

W. David Kelton
Randall P. Sadowski
David T. Sturrock

SIMULACIÓN CON SOFTWARE ARENA

CUARTA EDICIÓN

ARENA



S I M U L A C I Ó N

JGBF - UCA



Contenido

Capítulo 1: ¿Qué es la simulación?.....	1
1.1 Modelación.....	1
1.1.1 ¿Qué se está modelando?	2
1.1.2 ¿Y si sólo se juega con el sistema?	3
1.1.3 A veces no se puede (o no se debe) jugar con el sistema.....	3
1.1.4 Modelos físicos.....	4
1.1.5 Modelos lógicos (o matemáticos)	4
1.1.6 ¿Qué es lo que se hace con un modelo lógico?.....	5
1.2 Simulación por computadora	5
1.2.1 Popularidad y ventajas	5
1.2.2 Las malas noticias	6
1.2.3 Diferentes tipos de simulaciones.....	7
1.3 Cómo se hace la simulación	8
1.3.1 A mano	8
1.3.2 Programación en lenguajes con un propósito general	10
1.3.3 Lenguajes de simulación.....	10
1.3.4 Simuladores de alto nivel.....	10
1.3.5 En dónde encaja Arena	10
1.4 Cuándo se usan las simulaciones	12
1.4.1 Los primeros años	12
1.4.2 Los años de formación	12
1.4.3 El pasado reciente	13
1.4.4 El presente.....	13
1.4.5 El futuro.....	14
Capítulo 2: Conceptos principales de simulación	15
2.1 Un ejemplo	15
2.1.1 El sistema	15
2.1.2 Metas del estudio	17
2.2 Opciones de análisis.....	18
2.2.1 Conjetura educada	18
2.2.2 Teoría de colas.....	19
2.2.3 Simulación mecánica	20
2.3 Piezas de un modelo de simulación	20
2.3.1 Entidades	20
2.3.2 Atributos.....	21

2.3.3	Variables (globales).....	21
2.3.4	Recursos.....	22
2.3.5	Colas	22
2.3.6	Acumuladores estadísticos	23
2.3.7	Eventos	23
2.3.8	Reloj de simulación	24
2.3.9	Empezar y parar.....	24
2.4	Simulación manual dirigida por eventos	25
2.4.1	Esbozo de la acción	25
2.4.2	Mantenimiento del rastro de las cosas.....	26
2.4.3	Llevarla a cabo	28
2.4.4	Resumen.....	32
2.5	Simulación orientada a eventos y procesos	32
2.6	Aleatoriedad en la simulación.....	34
2.6.1	Entrada y salida aleatoria.....	34
2.6.2	Repetición del ejemplo	34
2.6.3	Comparación de alternativas	36
2.7	Simulación con hojas de cálculo	38
2.7.1	El problema del voceador	38
2.7.2	Una cola de servicio sencilla.....	43
2.7.3	Extensiones y limitaciones.....	47
2.8	Visión general de un estudio de simulación.....	47
2.9	Ejercicios	48
Capítulo 3: Un recorrido guiado a través de Arena		53
3.1	Inicio	53
3.2	Exploración de la ventana de Arena	55
3.2.1	Abrir un modelo.....	55
3.2.2	Interacción básica y partes de la ventana de Arena	56
3.2.3	Tomar vista panorámica, acercamiento, ver y alinear en la vista del diagrama de flujo	58
3.2.4	Módulos.....	60
3.2.5	Documentación interna del modelo.....	61
3.3	Navegar por un modelo existente: modelo 3-1	62
3.3.1	El módulo Create en diagrama de flujo	62
3.3.2	El módulo de Entity Data (Datos de la Entidad).....	64
3.3.3	El módulo diagrama de flujo de proceso.....	64
3.3.4	El módulo Data del recurso.....	66
3.3.5	El módulo Queue Data	67
3.3.6	Animar recursos y colas	68
3.3.7	El módulo Dispose de diagrama de flujo	68
3.3.8	Conexión de los módulos del diagrama de flujo.....	68
3.3.9	Gráficos dinámicos	69
3.3.10	Arreglando las cosas.....	71
3.3.11	Preparando las condiciones para la ejecución.....	72

