۴۰۱۲۱۹۱۳ محسن کریمی بنام خدا

۱)

$T(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$ ، معیار خطای ۲٪ → $t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}$

$\%M_p = 100\, e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} = 44.3 \rightsquigarrow \zeta^2 + 0.067\zeta^2 = 0.067$ $\begin{cases} \zeta \cong 0.25 \to 0<\zeta<1 \\ \zeta \cong -0.25 \ \times \end{cases}$

$\to t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = 1.41 \to \omega_n = \frac{16}{1.41} \to \omega_n \cong 11.35$

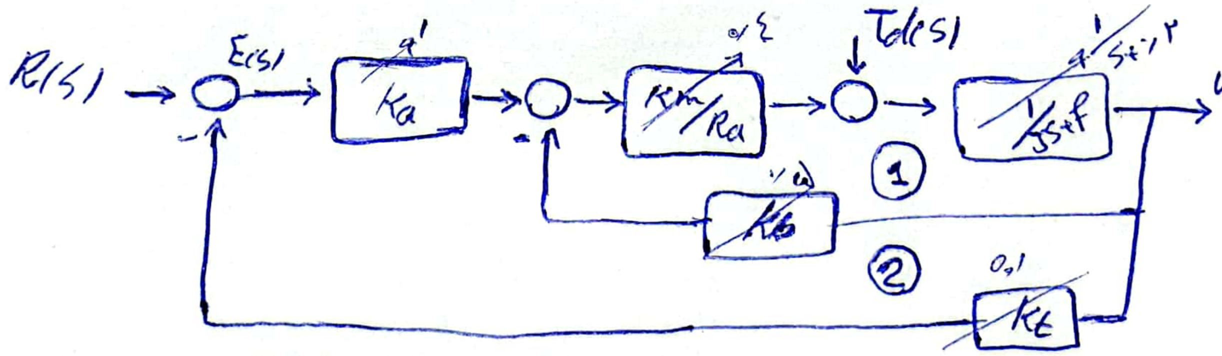
$\frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{K\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2} \Rightarrow K\omega_n^2(1+L(s)) = L(s)(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2)$

$\to L(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+(1-K)\omega_n^2} = \frac{203.5}{s^2+5.675s-74.79}$

برای گرفتن خروجی → $\lim_{t\to\infty} y_{ss}(t) = \lim_{s\to 0} sY(s) = \lim_{s\to 0} s \cdot T(s) k/s = 1.58$

$\to \frac{K\omega_n^2}{\omega_n^2} = 1.58 \to K = 1.58$

۲)



الف)

$T_d = 0 \to \frac{W(s)}{R(s)} = T(s)$

حلقه اول → $T_1(s) = \frac{\frac{0.4}{s+0.2}}{1+\frac{0.4}{s+0.2}\times 0.5} = \frac{0.4}{0.4+s}$

حلقه دوم → $T_2(s) = \frac{0.4/(s+0.4)}{1+\frac{0.4}{s+0.4}} = \frac{0.4}{s+0.8} \to T(s) = \frac{0.4}{s+0.8}$

