CTRL 연구 참여 발표 1

20190200 문병필

PID controller

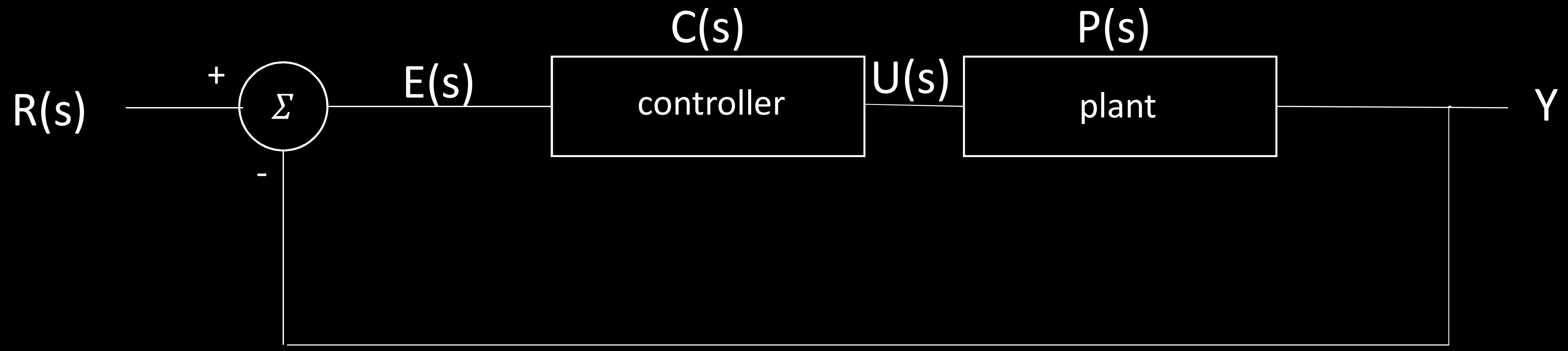
- Specification
- Gain
- Example

PID

- Response가 reference를 잘 따라가도록 Controller를 설계하여 Plant의 입력신호조절

- Controller의 역할
  - controller는 response의 steady state 에서 error를 0으로 만들도록 설계
  - Reference를 인가한 직후는response가 System의 initial condition 때문에 출렁거림. 이 출렁거림을 내가 원하는 Spec안으로 들어오도록 controller설계

PID



- Controller gain = C(s) = U/E (E = R – Y)

C*E = U = $(k_P + k_I * \frac{1}{s} + k_D s)$E

- Plant gain = P(s) = Y/U

- System gain =

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{P(s)C(s)}{1+P(s)C(s)} = \frac{\frac{a(s)}{b(s)}\frac{c(s)}{d(s)}}{1+\frac{a(s)}{b(s)}\frac{c(s)}{d(s)}} = \frac{a(s)c(s)}{a(s)c(s)+b(s)d(s)}$$

P controller

- Plant 에 Error를 키워서(k_p) 입력으로 넣어주면(U),

더 예민하게 반응해서 성능이 좋아질 것!

1. U(s) = $k_p * E(s)$

2. $C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k_p$

3. $P(s) = \frac{b_1}{s^2+a_1 s+a_2}$ ➔ 주어진 plant 못 바꿈

4. $characteristic\ equation \quad \Rightarrow \quad 1 + C(s)P(s) = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 + \mathrm{k_p} * \frac{b_1}{s^2+a_1 s+a_2}$ = 0