3.3.12	Ejecución.....	73
3.3.13	Ver los reportes.....	74
3.4	Construya el modelo 3-1 usted mismo	79
3.4.1	Nueva ventana del modelo y panel básico del proceso	80
3.4.2	Colocar y conectar los módulos del diagrama de flujo.....	81
3.4.3	El módulo Create de diagrama de flujo	81
3.4.4	Despliegues	82
3.4.5	El módulo Entity Date	83
3.4.6	El módulo de diagrama de flujo Process	83
3.4.7	Los módulos Resource y Queue data	84
3.4.8	Animation Resource (Animación).....	84
3.4.9	El módulo Dispose del diagrama de flujo	85
3.4.10	Gráficos dinámicos.....	85
3.4.11	Fachada (apariencia).....	88
3.4.12	Los cuadros de diálogo Run > Setup (Correr > configurar).....	89
3.4.13	Establecer Named Views	89
3.5	Estudio de caso: procesamiento serial especializado frente a procesamiento paralelo generalizado	89
3.5.1	Modelo 3-2: Procesamiento serial. Trabajo especializado separado ..	90
3.5.2	Modelo 3-3: Procesamiento paralelo. Trabajo integrado generalizado	93
3.5.3	Modelos 3-4 y 3-5: El efecto de la variabilidad de tiempo de tarea ..	95
3.6	Más de menús, barras de herramientas, dibujo e impresión	97
3.6.1	Menús	98
3.6.2	Barras de herramientas.....	102
3.6.3	Dibujar.....	105
3.6.4	Imprimir.....	107
3.7	¡Ayuda!	107
3.8	Más de ejecutar modelos	108
3.9	Resumen y pronóstico.....	110
3.10	Ejercicios	110
	Capítulo 4: Modelación de operaciones y entradas básicas	115
4.1	Modelo 4-1: montaje electrónico y sistema de prueba.....	115
4.1.1	Desarrollo de un enfoque de modelado	116
4.1.2	Construcción del modelo.....	117
4.1.3	Ejecución del modelo	127
4.1.4	Ver los resultados	130
4.2	Modelo 4-2: montaje electrónico mejorado y sistema de prueba	132
4.2.1	Expansión de la representación de recursos: Programas y Estados	133
4.2.2	Programas del recurso	134
4.2.3	Fallas del recurso	138
4.2.4	Frecuencias.....	140
4.2.5	Resultados del modelo 4-2.....	144

4.3	Modelo 4-3: mejora de la animación.....	147
4.3.1	Cambio de las colas de animación	148
4.3.2	Cambio de las imágenes de entidad	150
4.3.3	Agregar imágenes de recurso	152
4.3.4	Agregar variables y gráficas.....	154
4.4	Modelo 4-4: montaje electrónico y sistema de prueba con movimientos de piezas.....	156
4.4.1	Algunos conceptos nuevos de Arena: Estaciones y Transferencias.	156
4.4.2	Añadir la lógica de ruta	158
4.4.3	Alterar la animación.....	162
4.5	Encontrar y corregir errores.....	165
4.6	Análisis de entradas: especificación de parámetros y distribuciones del modelo .	172
4.6.1	Entradas deterministas contra aleatorias.....	173
4.6.2	Recopilación de datos.....	174
4.6.3	Uso de datos.....	175
4.6.4	Ajuste de distribuciones de entradas vía el analizador de datos de entrada (Input Analyzer)	176
4.6.5	¿Sin datos?.....	183
4.6.6	Procesos de llegada no estacionarios	186
4.6.7	Datos de entrada multivariados y correlacionados.....	187
4.7	Resumen y pronóstico.....	187
4.8	Ejercicios	188
Capítulo 5:	Modelado de operaciones detalladas	195
5.1	Modelo 5-1: un sistema de centro de atención telefónica sencillo	196
5.2	Nuevos temas de modelado	197
5.2.1	Rechazos (Rejections) y cuando el cliente renuncia (Balking).....	197
5.2.2	Decisiones de tres caminos	198
5.2.3	VARIABLES Y EXPRESIONES	198
5.2.4	Almacenamientos (Storages)	199
5.2.5	Simulaciones terminantes o de estado estable	199
5.3	Enfoque del modelado	200
5.4	Construcción del modelo	202
5.4.1	Crear llegadas y dirigir al servicio.....	202
5.4.2	Lógica de corte de llegada (cutoff).....	208
5.4.3	Llamadas de soporte técnico	210
5.4.4	Llamadas de ventas	213
5.4.5	Llamadas de estado del pedido.....	214
5.4.6	Salida del sistema y configuración de ejecución.....	220
5.4.7	Animación.....	222
5.5	Modelo 5-2: sistema mejorado del centro de atención telefónica	225
5.5.1	Descripción del nuevo problema.....	225
5.5.2	Conceptos nuevos.....	227
5.5.3	Definición de datos.....	229
5.5.4	Modificación del modelo	232

5.6	Modelo 5-3: el centro de llamadas mejorado con más medidas del desempeño de la salida.....	238
5.7	Modelo 5-4: simulación de inventario (s, S).....	245
	5.7.1 Descripción del sistema	245
	5.7.2 Modelo de simulación	247
5.8	Resumen y pronóstico.....	258
5.9	Ejercicios	258
Capítulo 6:	Ánalysis estadístico de resultados de las simulaciones terminadas.....	265
6.1	Marco de tiempo de las simulaciones.....	266
6.2	Estrategia para recopilación y análisis de datos	266
6.3	Intervalos de confianza para sistemas terminados	268
6.4	Comparación de dos escenarios.....	273
6.5	Evaluación de varios escenarios con el Process Analyzer (PAN) (Analizador de procesos).....	277
6.6	Búsqueda de un escenario óptimo con OptQuest.....	282
6.7	Resumen y pronóstico.....	287
6.8	Ejercicios	288
Capítulo 7:	Modelado intermedio y análisis estadístico de estado estable	293
7.1	Modelo 7-1: un sistema pequeño de fabricación	293
	7.1.1 Nuevos conceptos de Arena	294
	7.1.2 El enfoque de modelado	296
	7.1.3 Los módulos de datos.....	297
	7.1.4 Los módulos de lógica.....	299
	7.1.5 Animación.....	306
	7.1.6 Verificación	308
7.2	Ánalysis estadístico de resultados de las simulaciones de estado constante.....	312
	7.2.1 Calentamiento y longitud de ejecución	312
	7.2.2 Réplicas truncadas	316
	7.2.3 Agrupar en una sola ejecución	317
	7.2.4 ¿Qué hacer?	320
	7.2.5 Otros métodos y objetivos para el análisis estadístico de estado estable.....	321
7.3	Resumen y pronóstico.....	321
7.4	Ejercicios	321
Capítulo 8:	Transferencia de entidades	327
8.1	Tipos de transferencias de entidades.....	327
8.2	Modelo 8-1: el pequeño sistema de fabricación con transferencias restringidas por los recursos.....	329
8.3	El pequeño sistema de fabricación con transportadores.....	333

