Esercizio 1

Funzione di distibuzione di probabilità di Poisson, $X \simeq POI(\lambda)$:

$$f(x;\lambda) = \frac{\lambda^x}{x!}e^{-\lambda}$$

Si applica il metodo della massima verosomiglianza alla distribuzione di Poisson:

$$L(x_1, x_2, ..., x_n) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\lambda^{x_i}}{x_i!}e^{-\lambda}$$

Si pone tutto come argomento del logaritmo naturale:

$$\ln{(L)} = \ln{(\prod_{i=1}^{n} \frac{\lambda^{x_i}}{x_i!}e^{-\lambda})}$$

Da cui la likelihood:

$$\ln{(L)} = \sum_{i=1}^{n} (x_i \cdot \ln{(\lambda)} - \ln{(x_i!)} - \lambda)$$

Si deriva la likelihood in modo da trovare quel valore per cui la derivata rispetto a λ risulti 0:

$$\frac{dL}{d\lambda}(\ln{(L)}) = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{n} x_i - n = 0$$

$$\boxed{\lambda = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i}$$