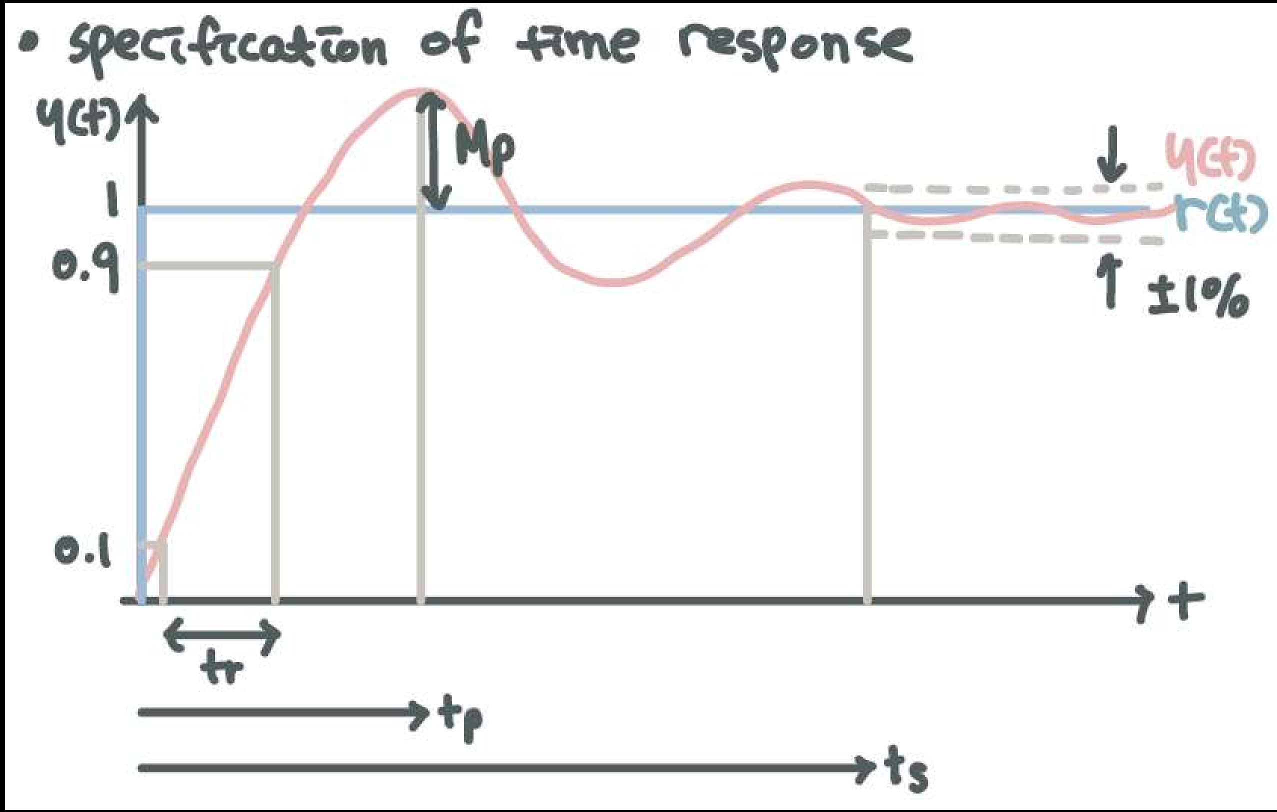
"$s^2 + a_1 s + a_2 + k_p * b_1$" 방정식의 해가 closed loop system의 pole

P controller

$$s^2 + a_1 s + a_2 + k_p * b_1 = 0$$

$$\updownarrow$$

$$s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2 = 0$$



Natural frequency 를 조절할 수 있으면,
system의 응답속도를 조절할 수 있다

Rise time = tr = 1.8/w_n

+overshoot커진다.

P controller

- 한계
  - 일반적인 2차 system의 pole은 $s_{1,2} = -\zeta w_n \pm j w_n (1 - \zeta\text{^}2)^{\frac{1}{2}}$ 인데 w_n 만 변화 가능하므로, time response를 마음대로 바꾸기 위해선 ζ를 바꿀 수 있어야 한다.

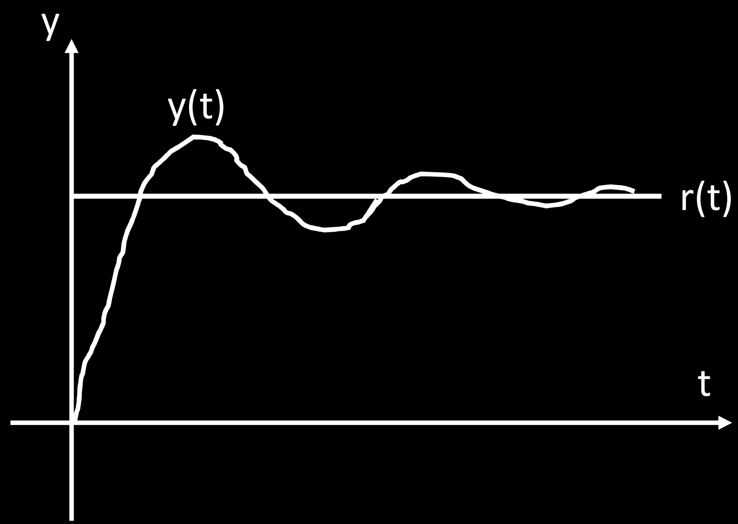
  - Steady state error를 0으로 만들지 못한다.
    - Open loop T.F 이용해서 Ess구할 수 있다. C(s)*P(s)
    - Step input을 넣었을 경우, $ess \ = \frac{1}{1+K_p} \ = \frac{1}{1+k_p * \frac{b1}{a2}}$ ➔ k_p를 아무리 증가시켜도 e_ss가 0이 되진 않는다. …(?)