8.3.1	Modelo 8-2: el modelo 8-1 modificado para los transportadores...	333
8.3.2	Modelo 8-3: refinación de la animación para los transportadores .	341
8.4	Transportadores continuos	347
8.4.1	Modelo 8-4: el pequeño sistema de fabricación con transportadores continuos no acumuladores	350
8.4.2	Modelo 8-5: el pequeño sistema de fabricación con transportadores acumuladores	355
8.5	Resumen y pronóstico.....	356
8.6	Ejercicios	356
Capítulo 9:	Un muestrario de aspectos y técnicas adicionales de modelado	359
9.1	Modelado de transportadores continuos usando el panel Transferencia Avanzada	359
9.1.1	Modelo 9-1: almacenamientos intermedios finitos en las estaciones	360
9.1.2	Modelo 9-2: piezas que permanecen sobre el transportador durante el procesamiento.....	364
9.2	Más acerca de los transportadores (discretos).....	365
9.3	Abandono por parte de la entidad	366
9.3.1	Renuncia y abandono por parte de la entidad	366
9.3.2	Modelo 9-3: un modelo de servicio con renuncia y abandono	367
9.4	Retención de entidades y formación de lotes con ellas	375
9.4.1	Opciones de modelado	375
9.4.2	Modelo 9-4: un ejemplo del proceso de formación de lotes.....	376
9.5	Traslape de recursos.....	382
9.5.1	Descripción del sistema	382
9.5.2	Modelo 9-5: un sistema de producción estrechamente acoplado....	384
9.5.3	Modelo 9-6: adición de estadísticas de los estados de las piezas ...	390
9.6	Unos cuantos aspectos diversos del modelado.....	394
9.6.1	Transportadores guiados	394
9.6.2	Colas paralelas	394
9.6.3	Lógica de decisión	396
9.7	Ejercicios	396
Capítulo 10:	Integración y personalización de Arena.....	403
10.1	Modelo 10-1: lectura y escritura de archivos de datos.....	403
10.1.1	Modelo 10-2: lectura de llegadas de entidades desde un archivo de texto.....	405
10.1.2	Modelo 10-3 y modelo 10-4: lectura y escritura de archivos Access y de Excel.....	409
10.1.3	Lectura y escritura avanzadas.....	416
10.2	VBA en Arena	419
10.2.1	Panorama general de ActiveX Automation y VBA.....	420
10.2.2	Eventos VBA integrados en Arena	421

10.2.3	Modelo de objetos de Arena.....	425
10.2.4	Grabador de macros de Arena.....	428
10.3	Modelo 10-5; presentación de las opciones de llegadas al usuario	431
10.3.1	Modificación de la lógica de creación	432
10.3.2	Diseño de la UserForm de VBA	434
10.3.3	Visualización de la forma y establecimiento de los datos del modelo.....	435
10.4	Modelo 10-6: registro y construcción del gráfico de los resultados del modelo en Microsoft Excel	442
10.4.1	Montaje de Excel al principio de la ejecución	443
10.4.2	Almacenamiento de los datos de las llamadas por separado usando el módulo VBA	446
10.4.3	Construcción del gráfico de los resultados y limpieza al final de la ejecución	448
10.5	Creación de módulos usando la edición profesional de Arena: plantilla 10-1	449
10.5.1	Crear a partir del módulo File.....	450
10.5.2	El archivo fuente de plantilla: Template 10-01.tpl.....	451
10.5.3	Ícono del panel y vista del usuario.....	451
10.5.4	La lógica del módulo y los operandos	452
10.5.5	Usos de las plantillas	456
10.6	Integración en tiempo real	457
10.7	Resumen y pronóstico.....	462
10.8	Ejercicios	462
Capítulo 11: Modelos continuos y discretos/continuos combinados.....		465
11.1	Modelado de sistemas simples discretos y continuos.....	466
11.1.1	Modelo 11-1: un sistema continuo simple.....	466
11.1.2	Modelo 11-2: interconexión de la lógica continua y discreta.....	469
11.2	Operación de carga de carbón.....	473
11.2.1	Descripción del sistema	474
11.2.2	Método de modelado	474
11.2.3	Modelo 11-3: carga de carbón con el método continuo	477
11.2.4	Modelo 11-4: carga de carbón con proceso de flujo	487
11.3	Sistemas de cambio de estado continuo	491
11.3.1	Modelo 11-5: un horno de termodifusión	491
11.3.2	Modelado de las tasas que cambian en forma continua	492
11.3.3	Método de Arena para resolver ecuaciones diferenciales.....	493
11.3.4	Construcción del modelo.....	494
11.3.5	Definición de las ecuaciones diferenciales con VBA	498
11.4	Resumen y pronóstico.....	500
11.5	Ejercicios	501
Capítulo 12: Cuestiones estadísticas adicionales		505
12.1	Generación de números aleatorios	505

