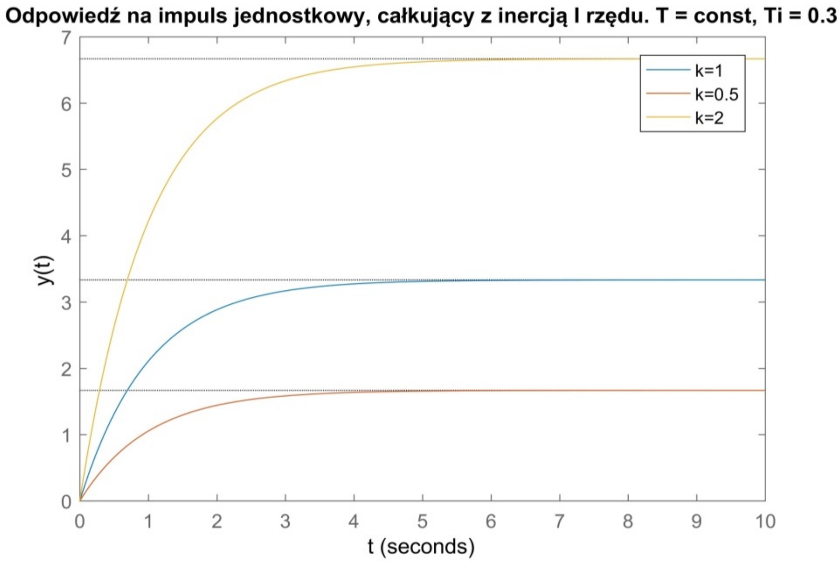
W początkowej fazie odpowiedzi widać wpływ części inercyjnej obiektu, która w miarę upływu czasu stabilizuje się i następnie przyrost jest związany ściśle z częścią całkującą. Szybkość narastania odpowiedzi jest wprost proporcjonalna do wzmocnienia k.



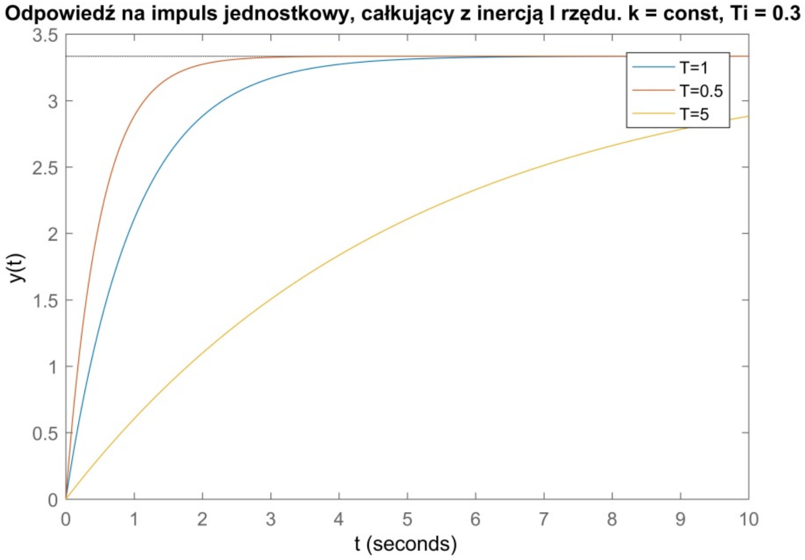
Stała czasowa T obiektu ma wpływ tylko na część inercyjną. Im jest ona większa, tym dłużej obiekt się stabilizuje.



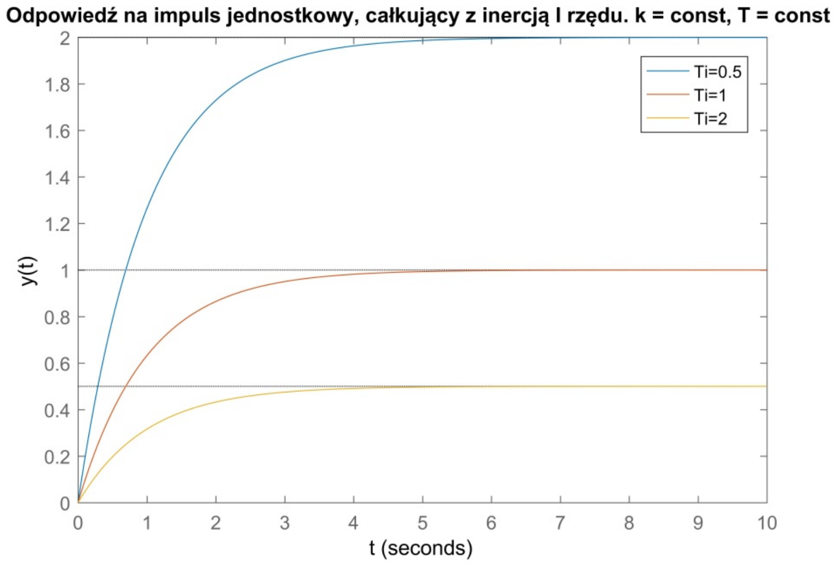
Regulując stałą całkowania T_i regulujemy nachylenie charakterystyki skokowej, której kąt jest wyrażony wzorem: $tg(\alpha) = \frac{1}{T_i}$ – a więc im mniejsza stała całkowania, tym szybszy będzie przyrost odpowiedzi obiektu.



