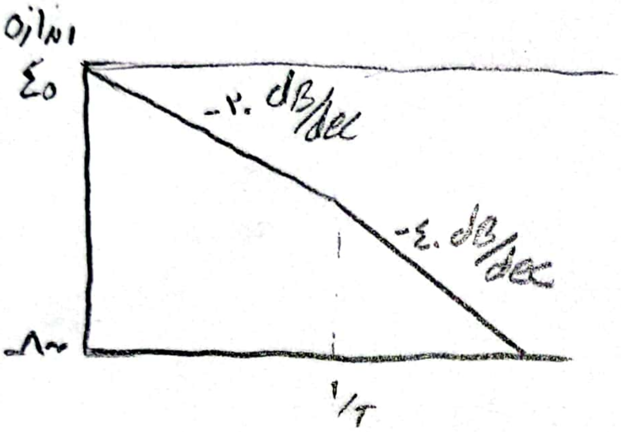
بنام خدا

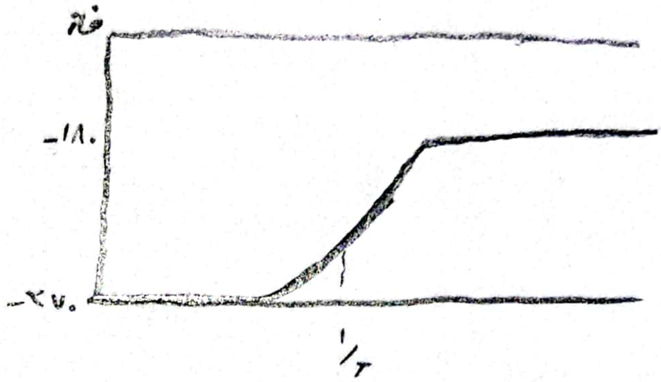
محسن کریمی ۴۵۱۲۱۹۱۳

$$G(s) = \frac{K}{s(Ts-1)} = \frac{-K}{s(1-Ts)}$$

-180 -90 $+90$

فاز شروع از -270





$P=1 \longrightarrow N=-1$ برای پایداری

$$G(j\omega) = \frac{-K}{T\omega^2 + j\omega}$$

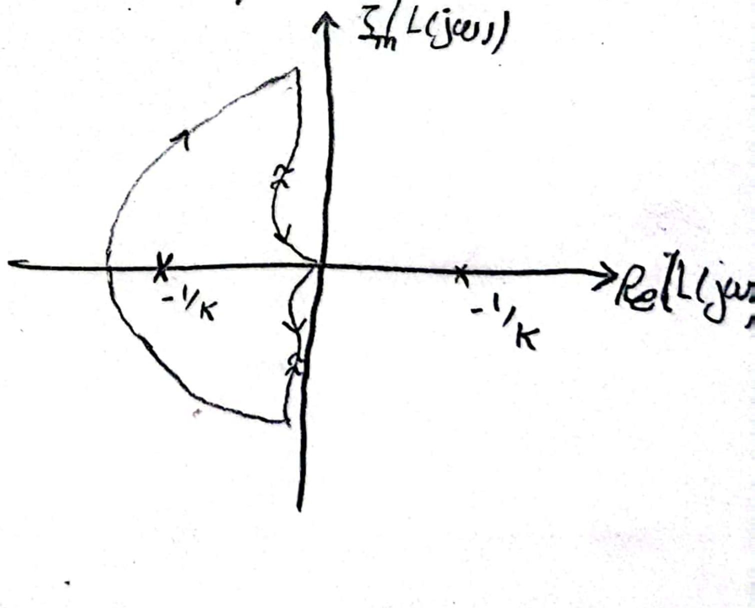
رسم نمودار نایکوئیست:

متوجه می‌شویم برای صفر شدن قسمت موهومی $\omega=0$ است که در این صورت مخرج صفر می‌شود و در نتیجه برخوردی با محور حقیقی در نمودار نایکوئیست وجود ندارد و با توجه به وجود قطب در مبدا یک نیم دایره در نمودار نایکوئیست وجود دارد.

$$Z = N+P \Rightarrow Z = N+1$$

برای پایداری $N=-1$

مطابق شکل مشخص است که باید $-1/K$ یک دور عکس دور بزند که با توجه به نمودار این امکان وجود ندارد.