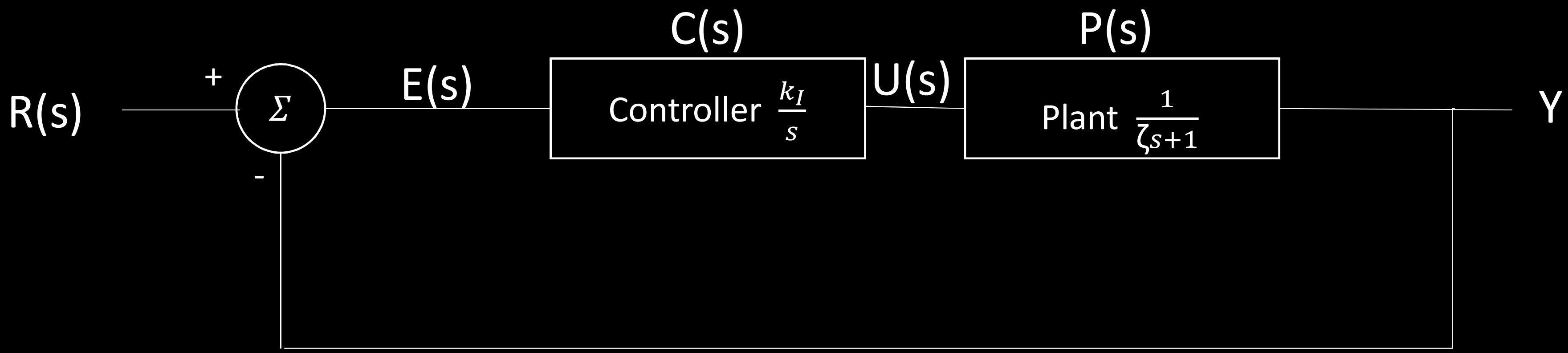
I controller

Error의 적분 값을 0으로 만들어 steady state error=0
하지만 신호가 늘어져 settling time이 길어진다.

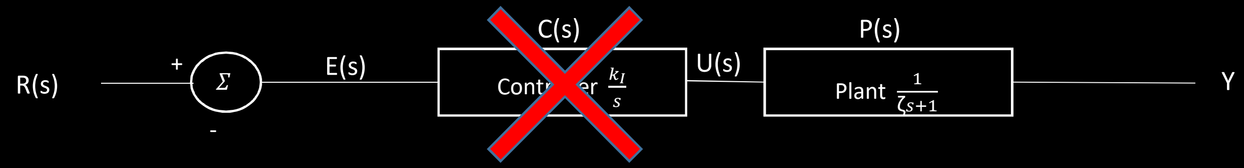
$$u(t) = k_I \int_0^t e(z)dz \;\rightarrow\; Laplace \;\rightarrow U(s) = \frac{k_I}{s} E(s)$$

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{k_I}{s}$$





I controller



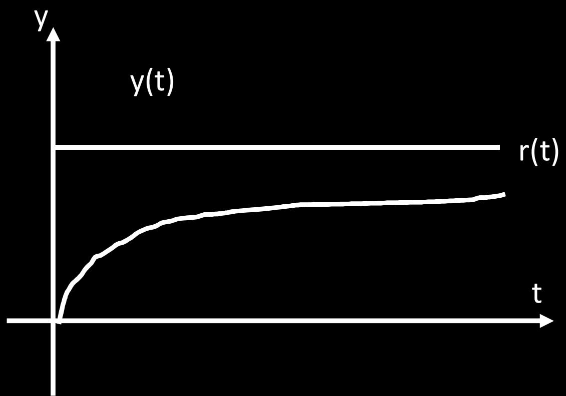
Open Loop T.F

➔ System type = 0

➔ Step input, $e_{ss} = \frac{1}{1+K_p}$

➔ $K_p = \lim_{s\to 0} \frac{1}{\zeta s+1} = 1$

➔ $e_{ss} = \frac{1}{2}$



Controller 존재

➔ E(s) = R(s) – Y(s) = R(s) – (T.F)R(s) = (1+T)*R(s)

➔ E(s) = $(\zeta s^2+s)\frac{1}{\zeta s^2+s+k_I}R(s)$

➔ Step input, R(s) = 1/s

➔ $e_{ss} = e(\infty)$

➔ $\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = 0$

<Steady state error>

Type Input	step	ramp	parabola
Type0	$\frac{1}{1+K_p}$	∞	∞
Type1	0	$\frac{1}{k_v}$	∞
Type2	0	0	$1/k_a$

