

## Задание (штрафное) №4. Интерполирование функций

Выполняется в дополнение к основному заданию при нарушении срока сдачи

**Цель задания:** практическое освоение методов интерполирования функций

1. Построить интерполяционный полином по  $n$  равноотстоящим (и по оптимальным узлам) для функции  $f(x)$  Вашего нового варианта (= номер основного варианта + 10) на интервале  $[a, b]$  путем решения СЛАУ (1.2) (см. в мет. указаниях «ТЕМА №4.1.1»):

$$P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n. \quad (1.1)$$

Коэффициенты  $a_i$  выбираем так, чтобы совпадали значения  $f(\cdot)$  и  $P_n(\cdot)$  в узлах интерполирования  $\{x_i\}$ :

$$P_n(x_i) = f(x_i), \quad i = 0, 1, 2, \dots, n. \quad (1.2)$$

2. Оценить методическую погрешность для каждого полинома из п. 1. Для полинома по равноотстоящим узлам использовать формулу (3.1) (см. в методических указаниях «ТЕМА №4.1.1»):

$$|r_n(x)| \leq \frac{M_{n+1}}{(n+1)!} |x - x_0| |x - x_1| \dots |x - x_n|. \quad (3.1)$$

а для полинома по оптимальным узлам – формулу :

При таком выборе узлов оценка (3.1) для методической погрешности принимает вид:

$$|f(x) - L_n(x)| \leq \frac{M_{n+1}(b-a)^{n+1}}{2^{2n+1}(n+1)!}.$$

3. Построить интерполяционный полином в форме Ньютона, используя для вычисления разделенных разностей способ, отличный от того, который вы применяли в основном задании для построения данного полинома.

4. Программно реализуйте процесс построения сплайна  $S_{2,0}$  по равноотстоящим и оптимальным узлам для функции  $f(x)$ . Построить графики интерполируемой функции  $f(x)$  и сплайна  $S_{2,0}$  для разного количества узлов интерполирования.

5. Найти максимальные отклонения интерполяционного полинома из п. 1, п. 3 (Ньютон)

и сплайна  $S_{2,0}$  от функции  $f(x)$  для разного количества узлов. Максимальное отклонение определяется по формуле:

$$R_n = \max (|f(t_i) - Interpol_n(t_i)|), \quad i = 1..m, \quad m \gg n.$$

где

$n$  – количество узлов интерполирования, по которым строится интерполяционный полином;

$m$  – количество точек разбиения интервала интерполирования, в которых определяется отклонение полинома от функции  $f(x)$  ( $m \gg n$ ).

Заполнить таблицы (автоматически в Вашей программной реализации) :

*Таблица №1.* Поведение интерполяционных полиномов и сплайнов при увеличении количества узлов интерполирования.

Количество узлов (n)	Количество проверочных точек (m)	Максимальное отклонение ( $R_n$ )	Максимальное отклонение ( $Ropt_n$ )