۲) سیستم حلقه بسته:

$$T(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)}$$

$$\Delta(s)=1+G(s)=s^3+11s^2+10s+k$$

راث

s^3	1	10
s^2	11	K
s^1	$\frac{110-k}{11}$	0
s^0	K	

$K>0$, $110-K>0 \Rightarrow 0<K<110$

$$\text{حد بهره}=\frac{K_{max}}{K_n}\Rightarrow K_n=\frac{110}{1.1}=100\to K=100$$

$$e(t)=\overbrace{t\,u(t)}^{e_1}+\overbrace{1.1\,u(t)}^{e_2}$$

می‌دانیم سیستم تیپ ۱ است پس e_2 باید صفر باشد زیرا خطای ورودی پله است.

$$e_1=1/K_v\ ,\ K_v=\lim_{s\to 0} sG(s)=\frac{100}{10}=10\Longrightarrow e_1=1/K_v=0.1$$

$$e_{ssT}=e_{1ss}+e_{2ss}=0.1\longrightarrow \text{خطای مورد نظر}$$

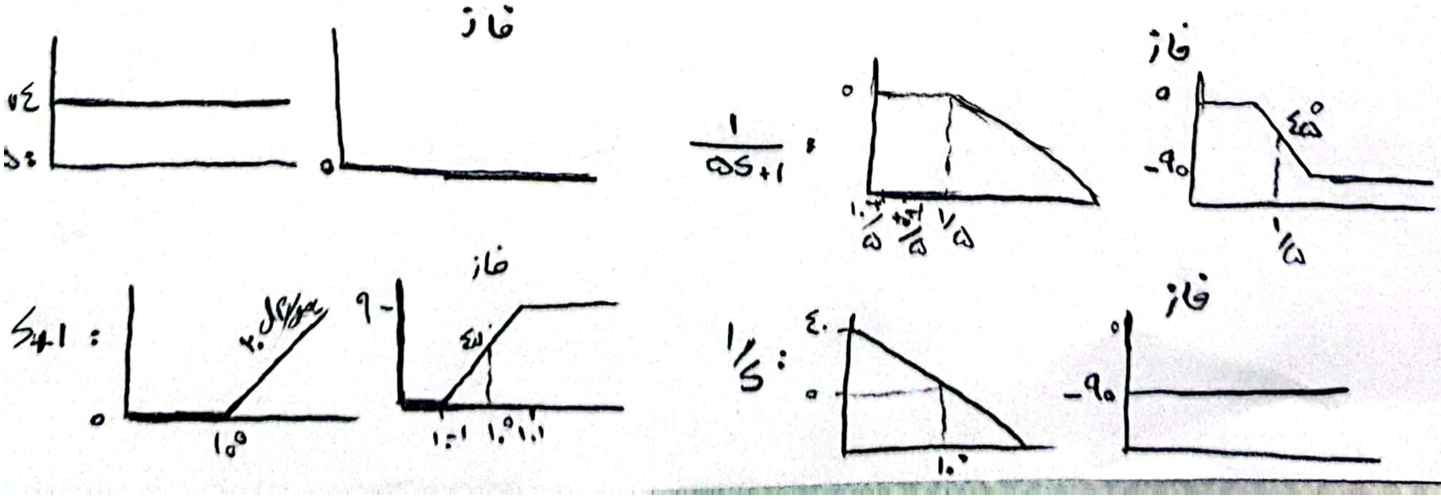
۳) به دو روش قابل حل است

راه اول: با استفاده از تقریب پاده داریم:

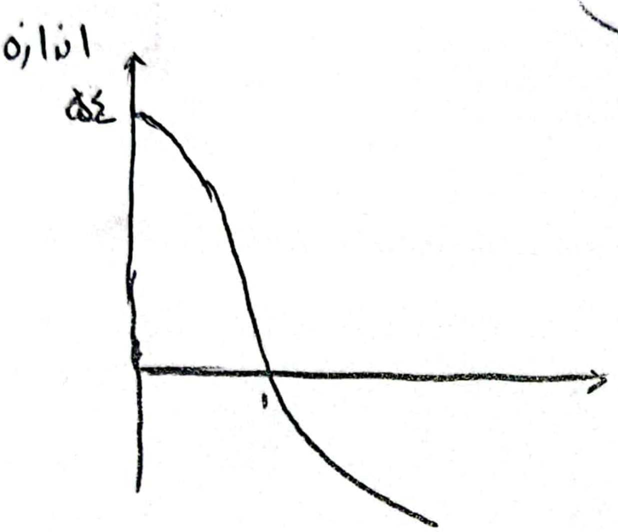
$$e^{-Ts}=\frac{1-T/2\,s}{1+T/2\,s}\xrightarrow{T=2}e^{-2s}=\frac{1-s}{1+s}$$

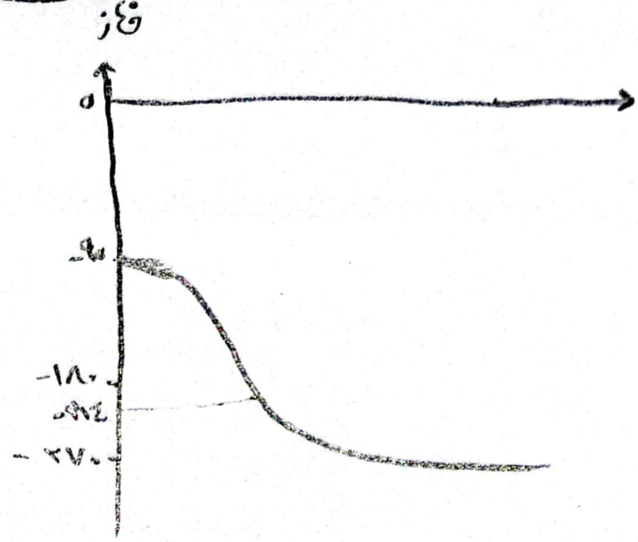
$$L(s)=\frac{5}{5s+1}\cdot\frac{s+1}{s}\cdot\frac{1-s}{1+s}$$

رسم تک تک نمودار بود و جمع آن



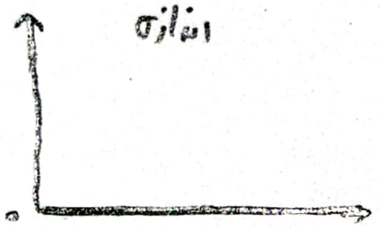
در نهایت رسم نمودار بودی :