گین حلقه باز → $L(s) = \frac{0.4}{s+0.4}$

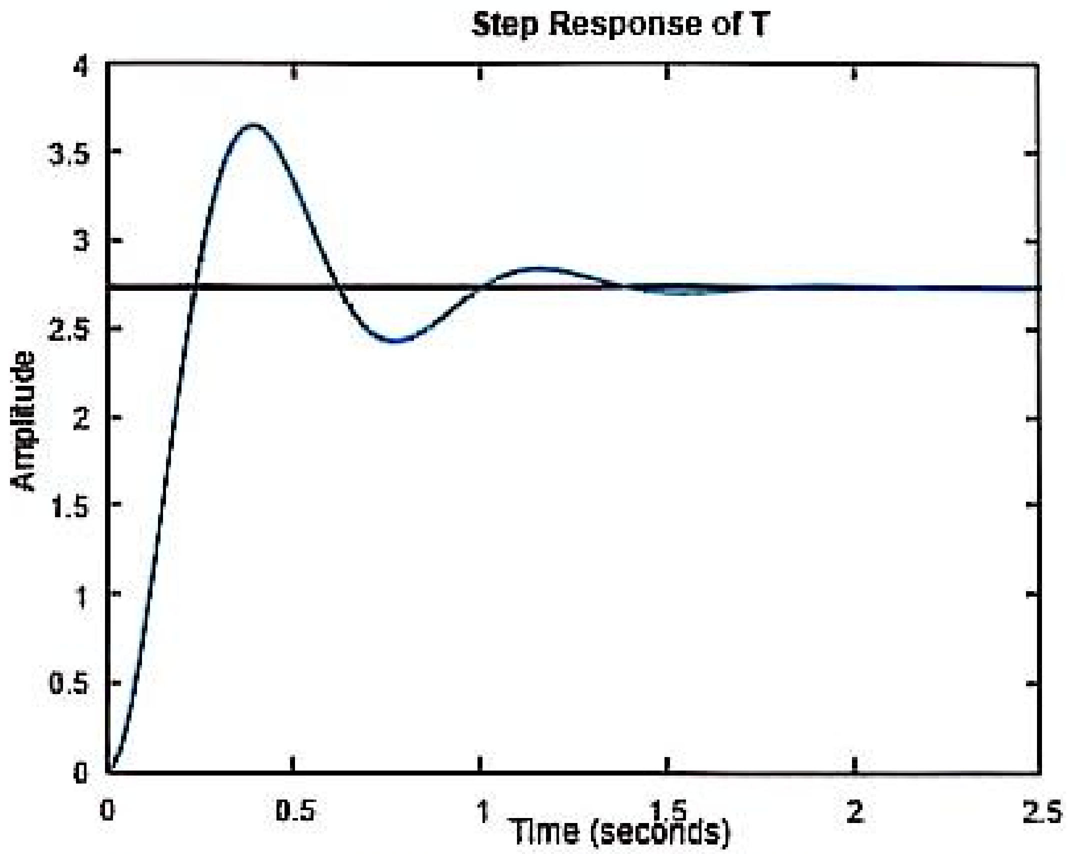
ب) تمام نکات ذکر شده در سیستم حلقه باز نیز از موارد در سیستم حلقه بسته هستند.

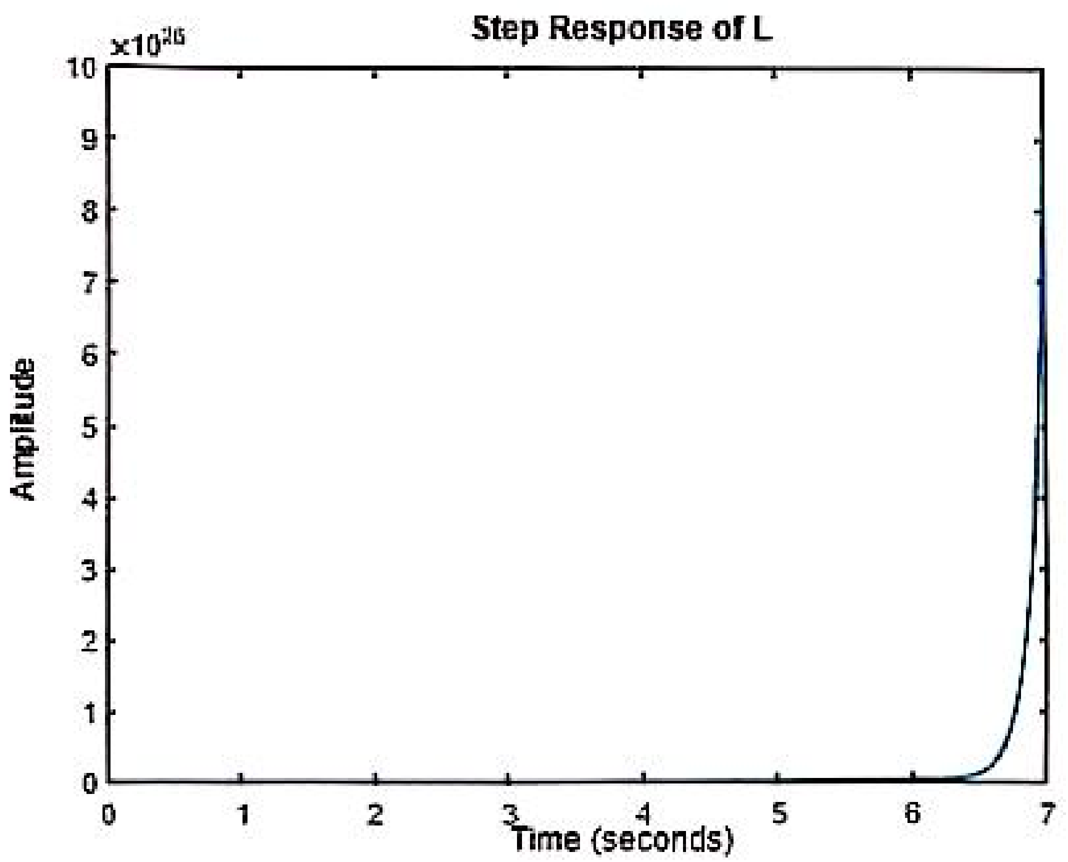
خطای حالت ماندگار → تیپ صفر $\Rightarrow K_p = \lim_{s\to 0} L(s) = \frac{0.4}{0.4} = 1$