Odpowiedź obiektu całkującego z inercją na impuls jednostkowy stabilizuje się na pewnym, ustalonym poziomie, zależnym od wzmocnienia k. W idealnym obiekcie całkującym odpowiedź byłaby natychmiastowa, w przeciwieństwie do obiektu całkującego z inercją, który można traktować jako szeregowe połączenie idealnego obiektu całkującego z obiektem inercyjnym I rzędu. Tak więc odpowiedź powyższego obiektu można traktować jak odpowiedź obiektu inercyjnego I rzędu (którego wzmocnienie jest zwiększone $\frac{1}{T_i}$ razy) na skok jednostkowy.

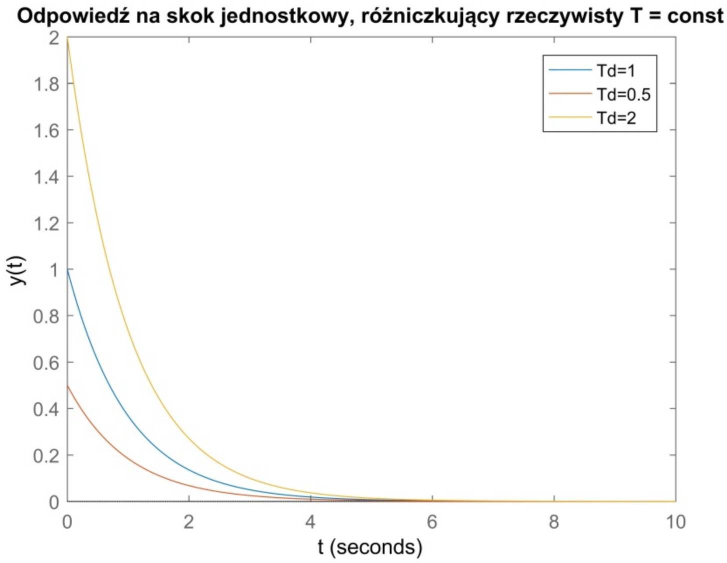


Im mniejsza jest stała czasowa części inercyjnej obiektu, tym jego odpowiedź jest bliższa odpowiedzi idealnego obiektu całkującego, tj. czas reakcji na impuls jednostkowy jest coraz mniejszy.

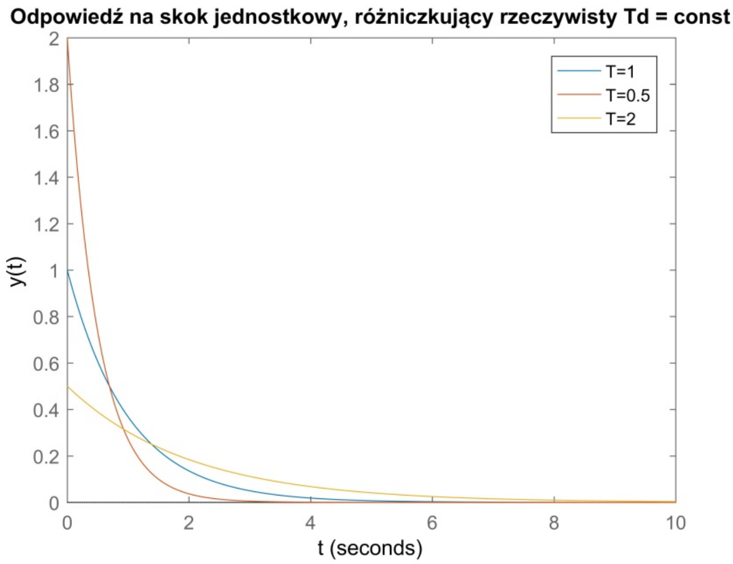


Idealny impuls jednostkowy jest sygnałem o nieskończenie krótkim czasie działania. Tak więc im mniejsza będzie stała czasowa obiektu całkującego, tym reakcja obiektu będzie silniejsza.

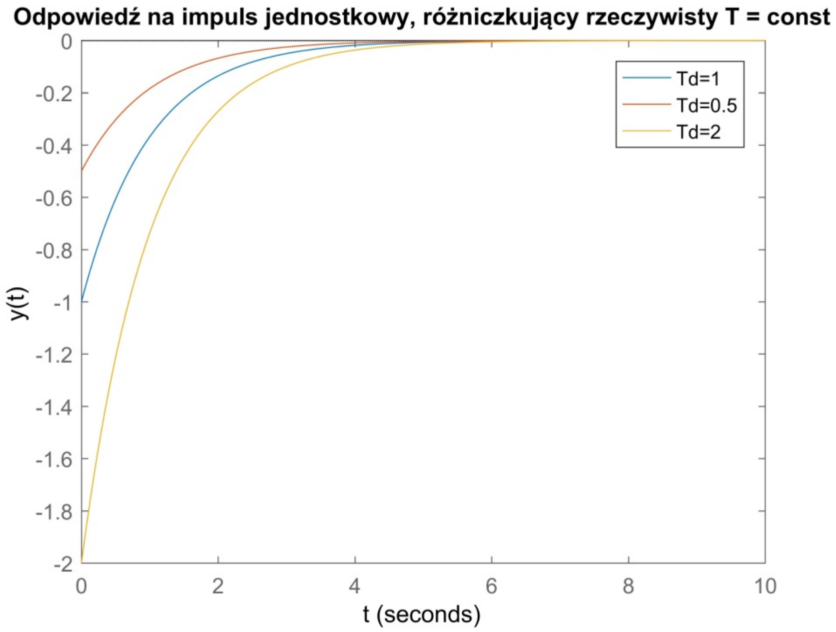
e) Obiekt różniczkujący rzeczywisty o transmitancji $G(s) = \frac{T_d s}{Ts+}$