12.2	Generación de variables aleatorias	511
12.2.1	Discretas.....	511
12.2.2	Continuas	512
12.3	Procesos de Poisson no estacionarios.....	514
12.4	Reducción de varianza	516
12.4.1	Números aleatorios comunes.....	516
12.4.2	Otros métodos.....	523
12.5	Muestreo secuencial.....	524
12.5.1	Modelos de terminación.....	524
12.5.2	Modelos de estado estable	529
12.6	Diseño y ejecución de experimentos de simulación	530
12.7	Ejercicios	532
Capítulo 13: Realización de estudios de simulación		535
13.1	Un estudio exitoso de simulación	535
13.2	Formulación del problema.....	538
13.3	Metodología de solución	539
13.4	Especificación del sistema y la simulación.....	540
13.5	Formulación y construcción del modelo	544
13.6	Verificación y validación.....	546
13.7	Experimentación y análisis	548
13.8	Presentación y conservación de resultados.....	550
13.9	Difusión del modelo	551
Apéndice A: Una especificación funcional para <i>The Washington Post</i>.....		553
A.1	Introducción	553
A.1.1	Organización del documento	553
A.1.2	Objetivos de la simulación	553
A.1.3	Propósito de la especificación funcional	554
A.1.4	Uso del modelo	554
A.1.5	Requerimientos de hardware y software	555
A.2	Descripción del sistema y enfoque de modelado	555
A.2.1	Cronología del modelo	555
A.2.2	Rotativas	555
A.2.3	Tipos de producto	557
A.2.4	Líneas de empaque de las rotativas.....	557
A.2.5	Sistema de bandejas.....	557
A.2.6	Llegadas de los camiones.....	559
A.2.7	Puertos	559
A.2.8	Entarimadores.....	560
A.2.9	Proceso de inserción manual.....	560
A.3	Animación	562
A.4	Resumen de entradas y salidas	562

A.4.1	Entrada del modelo	562
A.4.2	Resultados del modelo.....	563
A.5	Entregables del proyecto	564
A.5.1	Documentación del modelo de simulación	564
A.5.2	Manual del usuario	564
A.5.3	Validación del modelo.....	564
A.5.4	Animación.....	565
A.6	Aceptación.....	565
Apéndice B: IIE/RA Problemas de concurso		567
Apéndice C: Una actualización en probabilidad y estadística		569
C.1	Fundamentos de probabilidad	569
C.2	Variables aleatorias	571
C.2.1	Bases	571
C.2.2	Discretas.....	572
C.2.3	Continuas.....	574
C.2.4	Distribuciones conjuntas, covariancia, correlación e independencia.....	575
C.3	Muestreo y distribuciones de muestreo	579
C.4	Estimación puntual	580
C.5	Intervalos de confianza	581
C.6	Pruebas de hipótesis.....	583
C.7	Ejercicios	584
Apéndice D: Distribuciones de probabilidad de Arena.....		587
Apéndice E: Instrucciones de instalación del software académico		603
E.1	Autorización para copiar el software	603
E.2	Instalación del software de Arena.....	603
E.3	Requisitos del sistema.....	604
Referencias		605
Índice analítico		609

Acerca de los autores

W. DAVID KELTON es profesor en el Departamento de Análisis Cuantitativo y Gerencia de Operaciones en la University of Cincinnati. Cuenta con títulos en matemáticas de University of Wisconsin-Madison y Ohio University, además de doctorados en ingeniería industrial.

Sus intereses en investigación así como sus publicaciones giran en torno a la probabilidad y la estadística en la simulación, sus aplicaciones y los modelos estocásticos. El autor ha publicado ensayos en diversas revistas especializadas.

Actualmente, Kelton es editor de *INFORMS Journal on Computing* y editor del área de simulación para *Operations Research* e *IIE Transactions*. Además ha participado en la edición de publicaciones como: *Journal of Manufacturing Systems* y *Simulation*.

Este autor ha sido galardonado con el premio del TIMS College on Simulation por el mejor ensayo sobre simulación; el premio de la división de investigación en operaciones del Institute of Industrial Engineers (Instituto de Ingenieros Industriales, IIE, por sus siglas en inglés), además de otros reconocimientos de instituciones del campo de la simulación.

RANDALL P. SADOWSKI se desempeña actualmente como gerente de producto en Rockwell Automation. Antes había laborado en Systems Modeling Corporation en diversos cargos, como director de relaciones con universidades y vicepresidente de servicios de consultoría, entre otros.

Estudió en Purdue University, en la Escuela de Ingeniería Industrial y en University of Massachusetts. Obtuvo la licenciatura y la maestría en ingeniería industrial de la Ohio University y el grado de doctor en ingeniería industrial de la Purdue University.