I controller

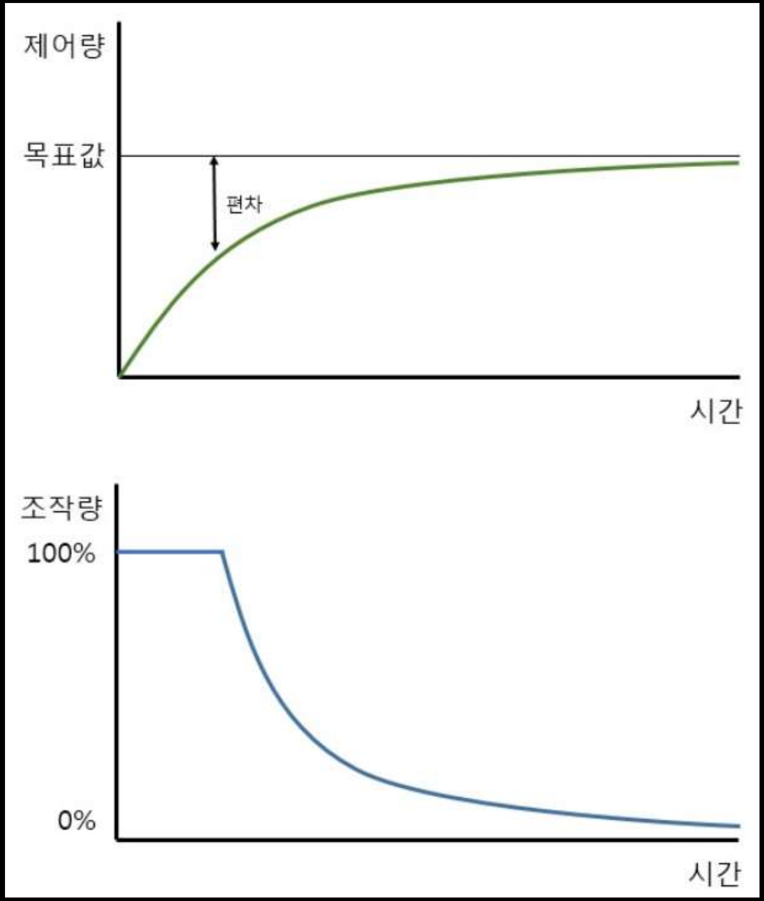
특징&한계

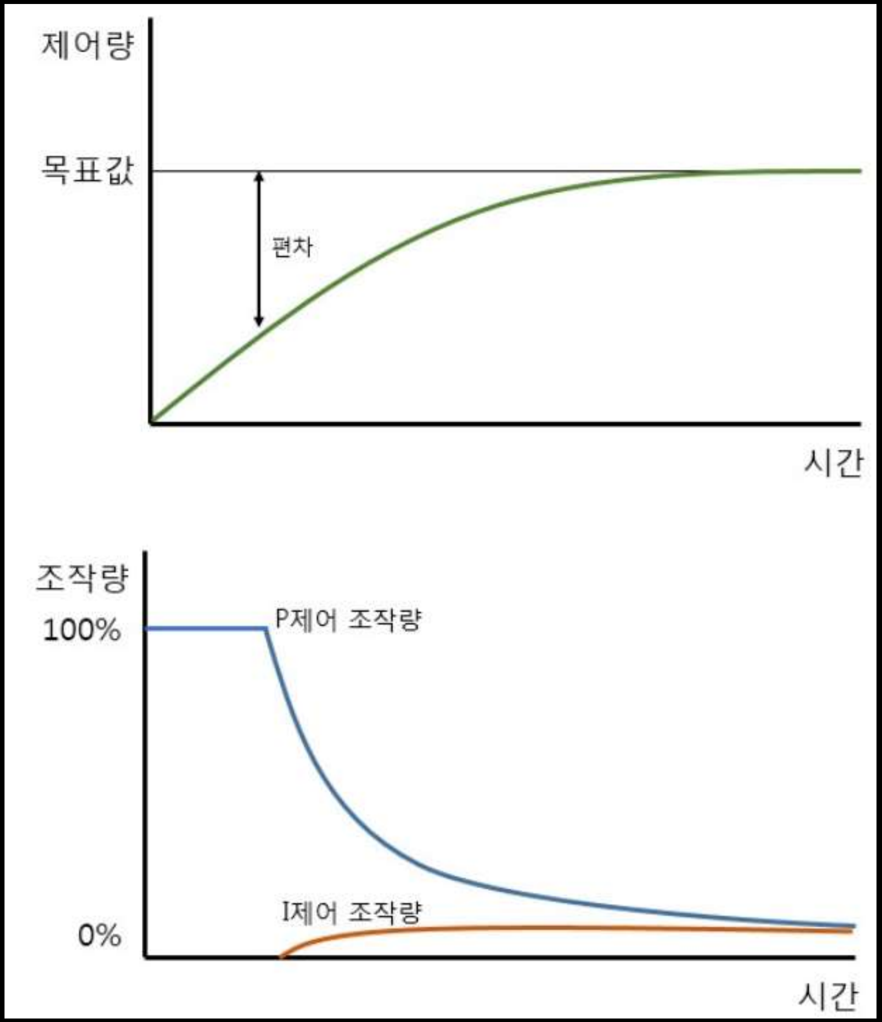
I controller의 gain인 k_I가 커지면, overshoot가 커지고, rising time이 미세하게 감소한다.