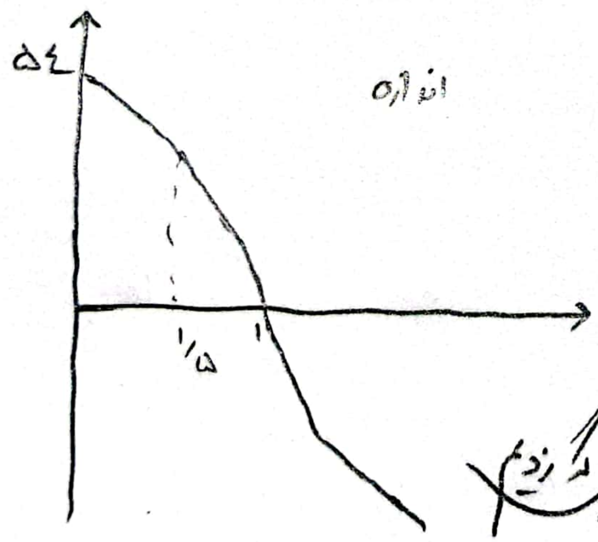


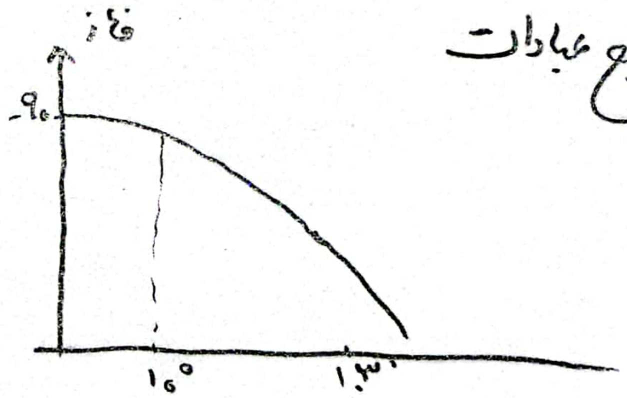
راه دوم :

e^{-2s} ,



مجرد جمع عبارات





مشاهده می‌شود که در روش اول با توجه به تقریبی که زدیم نمودار بودی در فاز متفاوت شده است.

④ فرم استاندارد

$$G(s) = \frac{-24\,(s+1)(0.5s+1)(s/3+1)(0.25s+1)}{s^3\,(0.01s+1)}$$

بود یک به یک را حساب و سپس نمودار های را رسم می‌کنیم:

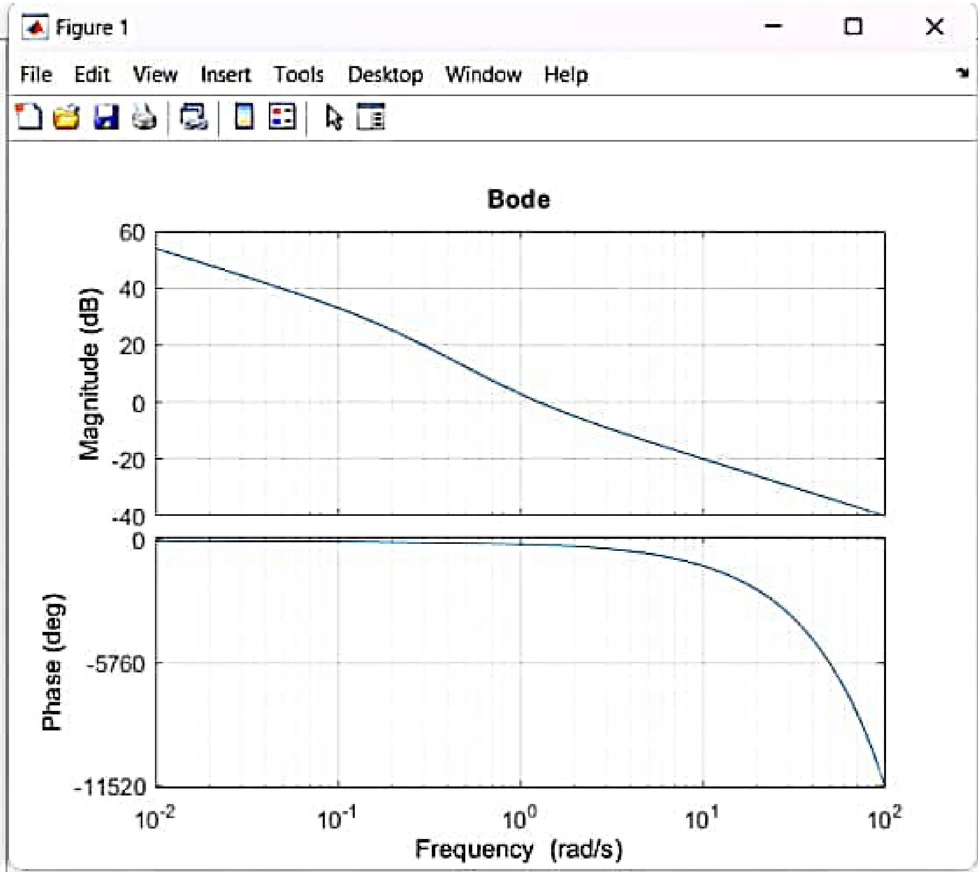
$(0.01s+1) \longrightarrow$ اندازه = ۱۰۰ , $\angle -90$, $-20\,dB/dc$, $s^3 \rightarrow$ اندازه = ۰ , $\angle -270$, $-60\,dB/dc$