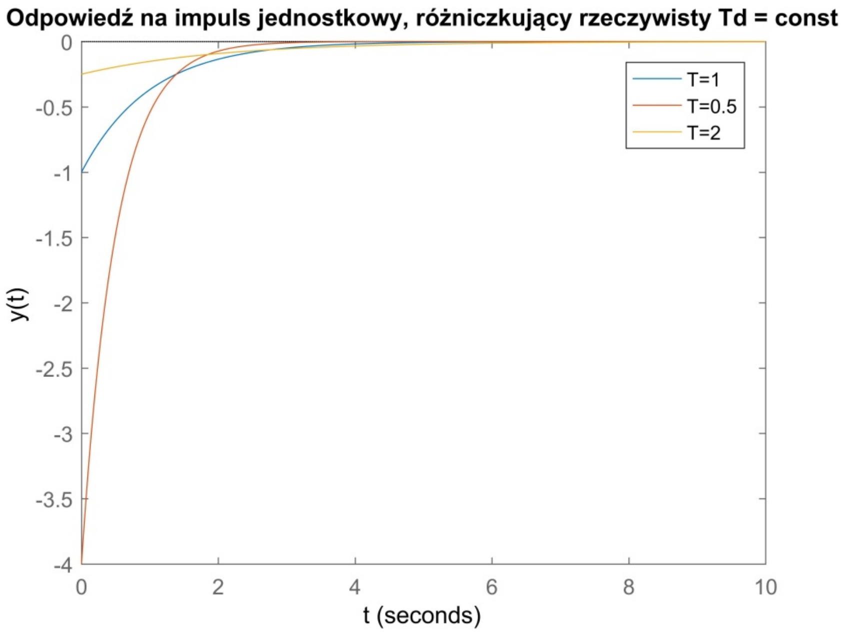


Obiekt różniczkujący rzeczywisty jest złożeniem obiektu inercyjnego I rzędu i obiektu różniczkującego idealnego, który na skok jednostkowy odpowiada impulsem jednostkowym. Tak więc odpowiedź powyższego obiektu jest analogiczna do odpowiedzi impulsowej obiektu inercyjnego I rzędu. Im większa jest stała różniczkowania, tym silniej odpowiada obiekt.



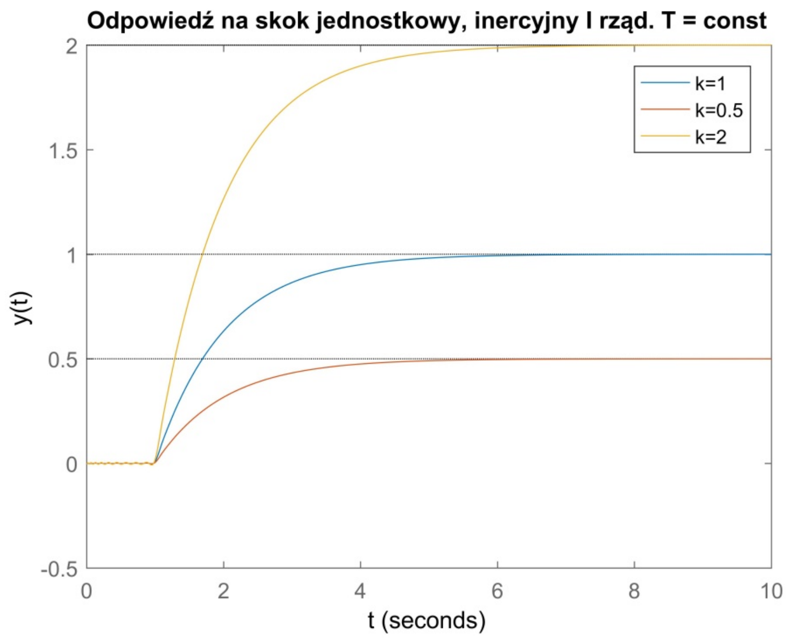
Im większa jest stała czasowa części inercyjnej tym słabiej reaguje obiekt oraz przebieg jego charakterystyki impulsowej jest łagodniejszy i dłużej trwa powrót do stanu początkowego.