P제어 거친 정상상태 오차 삭제 가능, settling time증가

외란에 약함

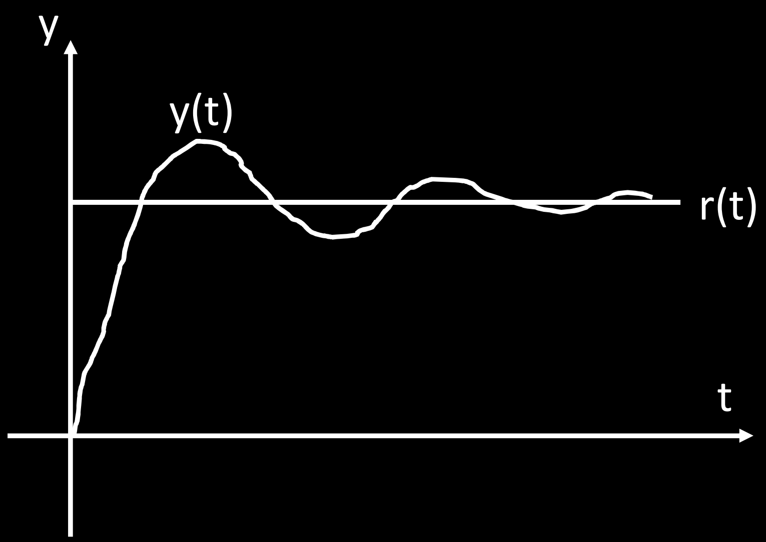
I controller





D controller

- 현재의 기울기를 안다는 것은 미래의 error를 예측할 수 있다는 것
- 예를 들어 기울기 +면, error더 커질 것을 예상 가능

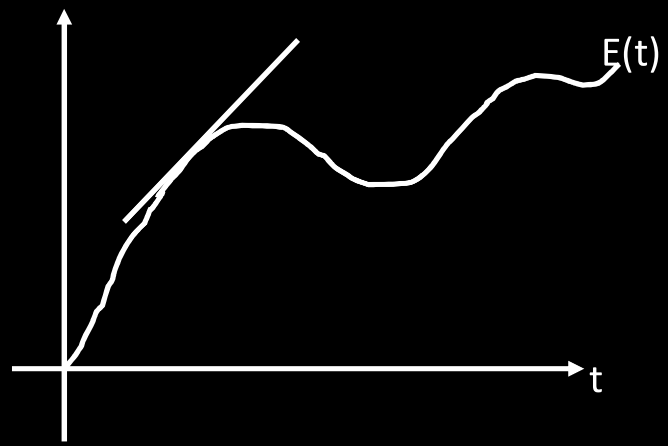


$$u(t) = k_d \frac{de(t)}{dt} \rightarrow Laplace \ \rightarrow U(s) = k_D s E(s)$$

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k_D s$$

Y가 R을 잘 따라가야 하는데,
D controller는 error의 값을 0으로 보내는 것이 아닌,
error의 변화율만 확인한다.

D controller



- 특징& 한계

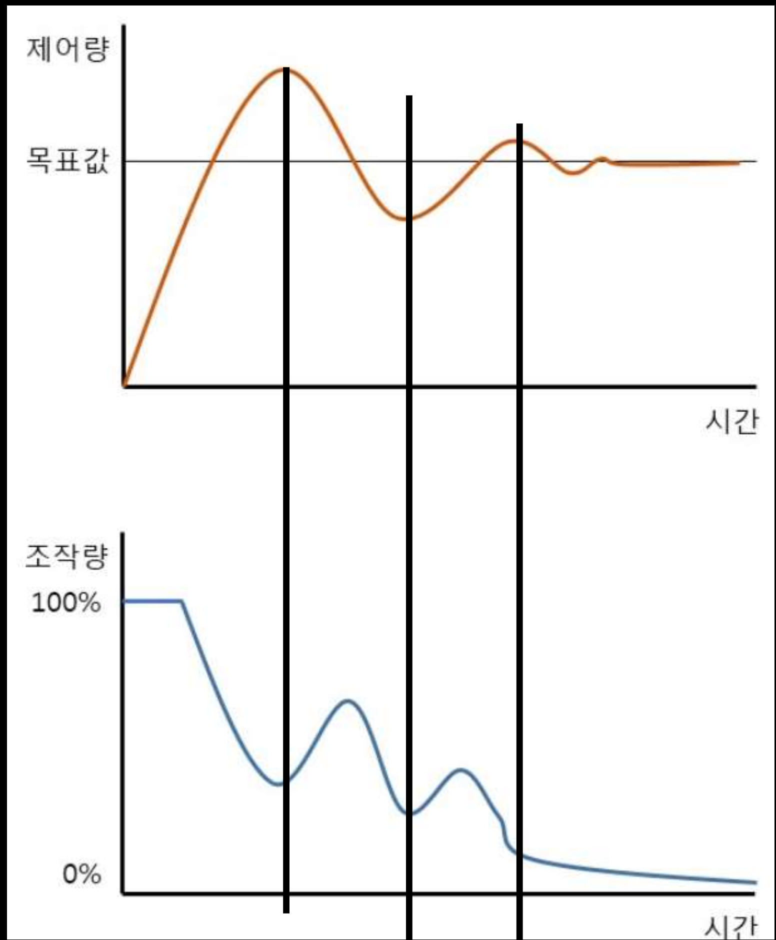
- 오차값의 변화량과 비례하는 조작량의 변화량 (부호 반대)