$e_{ss} = \frac{R(s)}{1+K_p} = \frac{1}{1+1} = 0.5$

```
s = tf('s');
L = 203.5 / (s^2 + 5.647*s + 74.69);
L = T / (1 - T);
L = minreal(L);
L
figure;
step(T);
title('Step Response of T');
figure;
step(L);
title('Step Response of L');
```

```
L =

        283.5
  ------------------
  s^2 + 5.647 s - 128.8

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

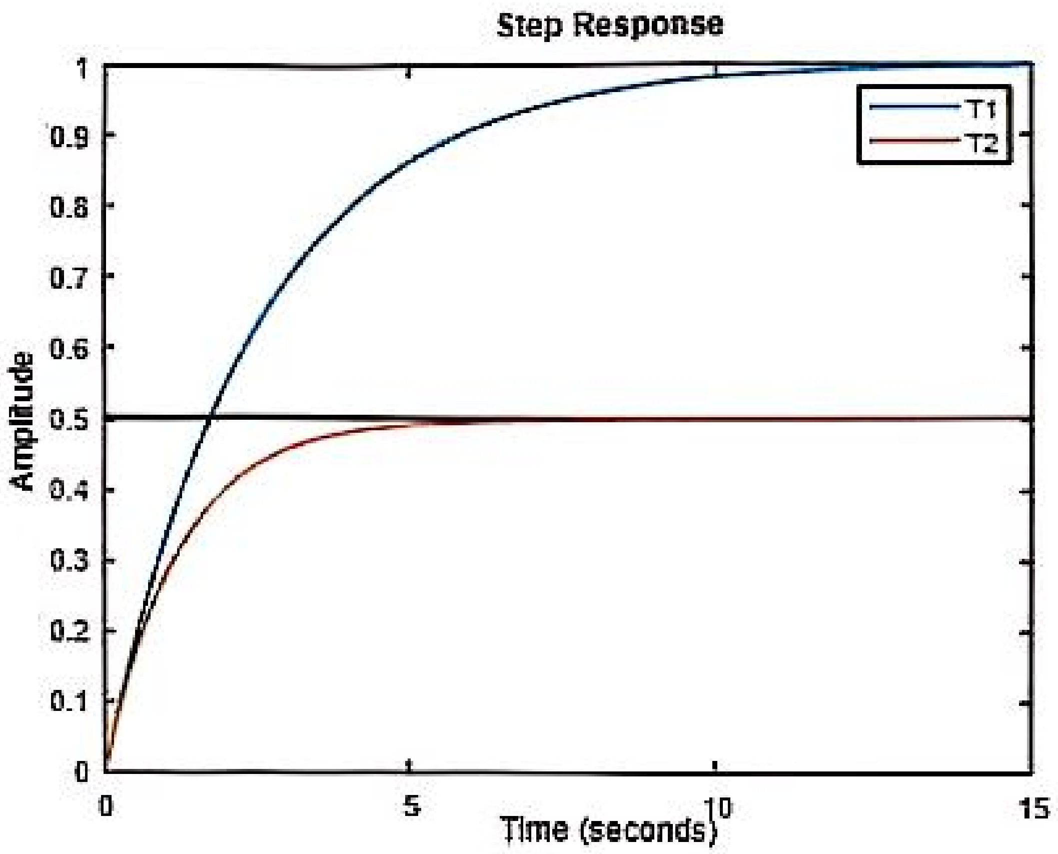




```
s = tf('s')
T1 = 0.4/(s + 0.4)
T2 = 0.4/(s + 0.8)
hold on
step(T1)
step(T2)
legend
damp(T2)
damp(T1)
Kp_open = dcgain(T2);
ess_open = 1 / (1 + Kp_open);
Kp_closed = dcgain(T1);
ess_closed = 1 / (1 + Kp_closed);
fprintf('سیستم حلقة باز: %.4f\n', ess_open);
fprintf('سیستم حلقه بسته: %.4f\n', ess_closed);
```