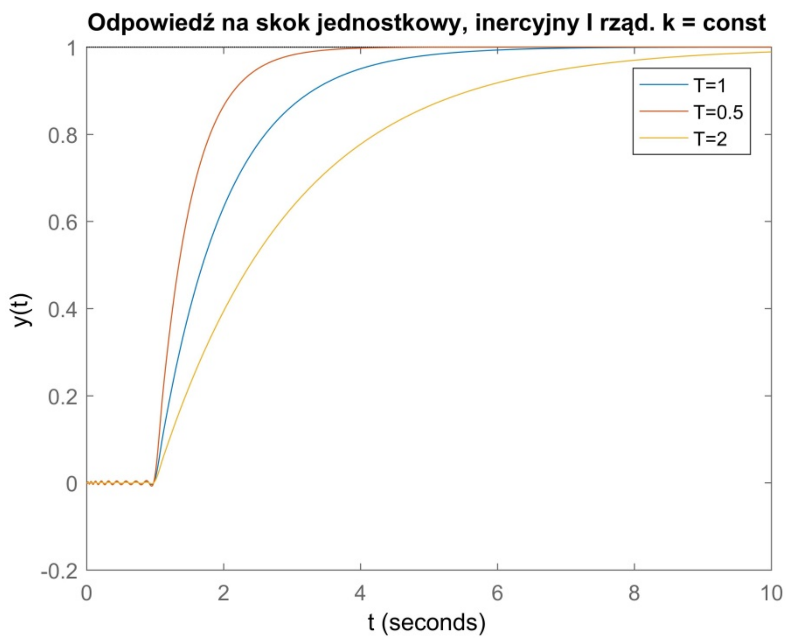




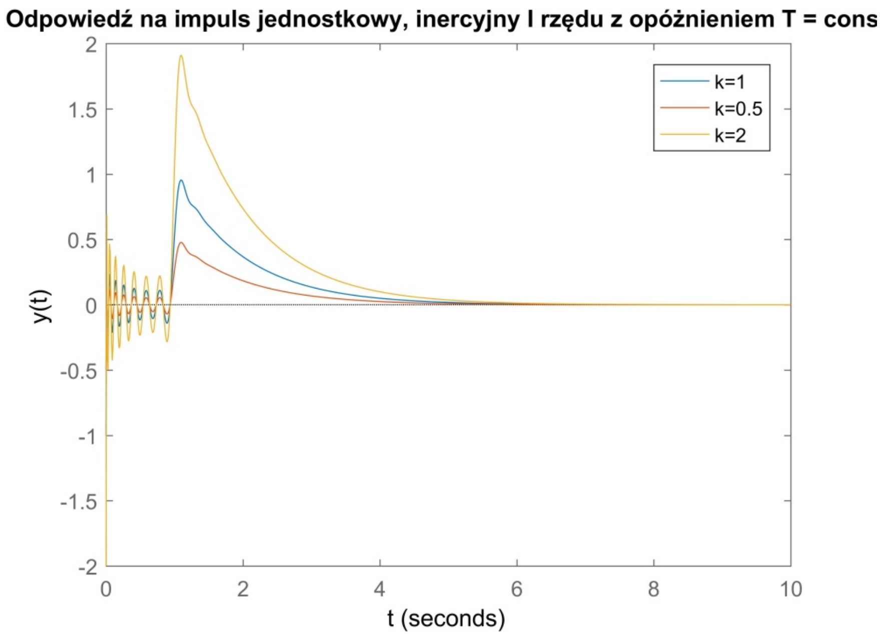
Charakterystyki impulsowe obiektu inercyjnego są symetryczne względem osi czasu do jego odpowiedzi skokowych. Spowodowane jest to tym, że idealny impuls jednostkowy ma nieskończenie krótki czas trwania i jego przebieg zmienia się dwukrotnie – raz z 0 na +oo, a później z +oo na 0, tak więc odpowiedź obiektu różniczkującego na takie sterowanie daje ujemny impuls jednostkowy.

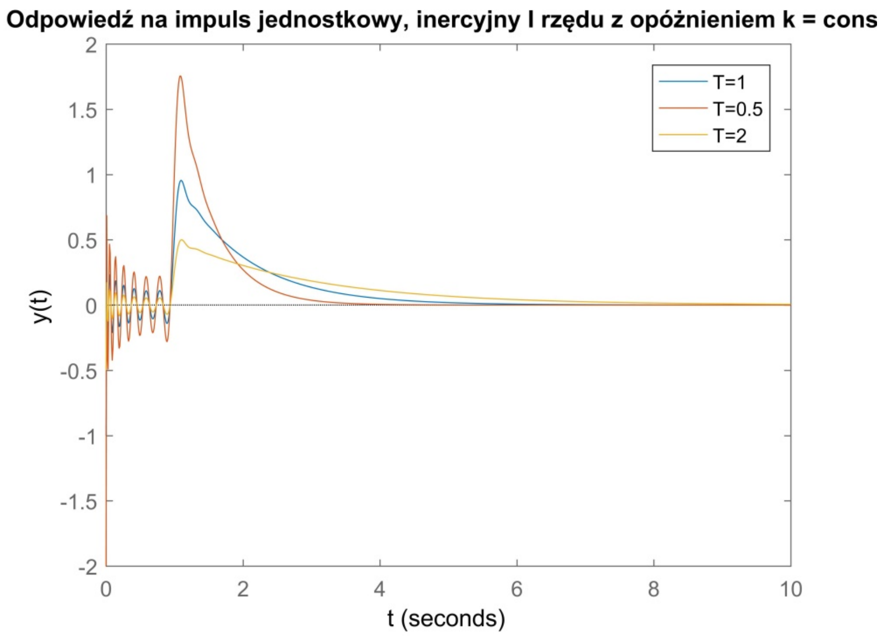
f) Obiekt inercyjny I rzędu z opóźnieniem o transmitancji $G(s) = \frac{e^{-s\tau}}{Ts+1}$





Widzimy że w przypadku odpowiedzi obiektu inercyjnego I rzędu z opóźnieniem na skok jednostkowy dla ustalonej stałej czasowej T i zmiennego wzmocnienia k jak i ustalonego wzmocnienia k i zmiennej stałej czasowej T odpowiedź obiektu jest analogiczna do odpowiedź obiektu inercyjnego I rzędu, jedyną różnicą jest czas martwy, równy $\boldsymbol{\tau}$. Może on reprezentować np. opóźnienie transmisyjne obiektu rzeczywistego.