- k_D클수록 settling time 감소,Overshoot 감소, rising time감소

- Steady state는 P, I가 우세, 영향 적음

- 외란에 강함

D controller



PID

- P↑
  - Rising time 감소
  - (Settling time 감소)
- I↑
  - Steady state error 감소
  - Settling time 증가
- D↑
  - Overshoot 감소
  - 외란에 강함

$$P(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2w_n\zeta s + w_n^2} \qquad C(s) = k_P + k_I\frac{1}{s} + k_D s$$

$$\boxed{\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{P(s)C(s)}{1 + P(s)C(s)} = \frac{w_n^2(k_p s + k_I + k_D s^2)}{s^3 + (2w_n\zeta + w_n^2 k_D)s^2 + (w_n^2 + w_n^2 k_P)s + w_n^2 k_I}}$$

Luenberger Observer

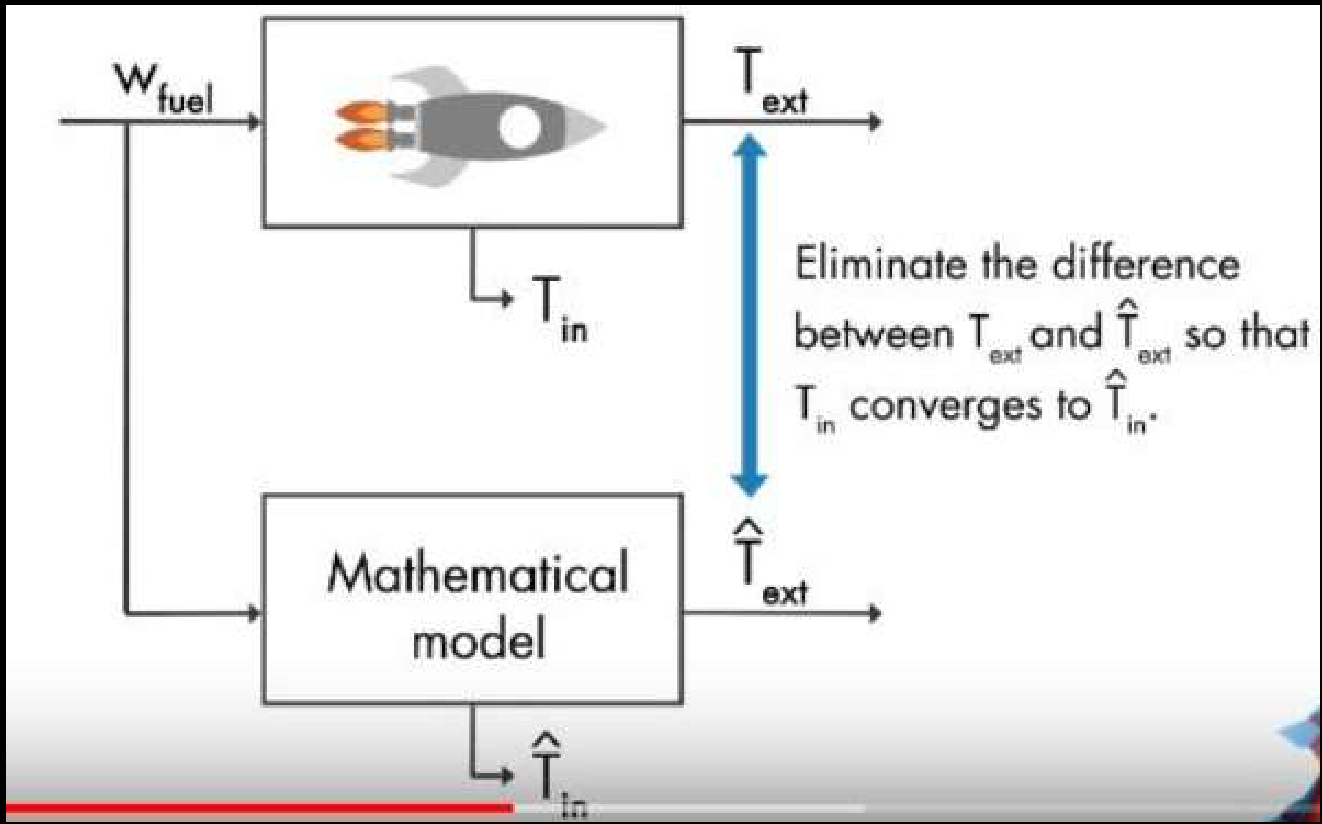
- Estimated state
- State observer
- Luenberger observer