```
s =

  s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
T1 =

    0.4
  -------
  s + 0.4

Continuous-time transfer function.
Model Properties

T2 =

    0.4
  -------
  s + 0.8

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```



Pole	Damping	Frequency (rad/seconds)	Time Constant (seconds)
-8.00e-01	1.00e+00	8.00e-01	1.25e+00

Pole	Damping	Frequency (rad/seconds)	Time Constant (seconds)
-4.00e-01	1.00e+00	4.00e-01	2.50e+00

سیستم حلقه باز: 0.6667

سیستم حلقه بسته: 0.5000

$e_{ss}=0$

الف) به دلیل وجود قطب در مبدا، می دانیم سیستم از نوع تیپ ۱ است، خطای حالت ماندگار سیستم به ورودی پله برابر صفر است:

$$T(s)=\frac{L(s)}{1+L(s)} \xrightarrow{L(s)=\frac{16}{s^2+4s}} T(s)=\frac{16}{s^2+4s+16} \rightarrow \omega_n=4 \xrightarrow{2\zeta\omega_n=4} \zeta=0.5$$

$$\%Mp=100\,e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} \xrightarrow{\zeta=0.5} Mp=16.3\%$$ فراجهش

* سیستم فرو میرا

$$t_s=\frac{3.2}{\zeta\omega_n}=\frac{3.2}{0.5\times4}=1.6$$ زمان نشست

ب) $$T(s)=\frac{K}{s^2+4s+K} \longrightarrow \%Mp=100\,e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}=5\% \longrightarrow \zeta=0.707$$

$$4s=2\zeta\omega_n s \xrightarrow{\zeta=0.707} \omega_n\simeq2.8 \longrightarrow K=\omega_n^2 \rightarrow K\simeq8$$

ج) همانطور که واضح است با توجه به $K\simeq8$ نیاز مسئله برطرف می شود:

$s: \%Mp=5\%$, $a: \%Mp\simeq4.4\%$

د) اگر $$K=4 \longrightarrow T(s)=\frac{4}{s^2+4s+4} \longrightarrow \omega_n=2,\ \zeta=1$$

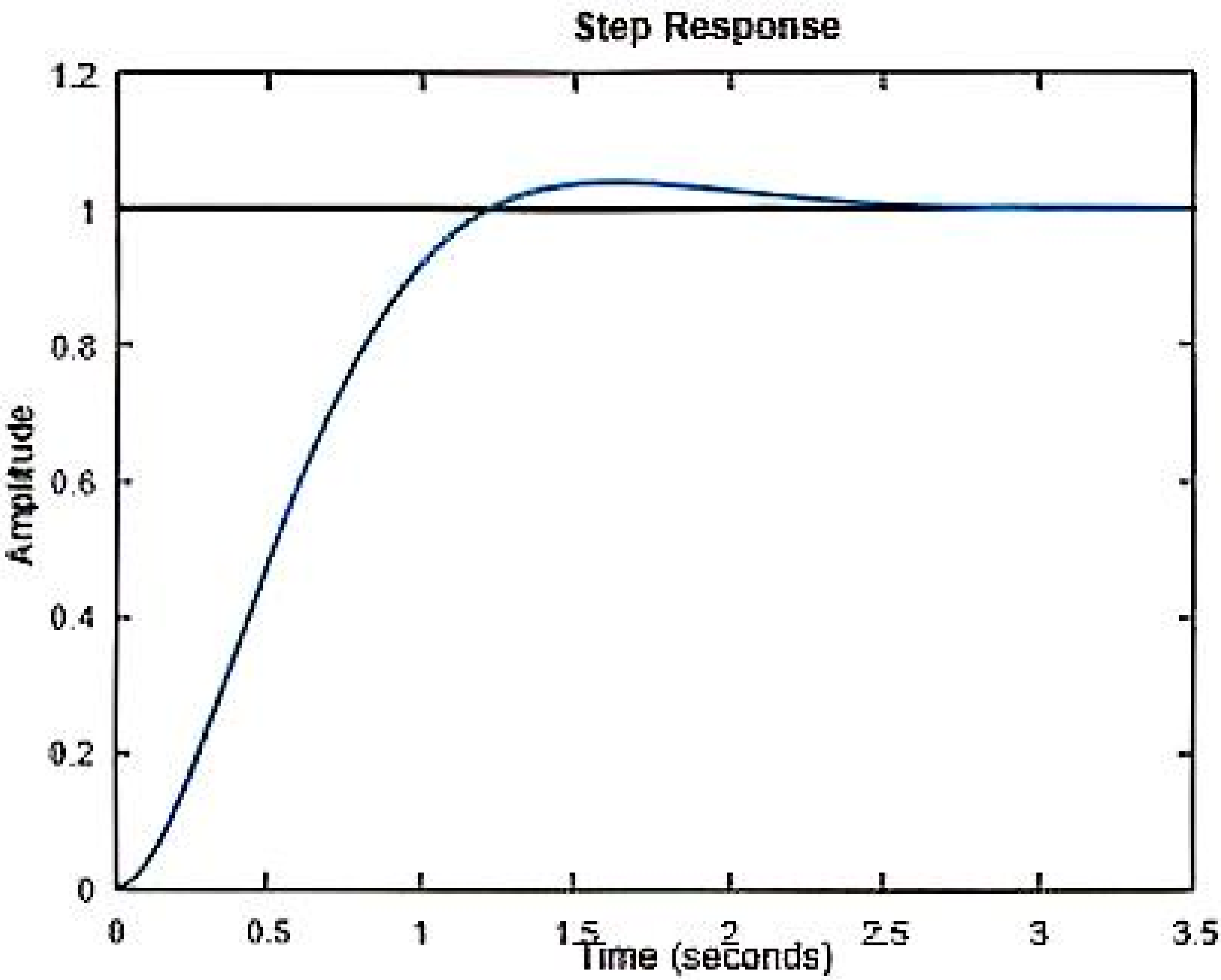
$$\Delta(s)=s^2+4s+4 \longrightarrow s=-2$$ ریشه مکرر

