CHEATSHEET ANALISI PER RICERCA OPERATIVA

CONTINUITÀ

Sia f : [a, b] $\rightarrow \mathbb{R}$ e $\mathbf{x_0} \in$ [a, b] un punto del suo dominio.

f è ***continua*** in $\mathbf{x_0}$ se $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$

"*Se x si avvicina a x_0, allora f*(x) *si avvicina a f*(x_0)."

PROPRIETÀ

- La somma algebrica di funzioni continue è una funzione continua.
- Il prodotto di funzioni continue è una funzione continua.
- La composizione di funzioni continue è una funzione continua.

DISCONTINUITÀ

- Prima specie - $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) \neq \lim\limits_{x \to x_0^+} f(x)$ entrambi finiti.
- Seconda specie - $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \infty$ o non esiste.
- Terza specie *(eliminabile)* - $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0} f(x) \neq f(x_0)$

DERIVABILITÀ

La ***derivata*** di f nel punto x_0 è il limite del rapporto incrementale al tendere di h a 0, ovvero:

$f'(x_0) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

PROPRIETÀ

- $\frac{df(x_0)}{dx} = 0 \implies$ x_0 è un punto stazionario.
- $\frac{df(x_0)}{dx} = 0 \wedge$ **n pari** $\wedge \frac{d^n f(x_0)}{dx^n} > 0 \implies$ x_0 è un punto di minimo.
- $\frac{df(x_0)}{dx} = 0 \wedge$ **n pari** $\wedge \frac{d^n f(x_0)}{dx^n} < 0 \implies$ x_0 è un punto di massimo.

Dove $\frac{d^n f(x_0)}{dx^n}$ è la ***prima derivata non prima diversa da zero***.

CONVESSITÀ/CONCAVITÀ

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione due volte differenziabile in tuto $\mathbb{R}$.

- Se $f''(x) > 0$ in un intervallo [a, b] $\implies$ $f(x)$ è ***convessa*** in quell'intervallo. $\cup$
- Se $f''(x) < 0$ in un intervallo [a, b] $\implies$ $f(x)$ è ***concava*** in quell'intervallo. $\cap$

PROPRIETÀ

- Una funzione $f(x)$ è convessa SSE $-f(x)$ è concava e viceversa.
- La somma di funzioni concave/convesse è ancora una funzione concava/convessa.
- Se $f(x)$ è convessa e x* è un punto di minimo locale, è anche un minimo globale.
- Se $f(x)$ è concava e x* è un punto di massimo locale, è anche un massimo globale.