Estimated state

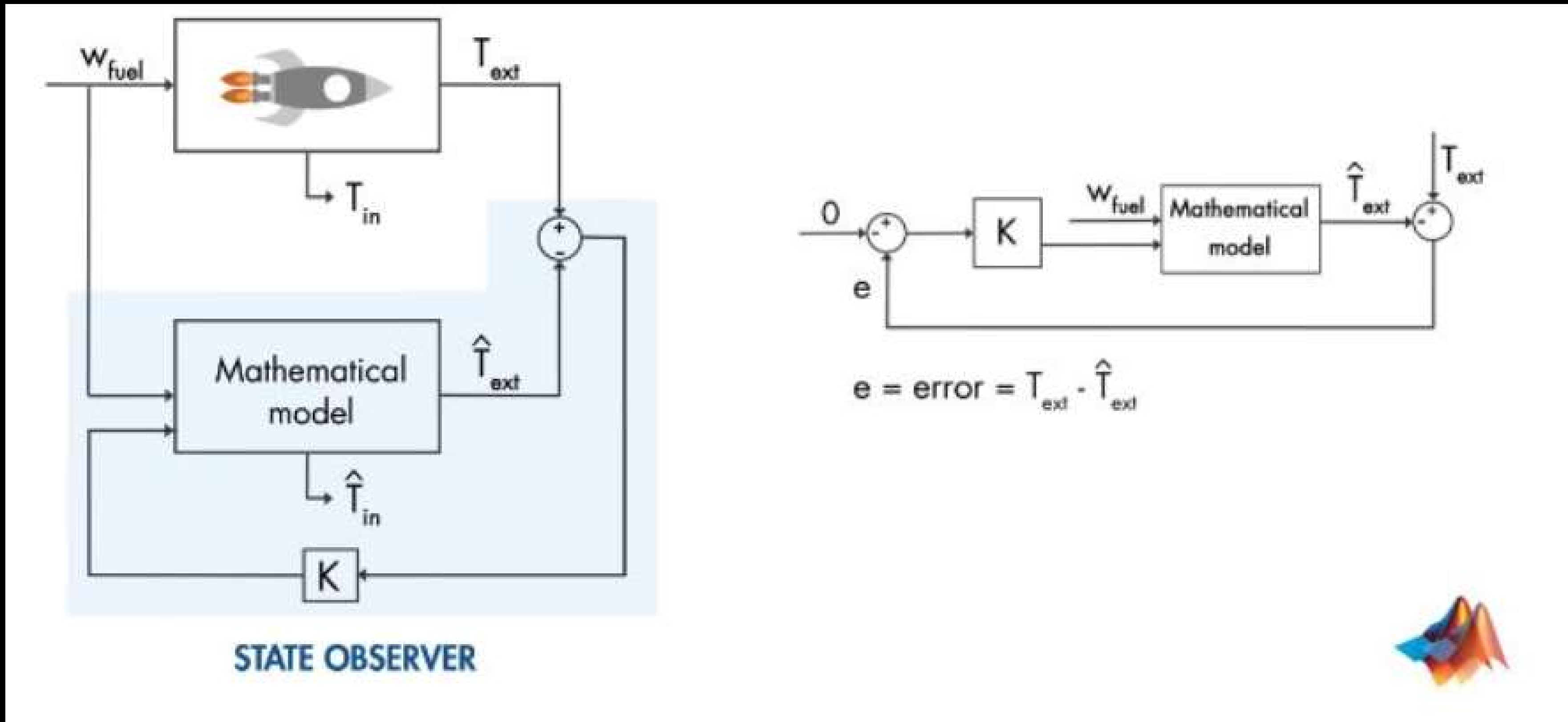
- 추정 상태는 수식에서 문자 위에 hat을 씌워 표현함

1. 지구에서 달로 가는 상황
2. 로켓 엔진의 내부 온도 알아야 ➔ 내부 온도는 로켓에 연료 얼마나 주입해야 하는
3. 내부 온도 직접 측정 불가. 대신 외부 온도 측정 가능
4. 우리는 주입 연료량과 외부 온도 알 수 있다.
5. 연료 주입량과 외부 온도의 수학적 관계 안다면, 주입 연료에 대한 외부 온도 추정 값 구할 수 있다
6. 실제 외부 온도와 추정 외부 온도 추정값의 오차 줄이기