Es autor de más de cincuenta ensayos y artículos técnicos. Además fue presidente de la tercera conferencia internacional sobre investigación en producción y en 1990 presidente general de la Winter Simulation Conference (Conferencia Invernal sobre Simulación; WSC, por sus siglas en inglés). El autor forma parte del comité de visitadores para los departamentos de Ingeniería Industrial en Lehigh University, University of Pittsburgh y Ohio University.

Es miembro del Instituto de Ingenieros Industriales IIE y editor de una serie bienal para *IE Magazine*, que recibió en 1987 el premio de la IIE, como la publicación más sobresaliente del campo. Asimismo, ha ocupado múltiples cargos en el IIE.

DAVID T. STURROCK es gerente de producto de simulación en Rockwell Automation. Es responsable del éxito de los productos de simulación en mercados variables como los de alta velocidad, centros de contacto, procesos de negocios, así como pruebas y controles de tiempo real. El autor ha aplicado técnicas de simulación en áreas de sistemas de transportación, agendas, centros de contacto, análisis de capacidad, diseño de procesos, cuidado de la salud y controles de tiempo real.

¿Qué es la simulación?

La *simulación* se refiere a un gran conjunto de métodos y aplicaciones que buscan imitar el comportamiento de sistemas reales, generalmente en una computadora con un software apropiado. De hecho, la “simulación” puede ser un término extremadamente general dado que se utiliza en muchos campos, industrias y aplicaciones. En estos días, la simulación es más popular y poderosa que nunca, ya que las computadoras y el software son mejores de los que nunca han existido.

Este libro ofrece un tratamiento exhaustivo de la simulación en general y del software de simulación Arena en particular. Cubre la idea general de la simulación y su lógica en los capítulos 1 y 2 (incluyendo hojas de cálculo para simular), y de Arena en los capítulos 3 a 9; sin embargo, no es la intención de esta obra ser una referencia completa en todo lo que atañe a Arena (eso es para lo que son los sistemas de ayuda en el software). En el capítulo 10 se muestra cómo integrar Arena con archivos externos y otras aplicaciones, y se da un panorama general de algunas de las capacidades avanzadas de Arena. En el capítulo 11 se presentan una modelación continua y una combinada discreta/continua con Arena. Los capítulos 12 y 13 incluyen los temas relacionados con la planeación e interpretación de los resultados de los experimentos de simulación, así como la gestión de un proyecto de simulación. El apéndice A es un relato detallado de un proyecto de simulación llevado a cabo por el periódico *The Washington Post*. En el apéndice B se proporciona un vínculo con enunciados de problemas muy complejos sacados de concursos recientes entre estudiantes sobre la modelación de Arena, realizados por el Instituto de Ingenieros Industriales y Rockwell Automation (antes Systems Modeling). El apéndice C ofrece una rápida revisión de los conceptos de probabilidad y estadística necesarios para la simulación. El apéndice D describe las distribuciones de probabilidad de Arena y el apéndice E proporciona las instrucciones de instalación del software. Después de leer este libro se deberá tener la capacidad para modelar sistemas con Arena y realizar estudios de simulación efectivos y exitosos.

Este capítulo trata de la noción general de la simulación. En la sección 1.1 se describen algunas ideas generales acerca de cómo se pueden estudiar modelos de sistemas y se dan los ejemplos donde ha sido útil la simulación. La sección 1.2 contiene información más específica acerca de la simulación y su popularidad, menciona algunas cosas buenas (y una cosa mala) de la simulación e intenta clasificar los diferentes tipos de simulaciones que la gente hace. En la sección 1.3 se habla un poco de las opciones de software y, finalmente, en la sección 1.4 se exponen los cambios que se han hecho en el transcurso del tiempo en cuanto a cómo y cuándo se ha usado la simulación. Tras la lectura de este capítulo usted debe contar con una apreciación de dónde encaja la simulación, las cosas que puede hacer y cómo Arena ayuda a hacerlas.

1.1 Modelación

La simulación, al igual que la mayoría de los métodos de análisis, implica sistemas y sus modelos. Así que en esta sección se darán algunos ejemplos de modelos y se describirán opciones para estudiarlos con el fin de aprender acerca del sistema correspondiente.

1.1.1 ¿Qué se está modelando?

La simulación por computadora trata con modelos de sistemas. Un *sistema* es una instalación o un proceso real o planeado, como:

- Una planta de manufactura con máquinas, personas, métodos de transporte, bandas transportadoras y espacio de almacenamiento.
- Un banco con diferentes tipos de clientes, servidores e instalaciones como ventanillas de cajeros, cajeros automáticos (ATM, por sus siglas en inglés), mesas de préstamos y cajas de seguridad para depósitos.
- Un aeropuerto con pasajeros que facturan, que pasan por seguridad y que van a la puerta de embarque y embarcan; vuelos de salida que compiten por los remolcadores de empuje y de retorno y por la asignación de franjas horarias en las pistas de aterrizaje y despegue; vuelos de llegada que compiten por pistas, puertas y personal de llegada; pasajeros que acaban de aterrizar y se dirigen a las bandas de entrega de equipaje para esperar sus maletas; y el sistema de manejo de equipajes que trata con retrasos, seguridad y fallas.
- Una red de distribución de plantas, almacenes y enlaces de transporte.
- Las instalaciones de urgencias de un hospital, incluido el personal, las habitaciones, el equipo, los suministros y el transporte de los pacientes.
- Una operación de servicio para electrodomésticos o equipo de oficina, con clientes potenciales dispersos por toda una zona geográfica, técnicos de servicio con diferentes calificaciones, camiones con diferentes partes y herramientas, un almacén central y un centro de consignación de mercancías.
- Una red de computadoras con servidores, clientes, unidades de disco, unidades de cintas magnéticas, impresoras, redes y operadores.
- Un sistema de autopistas de segmentos de carreteras, cruces, controles y tráfico.
- Una oficina central de reclamaciones de seguros donde las personas y las máquinas reciben, revisan, copian, archivan y envían por correo una gran cantidad de papeles.
- Un sistema de justicia de tribunales, jueces, personal de apoyo, funcionarios de libertad probatoria, agentes de libertad condicional, abogados, demandantes, delincuentes declarados culpables y horarios.
- Una planta de productos químicos con tanques de almacenamiento, tuberías, reactores y carros tanque ferroviarios para enviar el producto terminado.
- Un restaurante de comida rápida con diferentes tipos de personal, clientes y equipo.
- Un supermercado con control de inventarios, cajas y servicio al cliente.
- Un parque temático con atracciones, tiendas, restaurantes, trabajadores, visitantes y estacionamientos.
- La respuesta del personal de emergencia cuando ocurre una catástrofe.

Las personas a menudo estudian un sistema para medir su desempeño o mejorar su operación, o diseñarlo si es que no existe. A los gerentes o controladores de un sistema también les gustaría tener ayuda disponible para las operaciones cotidianas, como decidir qué hacer en una fábrica si una máquina importante se avería.

También existen gerentes que solicitan la construcción de simulaciones, aunque en realidad no les importan los resultados finales; su objetivo principal fue enfocarse en entender cómo funcionaba su sistema. Muchas veces los analistas de simulación encuentran que el proceso para definir el funcionamiento del sistema (lo cual debe hacerse antes de que se pueda empezar

a desarrollar el modelo de simulación) proporciona una gran perspectiva sobre los cambios que tienen que hacerse. Parte de esto se debe al hecho de que rara vez hay un individuo responsable de entender cómo funciona todo un sistema. Hay expertos en diseño de máquinas, manejo de materiales, procesos, etc., pero no en la operación cotidiana del sistema. Así que a medida que lea, estará consciente de que la simulación es mucho más que sólo construir un modelo y realizar un experimento-estadístico. Hay más que conocer en cada paso de un proyecto de simulación; además, las decisiones que se toman a lo largo del camino pueden afectar en gran medida la importancia de sus hallazgos.

1.1.2 ¿Y si sólo se juega con el sistema?

Podría ser posible experimentar con el sistema físico actual; por ejemplo:

- Algunas ciudades instalaron semáforos en las rampas de acceso en sus sistemas de autopistas para experimentar con secuencias diferentes y encontrar los ajustes que hagan tranquila y segura la hora de más tráfico.
- Un administrador de supermercado puede probar diferentes políticas para un control de inventarios y de tareas de los cajeros para ver qué combinaciones son las más rentables y las que proporcionan el mejor servicio.
- Una línea aérea puede examinar el uso extendido de los módulos de facturación y chequeo automático (y que los empleados instaran a los pasajeros a usarlos) para ver si ello acelera la facturación.
- Una instalación de computadoras puede experimentar con diferentes diseños de redes y prioridades de trabajo para ver cómo éstos afectan el uso y tiempo de respuesta de la máquina.

Este enfoque tiene sus ventajas. Si se puede experimentar de manera directa con el sistema y saber que nada más con respecto a él cambiará significativamente, sin duda se está analizando lo correcto y no hay que preocuparse de que un modelo o aproximación del sistema lo imite con exactitud para sus propósitos.

1.1.3 A veces no se puede (o no se debe) jugar con el sistema

En muchos casos es simplemente muy difícil, costoso o casi imposible hacer estudios físicos del mismo sistema.

- Obviamente, no se puede experimentar con diseños alternativos de una fábrica si ésta aún no se construye.
- Incluso en una fábrica ya existente, puede ser muy costoso cambiar a un diseño experimental que quizás no funcione.
- Sería difícil atender al doble de clientes de un banco para ver el efecto que puede causar el cierre de una sucursal cercana.
- Probar un nuevo proceso de facturación en un aeropuerto puede causar que muchas personas pierdan su vuelo si existen problemas imprevistos con el nuevo proceso.
- En un hospital, está claro que no se perderá el tiempo con el personal de una sala de emergencias.

En estas situaciones se debe construir un *modelo* que sirva como suplente para estudiar el sistema y hacer preguntas pertinentes acerca de qué es lo que *pasaría* en el sistema si se hiciera una u otra cosa o si se diera una situación que estuviera más allá de su control. *Nadie resulta*

herido y su libertad para intentar ideas diversas con el modelo podría descubrir alternativas atractivas que de otra manera no podría probar con el sistema real.