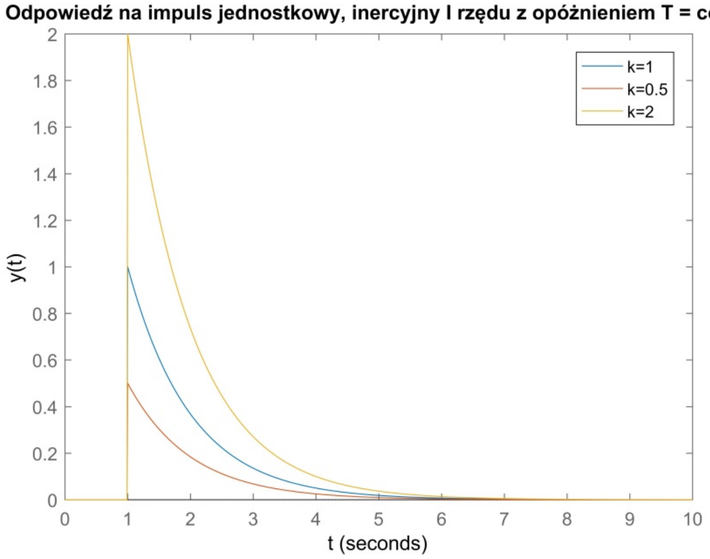




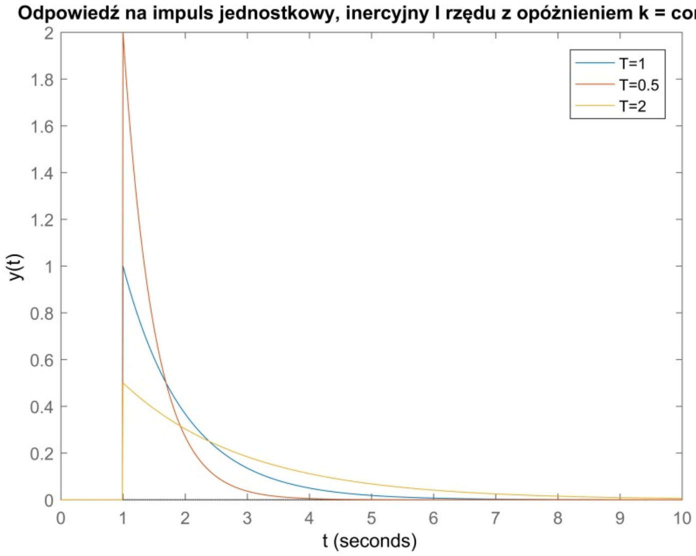
W przypadku odpowiedzi na impuls jednostkowy odpowiedź dla obiektu inercyjnego I rzędu z opóźnieniem również różni się od odpowiedzi obiektu inercyjnego tylko czasem martwym, równym $\boldsymbol{\tau}$. Powyższe wykresy przedstawiają odpowiedź z wykorzystaniem aproksymacji Pade'go. Wyniki odpowiedzi na impuls były mało satysfakcjonujące, postanowiliśmy więc spróbować innej metody, otrzymując wyniki zaprezentowane na kolejnej stronie.

```
s= tf('s')
G =  k*exp(-tau*s)/(T*s+1)
impulse(G,t)
```

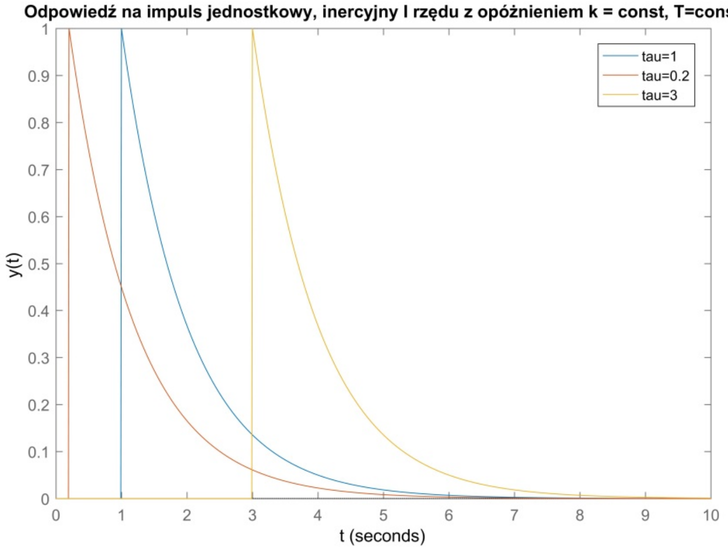
Odpowiedź na impuls jednostkowy, inercyjny I rzędu z opóźnieniem T = const