$(0.25s+1) \longrightarrow$ اندازه = ۴ , $\angle 90$, $20\,dB/dc$, $(s/3+1) \rightarrow$ اندازه = ۳ , $\angle 90$, $20\,dB/dc$

$(0.5s+1) \longrightarrow$ اندازه = ۲ , $\angle 90$, $20\,dB/dc$, $(s+1) \rightarrow$ اندازه = ۱ , $\angle 90$, $20\,dB/dc$

q3.m

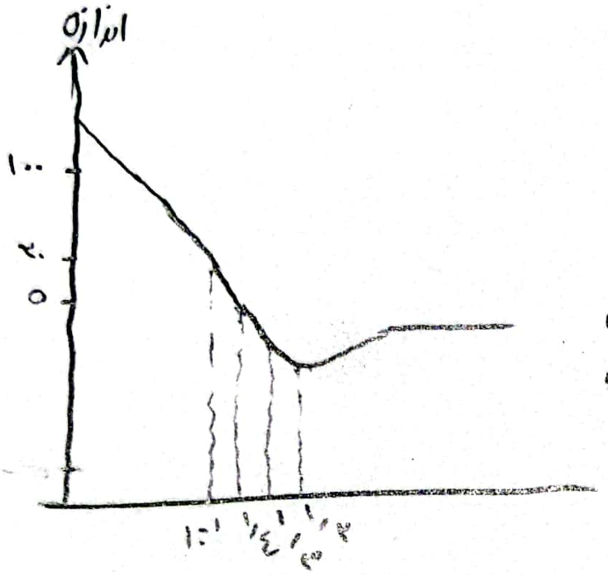
```
s = tf('s');
G = (5*(s+1)*exp(-2*s))/((5*s+1)*s);
T_cl = feedback(G,1);
figure;
bode(G);
grid on;
title('Bode');
```

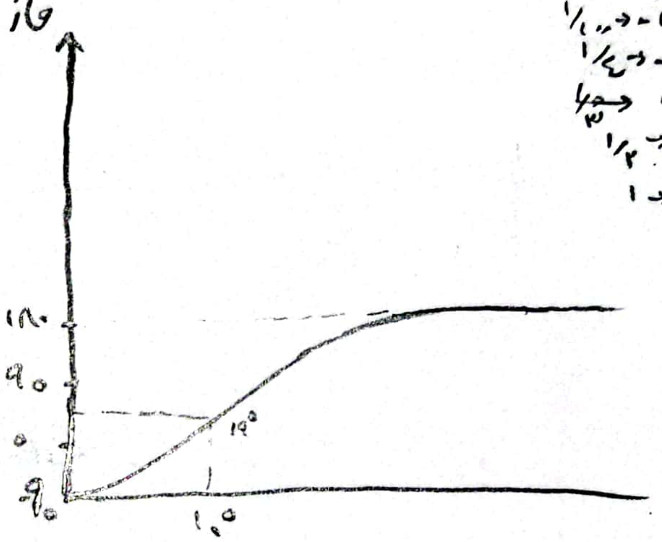


$۲۰ \log ۰٫۲۴ = -۱۲$, $\phi = -۱۸۰$

شروع فاز: $-۰٫۲۴ \Rightarrow -۱۸۰$, $\frac{۳}{۴} \Rightarrow -۲۷۰^\circ$ $\qquad -۱۸۰ - ۲۷۰ + ۳۶۰ = -۹۰$ شروع

