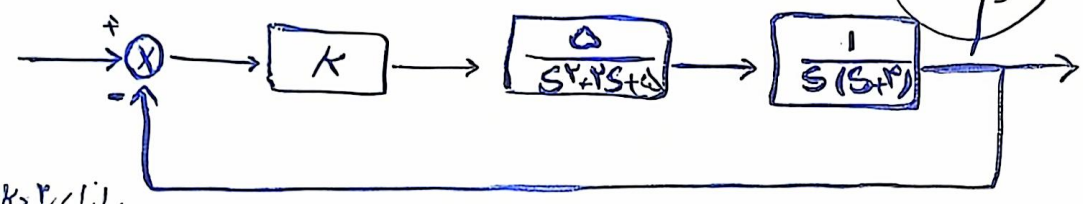
به نام خدا

محسن کریمی ۴۵۱۲۱۹۱۳

① ابتدا بلوک دیاگرام را ساده می‌کنیم



به ازای $K=2$

$$L(s)=\frac{10}{s(s^2+2s+5)(s+3)}$$

سیستم تیپ ۱ است بنابراین خطای به ورودی پله $=0$ و به ورودی سهمی $=\infty$ می‌باشد، پس ورودی شیب مدنظر است.

$$K=\lim_{s\to 0} sL(s)=\lim_{s\to 0}\frac{10}{(s^2+2s+5)(s+3)}=2/3 \rightarrow e_{ss}=1/5=1/K_v$$

برای ۳۰ برابر بهتر شدن e_{ss} باید برابر ۰/۰۵ شود $\Longleftarrow K_v=20$

با استفاده از یک کنترلر lag یک جبران‌ساز طراحی می‌کنیم

$$K_c=\frac{K_v}{2/3}=30 \rightarrow K_1=K_c-1=29$$

$$\alpha=1/K_c=1/30 \;,\; \tau=\frac{1}{\omega_c}\sqrt{\left(\frac{K_1}{\varepsilon}\right)^2-1} \xrightarrow{\varepsilon=0.05} \tau\cong 844.2$$

فرکانس گذر بدست آمده در مطلب

$$C(s)=K_c\cdot\frac{\tau\alpha s+1}{\tau s+1}=30\times\frac{1/30\times 844.2\times s+1}{844.2\times s+1}=30\,\frac{28.14s+1}{844.2s+1}$$

حال با رسم مجدد نمودار بودی و مقادیر P_m و G_m مشخص می‌شود که در پایداری سیستم تداخلی بوجود نیامده و با توجه به فرکانس‌های گذر بهره و فاز سیستم بدون تغییری در سرعتش، خطای ماندگارش ۳۰ برابر کمتر شده است.

② اندازه نمودار بودی از مقدار بزرگی شروع می‌شود و همچنین فاز آن نیز برابر ۹۰- می‌باشد با توجه به این شرایط متوجه می‌شویم که این سیستم دارای یک قطب در مبدا می‌باشد. بنابراین خطای آن نسبت به ورودی پله برابر صفر است، بنابراین باید شروط $P_m>32$ و $\omega_b>10$ را اجرا نماییم.

الف) برای افزایش فرکانس گذر بهره باید از کنترلر lead-lag استفاده کرد.

با توجه به اینکه در فرکانس $10\,rad/s$ اندازه برابر $-40.2dB$ می‌باشد داریم:

$$20\log_{10}K=40.2 \Longrightarrow K=102.3$$ این بهره نمودار را ۴۰.۲dB به بالا می‌کشد

$$\theta=-168 \rightarrow P_m=180-168=12 \longrightarrow$$ باید 20° اضافه شود تا $P_m>32$ شود

ب)

$$\rightarrow \phi_m=20^\circ \rightarrow \alpha=\frac{1+\sin\phi_m}{1-\sin\phi_m}=2.03$$

$$\tau=\frac{1}{\omega_m\sqrt{\alpha}} \rightarrow C(s)=\frac{K_c}{\sqrt{\alpha}}\cdot\frac{\alpha\tau s+1}{\tau s+1}=71.8\times\frac{0.842s+1}{0.07s+1}$$

Scanned with CamScanner

(۲)

$G(s)=\frac{e^{-0.2s}}{0.1s+1}$, $G_c(s)=K_p+\frac{K_I}{s}$, $M_p=10 \Rightarrow 100e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}=10 \rightarrow \zeta=0.591$

$PM \approx 100\zeta = 59.1^\circ$ $\quad |G(j\omega)|=1 \rightarrow \frac{1}{\omega\sqrt{0.01\omega^2+1}}=1 \rightarrow \omega_c=0.918$ rad/s ← فرکانس قطع بهره

$\frac{e^{-0.2s}}{s(0.1s+1)}$ ←

برای حاشیه فاز داریم:

$PM=180-90-\tan^{-1}(0.1\omega_c)+11.5 \xrightarrow{\omega_c=3} PM=52.47$

$\phi_m=59.1-52.47=6.63^\circ$

$G_c(s)=\frac{K_P s}{K_I}+1=Ts+1$, $T=\frac{\tan\phi_m}{\omega}=\frac{\tan(6.63)}{3}=0.039$