Odpowiedź na impuls jednostkowy, inercyjny I rzędu z opóźnieniem k = const

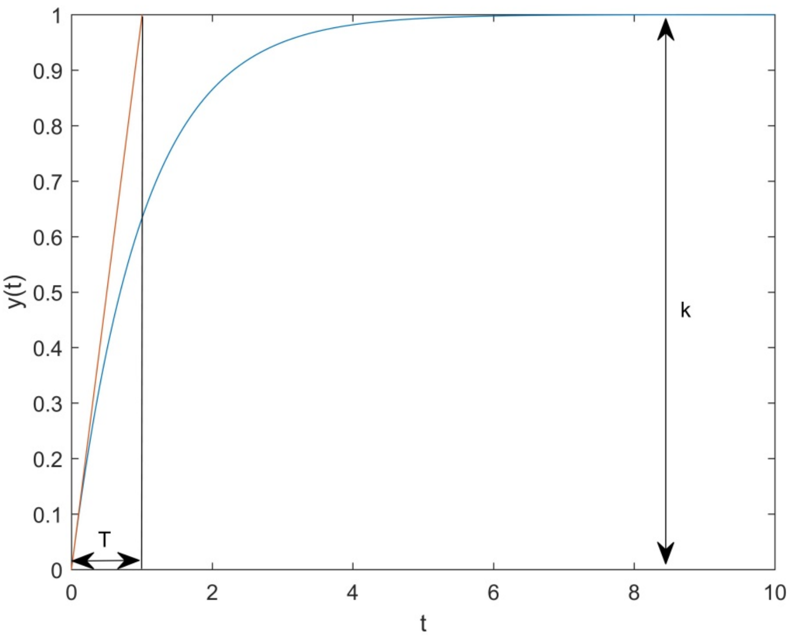


Odpowiedź na impuls jednostkowy, inercyjny I rzędu z opóźnieniem k = const, T=const



3. Graficzna identyfikacja parametrów obiektu. W tym ćwiczeniu „zapominamy" jaki obiekt analizujemy.

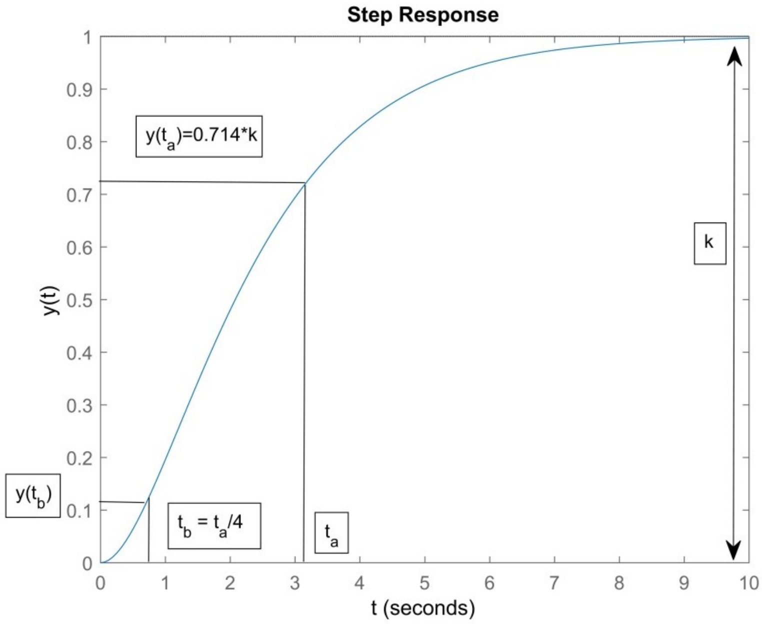
   a) Obiekt nr 1



Powyższy obiekt identyfikujemy jako obiekt inercyjny pierwszego rzędu, ponieważ charakterystyka skokowa nie zawiera punktu przegięcia, który jest charakterystyczny dla obiektów II rzędu i wyższych. Wzmocnienie k odczytujemy jako wartość stanu ustalonego, czyli w analizowanym obiekcie k=1. Następnie prowadzimy styczną w punkcie t=0 do wykresu odpowiedzi i znajdujemy punkt przecięcia z osią y=k. Wartość osi odciętych w tym punkcie jest stałą czasową identyfikowanego obiektu, a więc T=1.

Wyniki identyfikacji – Obiekt inercyjny I rzędu o parametrach k=1 i T=1.

b) Obiekt nr 2



Powyższy obiekt identyfikujemy jako obiekt inercyjny drugiego rzędu, ponieważ charakterystyka skokowa zawiera punkt przegięcia, który jest charakterystyczny dla obiektów II rzędu i wyższych. Wzmocnienie k odczytujemy jako wartość stanu ustalonego, czyli w analizowanym obiekcie k=1. Następnie postępuje zgodnie z poniższym algorytmem przedstawionym nam na Modelowaniu Systemów Dynamicznych:

- znajdujemy czas t_a odpowiadający $y(t) = 0.714k,$ (funkcją ginput)
- obliczamy $t_b = t_a/4$,
- określamy wartość $y(t_b)$,
- znajdujemy w tabeli stosunek T2 / T1, $y(t_b) \approx 0.125 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 0.7$
- wyznaczamy T1 i T2 na podstawie wzorów:

$$T_1 = \frac{t_a}{1.2(1 + \frac{T_2}{T_1})} \qquad t_a \approx 1.2(T_1 + T_2)$$

Po obliczeniach otrzymaliśmy :