$۱/۱ \to -۱۸۰$
$۱/۴ \to -۹۰$
$۱/۳ \to ۰$
$۱/۲ \to ۹۰$
$۱ \to ۱۸۰$





پس برخورد با محور حقیقی را پیدا کرده:

$$G(s) = \frac{-۱s^۴ + ۱۰s^۳ + ۳۲۵s^۲ + ۵۵s + ۲۴۱}{s^۴ + ۱۰s^۳}$$

$$G(j\omega) = \frac{-\omega^۴ - ۱۰j\omega^۳ - ۳۲۵\omega^۲ + ۵۵j\omega + ۲۴۱}{\omega^۴ - ۱۰j\omega^۳} \xrightarrow{\text{در مزدوج}} G(j\omega) = \frac{(-\omega^۸ - ۹۴۵\omega^۶ + ۴۹۷۶\omega^۴) + j(-۹۰\omega^۷ + ۳۴۶۵۰\omega^۵ - ۲۴۰۰\omega^۳)}{\omega^۸ + ۱۰^۴\omega^۶}$$

در نهایت قسمت موهومی برابر صفر $\rightarrow -۹۰\omega^۷ + ۳۴۶۵۰\omega^۵ - ۲۴۰۰\omega^۳ = ۰ \rightarrow \begin{cases} \omega = ۰ \\ \omega = \pm ۰٫۸۴۱ \\ \omega = \pm ۶٫۱۳ \end{cases}$

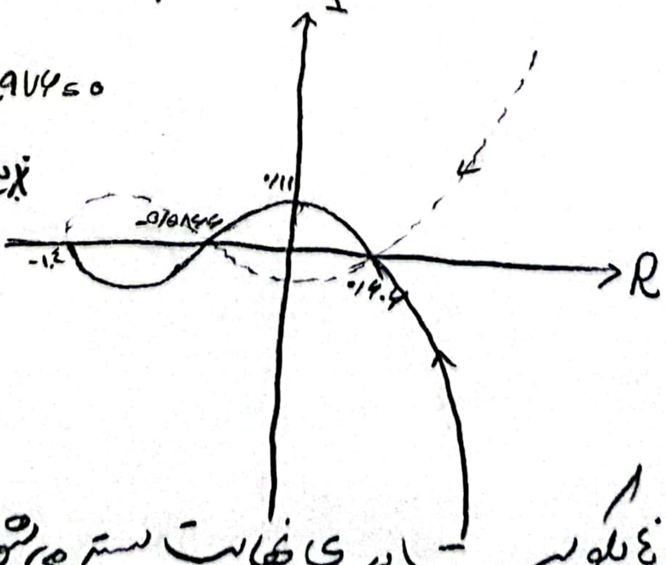
$\omega = \pm ۰٫۸۴۱ \Rightarrow Re = ۰٫۶۶۶$

$\omega = \pm ۶٫۱۳ \Rightarrow Re = -۰٫۰۸۶۶$

محل برخورد با محور حقیقی را با توجه به ω یافتیم:

محل برخورد با محور $j\omega$ $\Rightarrow -\omega^۴ - ۹۴۶\omega^۲ + ۴۹۷۶ = ۰$
$\rightarrow \begin{cases} \omega = \pm ۲٫۲۶ \\ \omega = \pm ۳۱٫۱۳ \end{cases}$