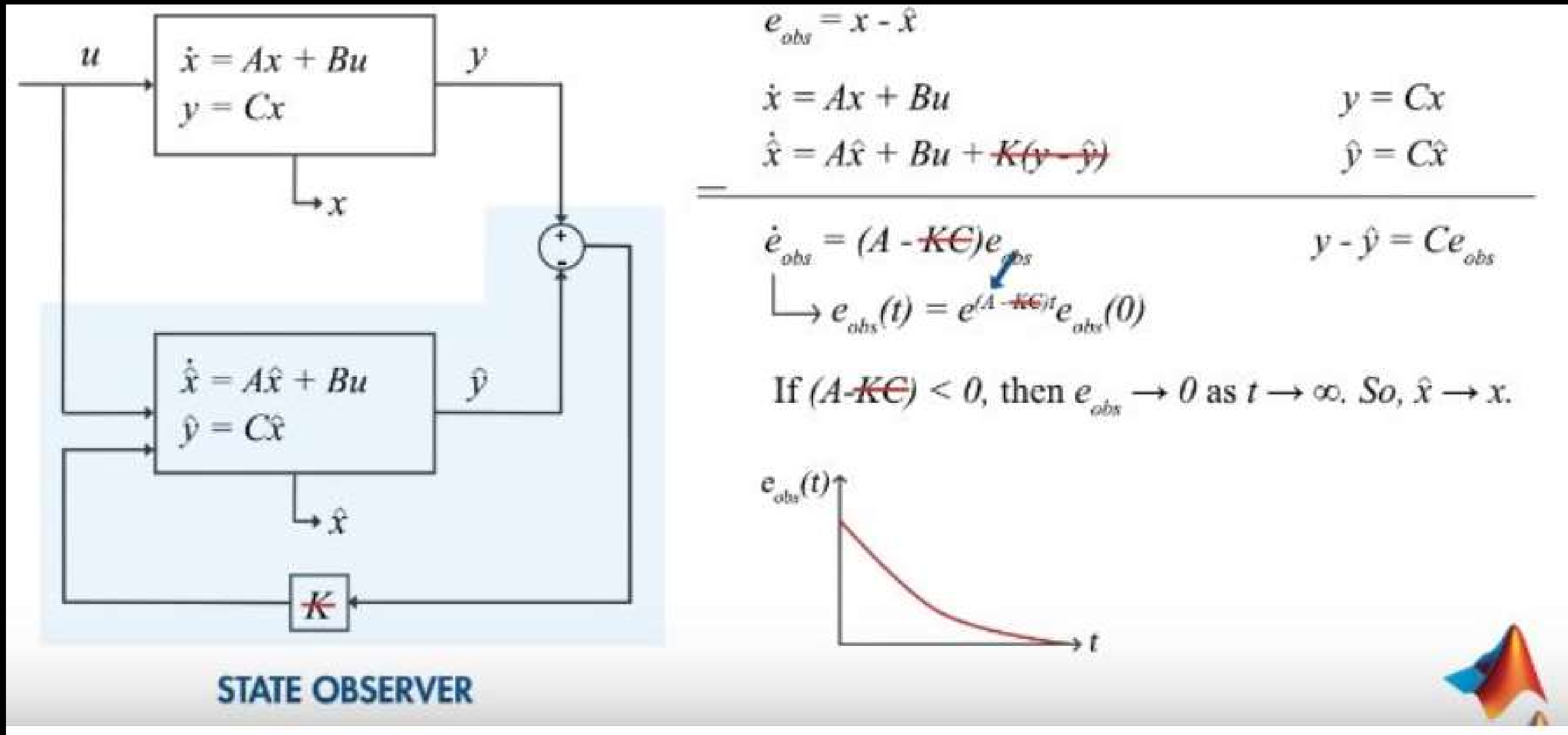
Estimated state



State Observer



State Observer



Luenberger Observer

Given System

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu & \text{--- ①} \\ y = Cx & \text{--- ②} \end{cases}$$

Method

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K\hat{e} \quad (\hat{e} = \hat{y} - y) & \text{--- ④} \\ \hat{y} = C\hat{x} & \text{--- ⑤} \end{cases}$$

$\hat{x} \to x$ --- ③. $\Rightarrow$ $\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + LC(\hat{x} - x)$ --- ⑥

⑥ − ① = $\dot{\hat{x}} - \dot{x} = (A - LC)(\hat{x} - x)$

$(\tilde{x} = \hat{x} - x)$, $\dot{\tilde{x}} = (A - LC)\tilde{x}$

$\Rightarrow$ If {A-LC}의 eigenvalue 가 negative, $\rightarrow (\tilde{x} \to 0)$ --- ?

감사합니다