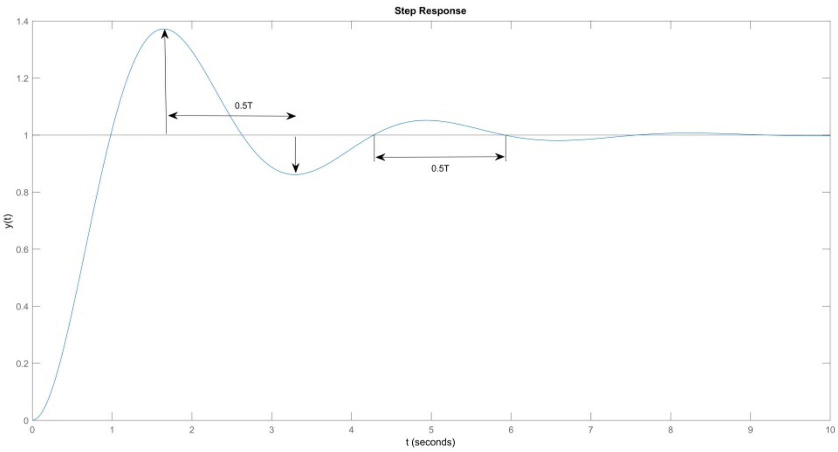
$$T_1 = 1.54 \qquad T_2 = 1.08$$

Wyniki identyfikacji – Obiekt inercyjny II rzędu o parametrach:

- k=1
- $T_1 = 1.54$
- $T_2 = 1.08$

Otrzymane parametry są bardzo bliskie rzeczywistym parametrom obiektu, a więc identyfikację możemy uznać za pomyślną.

c) Obiekt nr 3



Powyższy obiekt identyfikujemy jako obiekt oscylacyjny II rzędu z tłumieniem, ponieważ jego odpowiedź skokowa jest bardzo charakterystyczna – stabilizuje się na ustalonym poziomie w wyniku gasnących oscylacji.

Odpowiedź skokowa takiego obiektu ma postać:

$$y(t) = k\left(1(t) - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\frac{t}{T_0}} \sin\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T_0} t + \phi\right)\right)$$

Wzmocnienie k będzie to poziom na którym odpowiedź skokowa się ustabilizuje, a więc k=1.

Z wykresu możemy odczytać połowę okresu drgań obiektu (zaznaczone strzałką poziomą), oraz dwie następujące po sobie odchyłki Δ_1, Δ_2 od poziomu ustalonego (strzałki pionowe). Pozwoli nam to zapisać równania wiążące stałą tłumienia i stałą czasową obiektu, mianowicie:

$$\begin{cases} \dfrac{\sqrt{1-\xi^2}}{T_0} = 0.5T \\ \dfrac{\Delta_1}{\Delta_2} = \dfrac{e^{-\xi\frac{t}{T_0}}}{e^{-\xi\frac{t+0.5T}{T_0}}} = e^{\xi\frac{0.5T}{T_0}} \end{cases}$$

Z wykresu odczytujemy następujące 2 punkty:

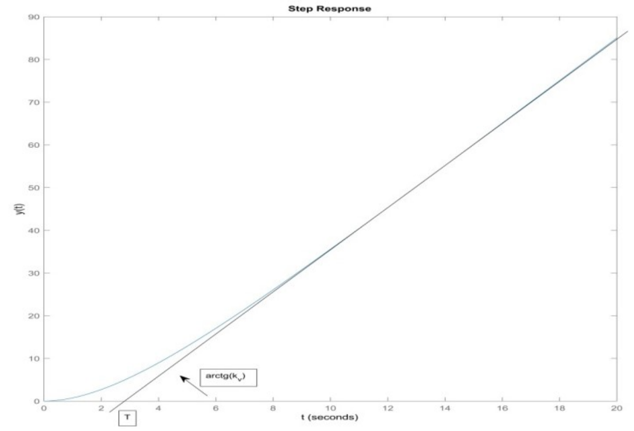
- [1.649 ; 1.372] czyli $\Delta_1 = 0{,}372$
- [3.300 ; 0.861] czyli $\Delta_2 = 0{,}159\ oraz\ 0.5T = 1{,}651$

Obliczając parametry z powyższego układu równań (i stałą k z wykresu) otrzymamy:

- k = 1
- ksi = 0.298
- T_0 = 0.578

Parametry odbiegają od rzeczywistości, ponieważ metoda graficzna nie jest zbyt dokładna.

d) Obiekt nr 4



Powyższy obiekt identyfikujemy jako obiekt całkujący z inercją I rzędu, ponieważ charakterystyka skokowa dąży do nieskończoności zawiera on człon całkujący, nieliniowość na początku charakterystyki wskazuję że znajduje się też tam człon inercyjny.