$\rightarrow \omega = \pm ۲٫۲۶ \rightarrow G(j\omega) = \pm ۰٫۱۱j$

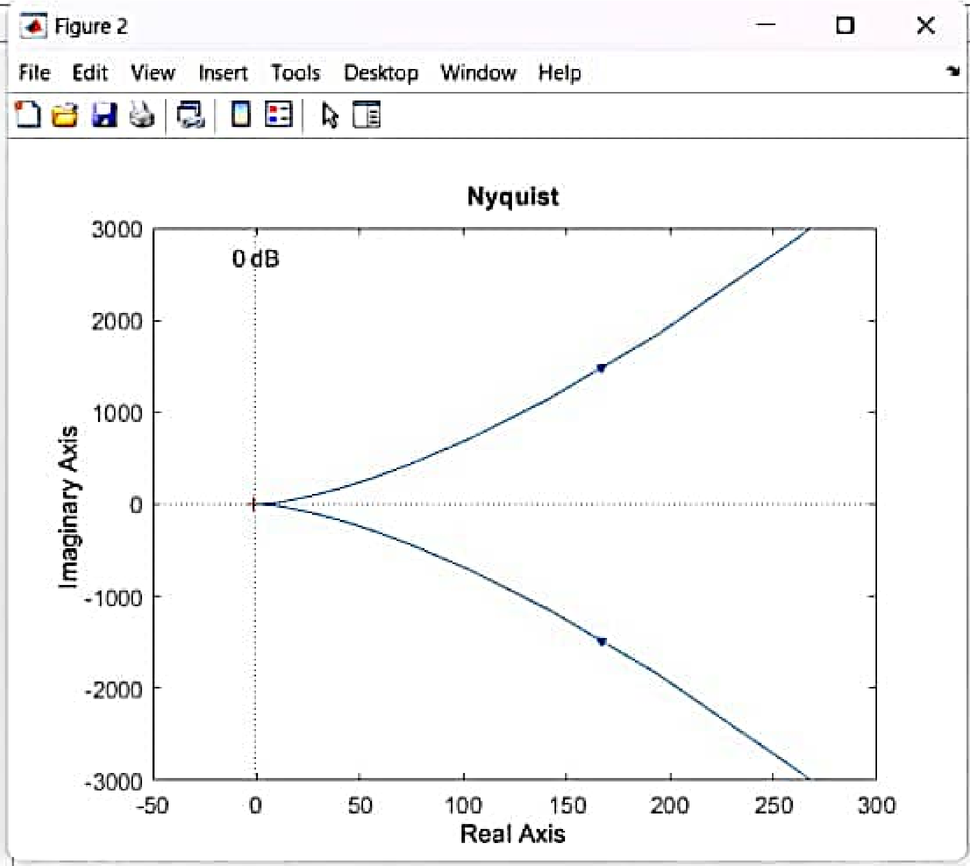


با توجه به اینکه نمودار نایکوئیست در بی نهایت بسته می شود.

q3.m q4.m

```
s =tf('s');
G =-(s+1)*(s+2)*(s+3)*(s+4) / (s^3*(s+100));

figure;
nyquist(G);
grid on;
title('Nyquist');
```



۵) با توجه به اندازه شروع نمودار بودی ۲۰- خواهیم داشت:

$20\log K = -20 \rightarrow K = 0.1$

با توجه به افزایش شیبی که در ۱۰ تا 10^2 به مقدار ~~۲۰db~~ داریم متوجه حضور یک صفر پایدار می‌شویم که در ۱۰ حضور دارد: $Ts+1 \rightarrow T = 0.1$

بعد از آن در 10^2 می‌بینیم که نمودار شیب ثابتی دارد پس متوجه حضور یک قطب در 10^2 با شیب ~~۲۰db-~~ می‌شویم که شیب را ثابت کرده است: $Ts+1 \rightarrow T = 0.01$

در نهایت $L(s) = \frac{0.1(0.1s+1)}{(0.01s+1)}$

* نمودار نایکوئیست

با توجه به شروع نمودار بودی ← نمودار نایکوئیست از ۰/۱ با زاویه صفر شروع می‌کند.

و با توجه به اینکه نمودار بودی در بی‌نهایت به صفر رسیده است ← نمودار نایکوئیست در $\omega = \infty$ به اندازه ۱ و زاویه صفر می‌رسد.

$$L(j\omega) = \frac{0.1(0.1j\omega+1)}{(0.01j\omega+1)} = \frac{\omega^2+90j\omega+1000}{\omega^2+10^4}$$