Sin embargo, se deben construir modelos con cuidado y con el suficiente detalle, de tal manera que lo que se aprenda del modelo *nunca*¹ sea diferente de lo que se hubiera aprendido del sistema al jugar directamente con él. Esto se denomina *validez* del modelo y se hablará más de ello en el capítulo 13.

1.1.4 Modelos físicos

Hay muchos tipos de modelos. Quizá lo primero que evoca la palabra “físicos” es una réplica física o un modelo a escala del sistema, a veces llamado modelo *ícono*. Por ejemplo:

- Las personas han construido modelos de *escritorio* de sistemas de manejo de materiales que son versiones miniatura de la instalación, como los aparatos de trenes eléctricos, para considerar el efecto de los diseños alternativos, las rutas vehiculares y el equipo de transporte en el desempeño.
- En Swart y Donno (1981) se describió una versión de tamaño real de un restaurante de comida rápida colocado dentro de un almacén para experimentar con diferentes procedimientos de servicio. De hecho, la mayoría de las grandes cadenas de comida rápida ahora tienen restaurantes de tamaño real en sus edificios de oficinas corporativas para experimentar con nuevos productos y servicios.
- Los cuartos de control simulados han sido desarrollados para capacitar a los operadores de las plantas de energía nuclear.
- Los simuladores físicos de vuelo se usan extensivamente para entrenar pilotos. También hay programas de computadora para simulación de vuelos (con los que usted puede estar familiarizado en su versión de juegos), que representan modelos lógicos puros que se ejecutan dentro de una computadora. Más aún, los simuladores físicos de vuelo pueden tener pantallas de computadora para imitar acercamientos al aeropuerto, de modo que tengan elementos tanto de modelos físicos como de simulación por computadora.

Aunque los modelos íconos han demostrado ser útiles en muchas áreas, no se considerarán aquí.

1.1.5 Modelos lógicos (o matemáticos)

En lugar de los modelos íconos se considerarán los modelos de sistemas *lógicos* (o *matemáticos*). Este tipo de modelo es sólo un conjunto de aproximaciones y suposiciones estructurales y cuantitativas, acerca de la forma en que funciona o funcionará el sistema.

Por lo general, un modelo lógico se representa en un programa por computadora que se ejecuta para plantear preguntas acerca del comportamiento del modelo; si el modelo es una representación válida del sistema, también se deseará saber sobre el comportamiento del mismo. Puesto que se está tratando con un simple programa de computadora más que con el sistema real, por lo general es fácil, barato y rápido obtener respuestas a muchas preguntas acerca del modelo y del sistema mediante el simple manejo de las entradas y la forma del programa. Por lo tanto, se pueden cometer errores en la computadora, en donde no cuentan, más que en la realidad en donde sí tienen repercusiones. Como en muchos otros campos, los recientes y drásticos aumentos de potencia de las computadoras (y la disminución en sus costos) han desarrollado de un modo impresionante su habilidad para llevar a cabo análisis computacionales de modelos lógicos.

¹ Bueno, casi nunca.

1.1.6 ¿Qué es lo que se hace con un modelo lógico?

Después de hacer las aproximaciones y de señalar las suposiciones para un modelo lógico y válido del sistema objetivo hay que encontrar una manera de tratar con el modelo y analizar su comportamiento.

Si el modelo es lo bastante simple, se debe poder usar herramientas matemáticas tradicionales como la teoría de colas, métodos de ecuaciones diferenciales o algo como la programación lineal para obtener las respuestas que se necesitan. Ésta es una situación agradable puesto que se deberían obtener fórmulas lo suficientemente sencillas para responder a las preguntas, lo cual puede evaluarse con facilidad de forma numérica; trabajar con la fórmula (por ejemplo, tomar derivadas parciales de ella en relación a parámetros controlables de entrada) podría proporcionar un entendimiento en sí misma. Aun cuando no se obtenga una fórmula sencilla de forma cerrada, sino un algoritmo para generar respuestas numéricas, se tendrán respuestas exactas (hasta redondeo, de cualquier forma) más que estimados, que están sujetos a la incertidumbre.

Sin embargo, la mayoría de los sistemas que las personas modelan y estudian son bastante complicados, así que sus modelos *válidos*² también son bastante complicados. Es posible que para esos modelos no haya soluciones matemáticas exactas resueltas, y es ahí donde entra la simulación.

1.2 Simulación por computadora

La *simulación por computadora* se refiere a los métodos para estudiar una gran variedad de modelos de sistemas del mundo real mediante la evaluación numérica al usar un software diseñado para imitar las operaciones o características del sistema, a menudo en el transcurso del tiempo. Desde un punto de vista práctico, la simulación es el proceso de diseñar y crear un modelo computarizado de un sistema real o propuesto con la finalidad de llevar a cabo experimentos numéricos que den un mejor entendimiento del comportamiento de dicho sistema en un conjunto dado de condiciones. Aunque se puede usar para estudiar sistemas sencillos, el poder real de esta técnica surge cuando se usa para estudiar sistemas complejos.

Mientras que la simulación quizás no sea la única herramienta a usar para estudiar el modelo, con frecuencia es el método elegido. La razón es que el modelo de simulación puede permitirse una gran complejidad si se necesita para representar al sistema con exactitud, e incluso seguir haciendo análisis de la simulación. Otros métodos llegan a requerir suposiciones de simplificación mucho más robustas acerca del sistema, para permitir un análisis, lo cual puede cuestionar la validez del modelo.