Przybliżymy ten obiekt następującym wzorem :

$$G(s) = \frac{k_v}{s(Ts+1)}$$

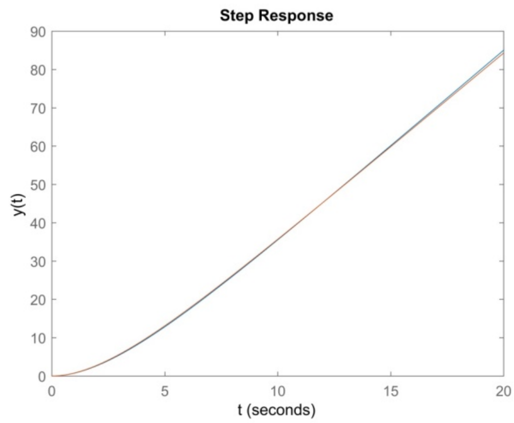
Po pomiarach oraz obliczeniach otrzymaliśmy :

$$k_v = 4.9 \qquad\qquad T = 2.8$$

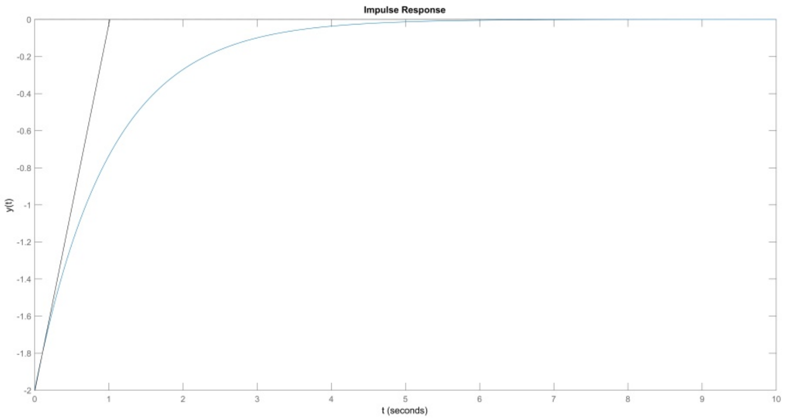
Wyniki identyfikacji – obiekt całkujący z inercją I rzędu o transmitancji :

$$G(s) = \frac{4.9}{s(2.8s+1)}$$

Po sprawdzeniu na jednym wykresie wyniku oraz odpowiedzi oryginału, wynik uznajemy za wysoce zadawalający :



e) Obiekt nr 5



Jedynie obiekt różniczkujący odpowiada ujemnymi wartościami na impuls jednostkowy. Dlatego wnioskujemy że powyższa charakterystyka opisuje obiekt różniczkujący z inercją.

Metoda identyfikacji – w chwili t=0 kreślę styczną do wykresu charakterystyki impulsowej. Przecina ona oś czasu w pewnym punkcie, którego wartość jest stałą czasową części inercyjnej obiektu. Z kolei dla chwili t=0 odpowiedź obiektu jest równa co do wartości wyrażeniu $-\frac{T_d}{T^2}$, gdzie T_d to stała różniczkowania obiektu.

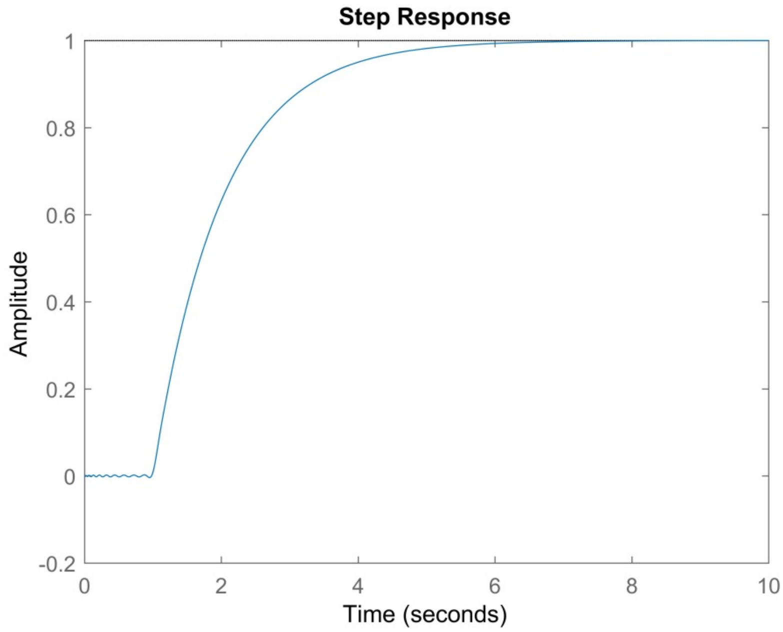
Z punktu przecięcia odczytujemy T=1, a więc T_d = 2, ponieważ dla chwili t=0 odpowiedź obiektu wynosi -2.

Parametry obiektu:

- T = 1
- T_d = 2

Zidentyfikowane parametry są zgodne z rzeczywistymi parametrami obiektu.

f) Obiekt nr 6



Obiekt ten identyfikujemy jednoznacznie jako obiekt inercyjny z opóźnieniem, jest on I rzędu ponieważ jego charakterystyka nie zawiera punktu przegięcia charakterystycznego dla wyższych rzędów, po wyeliminowaniu wyraźnie widocznego opóźnienia dalej postępujemy jak przy obiekcie inercyjnym I rzędu opisanym wyżej.

Wyniki identyfikacji – Obiekt inercyjny I rzędu z opóźnieniem o parametrach k=1, tau=1 oraz T=1.