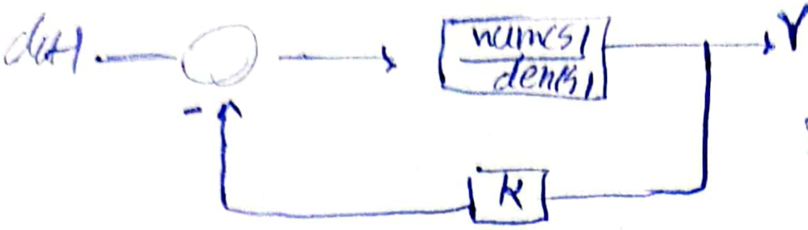
با توجه به $\zeta=1$ ← پاسخ میرای بحرانی است ← به هیچ وجه فراجهش و نوسان ندارد.

```
s = tf('s')

T1 = 7.8/(s^2 + 4*s + 7.8)

step(T1)
```

```
  s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
T1 =

        7.8
  ---------------
  s^2 + 4 s + 7.8

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

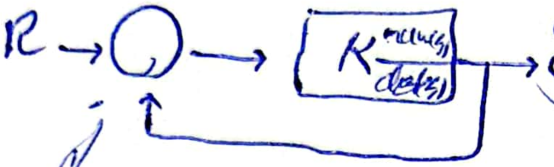




$$T(s) = \frac{num(s)}{den(s) + K\,num(s)}$$

خطای ماندگار، $= \dfrac{1}{1 + \dfrac{num(s)}{det(s)}} = -B \rightarrow \dfrac{num(s)}{det(s)} = -\dfrac{1+B}{B}$

K_p



خطای ماندگار، $\dfrac{1}{1+L(s)} = \dfrac{1}{1 + \left(\dfrac{-K(1+B)}{B}\right)}$

$\rightarrow$ خطای ماندگار، $= \dfrac{B}{-K + B(1-K)}$

⑤ کمی شک دارم!

$$I = \int_0^{\infty} e(t)\,dt, \quad X(s) = 1/s$$

$T(s) = \dfrac{Y(s)}{X(s)} = \dfrac{L(s)}{1+L(s)}$, $\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s)\big|_{1/s} = E(0)$

با فرض، $E(s) = \underset{X(s)}{1/s} - Y(s) \longrightarrow E(s) = 1/s \left(1 - \dfrac{\prod_{i=1}^{n}(A_i s+1)}{\prod_{j=1}^{m}(B_j s+1)}\right)$

میدانیم $\prod_{i=1}^{n}(A_i s+1) = 1 + (A_1+A_2)s + (A_1+A_2)s^2 + \text{—}$

از روابط بالا داریم $E(s) = \dfrac{\prod_{j=1}^{m}(B_j s+1) - \prod_{i=1}^{n}(A_i s+1)}{s\prod_{i=1}^{m}(B_j s+1)}$

در نتیجه داریم $E(s) = \dfrac{s\left(\sum_{j=1}^{m} B_j - \sum_{i=1}^{n} A_i\right)}{s} = \sum_{j=1}^{m} B_j - \sum_{i=1}^{n} A_i = E(0)$