$K_P s+1=0.039s+1 \rightarrow K_P=0.039$ فرض: $K_I=1$ داریم:

$t_s \approx 1/\omega_c=\frac{1}{0.918}=1.09$ s

(۳) سیستم تیپ ۱ است ← خطای حالت ماندگار به ورودی پله صفر

$G(s)=\frac{250k}{s(s+25)}$ if $k=1 \rightarrow G(s)=\frac{250}{s(s+25)}$

$20\log|G(s)|=0$ $\quad 250=\omega_c\sqrt{\omega_c^2+25^2} \rightarrow \omega_c=24.9$ rad/s

$Phase=0-90-\tan^{-1}(\frac{\omega_c}{25}) \xrightarrow{\omega_c=24.9} Phase=-125.9$

$PM=180+Phase=54.1 \rightarrow \phi_m=54-54.1=14.9$, $K_v=\lim_{s\to 0} sG(s)=\frac{250}{25}=10$

$e_{ss}=0.01$ برای ۱٪ کمی اضافه‌تر از ۵۴ درجه خواهیم و حالت ماندگار کمتر خواهیم شد پس از شبکه جبران پس فاز ۵۴ درجه نیز خواهیم داشت. (البته بستگی دارد)

$\alpha=\frac{1+\sin\phi_m}{1-\sin\phi_m}=10.2$

$T=\frac{1}{\omega_c\sqrt{\alpha}}=\frac{1}{24.9\sqrt{10.2}}=0.0125 \rightarrow K_c=|G(j\times 24.9)|^{-1} \rightarrow C_1(s)=\frac{K_c}{\sqrt{\alpha}}\cdot\frac{\alpha Ts+1}{Ts+1}$

$C_1(s)=\frac{1}{10.2}\times\frac{0.128s+1}{0.0125s+1}$

حال هبره حلقه ی جبران ساز را بدست می آوریم:

$K_v=\lim_{s\to 0} sG(s)C_1(s)=\frac{1}{10.2}\times 1\times\frac{250}{25}=2.4$ $\quad e_{ss}=0.417 \rightarrow e_{ss}=1.25$

برای کاهش e_{ss} از جبران کننده پیش فاز استفاده می کنیم:

$K_c=\frac{K_{v1}}{K_{v2}}=\frac{10}{2.4}=4.17 \rightarrow K_1=0.24$

$\alpha=\frac{1}{K_c}=\frac{1}{4.17}=0.24 \rightarrow T=\frac{1}{\omega_c\sqrt{\alpha}}=\frac{1}{24.9\sqrt{0.24}}=0.082$

$C_2(s)=4.17\times\frac{0.1s+1}{0.024s+1}$ $\quad G(s)=4.17\times\frac{0.1s+1}{0.024s+1}\times\frac{0.128s+1}{0.0125s+1}\times\frac{1}{4.17}\times\frac{250}{s(s+25)}$

Scanned with CamScanner

۵) الف) سیستم بدون فراجهش و با سرعت پایین کار می‌کند $\omega_c \approx 1/3 = 0.333\ rad/s$

← $\zeta = 1$ ← $P_m \approx 100$ ، بدون کنترل‌کننده‌ها خواهیم داشت: $G_m = -5.2\,dB$ ، $P_m = -96^\circ$

← باید حاشیه فاز از -9.6 به -1 برسد که چنین عملی با کنترل‌کننده PD ممکن نمی‌باشد (نهایتاً 90° فاز مثبت) ، بنابراین باید بهره را به میزانی تغییر داد به تناسب مناسب بین P_m و τ_s رسید.

ابتدا با کاهش گین ω_c را کاهش می‌دهیم تا P_m افزایش یابد.

$$\omega = 0.333\ rad/s \rightarrow -20\log_{10} k_p = 35 \rightarrow k_p = 0.018 \rightarrow P_m = 69.2$$

$$\tau = \frac{\tan(30.8)}{\omega_c} = 1.8 \rightarrow P_m = 1.2 \quad \tau_s = 9.8$$

باید P_m را به اندازه 30.8° افزایش یابد.

$$-20\log_{10} k = 23 \rightarrow k = 0.071 \rightarrow k_p = 0.071 \rightarrow P_m = 39.1 \leftarrow 1 = \omega_c$$

$$\phi_m = 100 - 39.1 = 60.9 \rightarrow \tau = \frac{\tan(60.9)}{1} = 1.79$$

با توجه به تناسب ایجاد شده این طراحی مناسب است

ب)

$$k_v = 1 \rightarrow e_{ss} = 1 \ , \ G(s) = (k_p + k_D s)\left(\frac{200}{s(s+1)(s+10)}\right)$$

$$\lim_{s\to 0} sG(s) = 1 \rightarrow \lim_{s\to 0} \frac{k_p + k_D s}{(s+1)(s+10)} = \frac{1}{200} \rightarrow k_p = 0.05$$

$$\Rightarrow \phi_m = \tan^{-1}\left(\frac{k_D \omega}{k_p}\right) \rightarrow$$ هرچه k_D افزایش یابد، فرکانس گذر بهره نیز افزایش می‌یابد

$\Longrightarrow k_D = 0.5$ بیشترین حاشیه فاز

Scanned with CamScanner