1.2.1 Popularidad y ventajas

Durante las últimas dos o tres décadas se ha reportado consistentemente que la simulación es la herramienta de investigación de operaciones más popular:

- Rasmussen y George (1978) cuestionaron a los graduados de ciencias del Departamento de investigación de operaciones de la Universidad Case Western Reserve (de los cuales hay muchos ya que el departamento ha estado ahí durante largo tiempo) acerca del valor de los métodos después de su graduación. Los primeros cuatro métodos fueron *análisis estadístico, pronósticos, análisis de sistemas y sistemas de información*, los cuales son categorías muy amplias y generales. La simulación fue el siguiente método y se clasificó más

² Siempre se puede desarrollar un modelo simple (quizás simplista) de un sistema complicado, pero hay muchas probabilidades de que no sea válido. Si se va más allá y se analiza, puede ser que dicho modelo obtenga respuestas agradables, limpias y sencillas a las preguntas erróneas. A veces a esto se le llama error de tipo III: trabajar en el problema equivocado (los estadísticos han reivindicado ya los errores de tipo I y II).

arriba que otras herramientas de investigación de operaciones más tradicionales como la programación lineal y la teoría de colas.

- Thomas y DaCosta (1979) les entregaron a analistas de 137 grandes empresas una lista de herramientas y les pidieron mencionar las que usaban. El análisis estadístico ocupó el primer lugar con 93% de las empresas que reportaron su uso (es difícil imaginar una gran empresa que no lo haga) seguido por la simulación (84%). De nuevo, la simulación estuvo en una posición más alta que herramientas como programación lineal, PERT/CPM, teoría de inventarios y programación no lineal.
- Shannon, Long y Buckles (1980) encuestaron a miembros de la División de investigación de operaciones del Instituto Estadounidense de Ingenieros Industriales (ahora el Instituto de Ingenieros Industriales) y encontraron que entre las herramientas listadas, la simulación se posicionó en primer lugar tanto en utilidad como en interés y fue la segunda en cuanto a familiaridad, detrás de la programación lineal, lo cual puede indicar que la simulación debiera recibir mayor énfasis en el currículo académico.
- Forgionne (1983); Harpell, Lane y Mansour (1989) y Lane, Mansour y Harpell (1993) reportan que el análisis estadístico fue el primero y la simulación el segundo en términos del uso de métodos por profesionales en grandes empresas. Sin embargo, una vez más los currículos académicos parecían ir a la zaga dado que la programación lineal se enseñaba con mayor frecuencia que la simulación, aunque ésta era más *usada* por los profesionales.
- Morgan (1989) estudió muchos de los tipos de las encuestas mencionadas y reportó que con frecuencia se encontraba el uso “pesado” de la simulación. Aun en una industria con el uso más bajo de herramientas de investigación de operaciones (autotransportes), la simulación se posicionó en el primer lugar de uso.

La principal razón de la popularidad de la simulación es su capacidad para tratar con modelos muy complicados de los sistemas complicados correspondientes. Esto la hace una herramienta versátil y poderosa. Otra razón de la creciente popularidad de la simulación es el mejoramiento obvio en la proporción desempeño/precio del hardware, al hacerla más rentable para lograr lo que hasta hace pocos años era cómputo de costo prohibitivo. Por último, los avances en el poder, la flexibilidad y la facilidad de uso del software de simulación han trasladado el enfoque desde la esfera de la programación tediosa, proclive a errores y de bajo nivel a un campo de toma de decisiones rápidas y válidas.

La conjectura es que actualmente la popularidad y la efectividad de la simulación son aún mayores que las reportadas en las encuestas descritas arriba, debido precisamente a dichos avances en hardware y software.

1.2.2 Las malas noticias

Con todo, la simulación *tampoco* es totalmente el paraíso.

Puesto que muchos sistemas reales están afectados por entradas aleatorias e incontrolables, muchos modelos de simulación involucran componentes de entrada aleatorios o *estocásticos*, ocasionando que sus salidas también sean aleatorias. Por ejemplo, un modelo de un centro de distribución podría tener llegadas, salidas y tamaños de lotes surgiendo de manera aleatoria de acuerdo con distribuciones particulares de probabilidad, lo cual se propagará a través de la lógica del modelo causando que las mediciones del desempeño de salida, como la razón de procesamiento de trabajos (*Throughput*) y tiempos de ciclo, también sean aleatorias. Así que, ejecutar una simulación estocástica una vez es como desarrollar un experimento físico al

azar una vez, o ver el centro de distribución un día; con probabilidad se verá algo diferente la próxima vez, aun si usted no cambia nada por sí mismo. En muchas simulaciones, conforme el marco del tiempo se hace más largo (como meses en lugar de un día), la mayoría de los resultados promediados durante la ejecución tenderán a estabilizarse y hacerse menos variables, pero puede ser difícil determinar cuán largo es “suficientemente largo” para que esto pase. Además, el modelo o estudio podría dictar que la simulación se detenga en un punto en particular (por ejemplo, un banco abre de 9 a 17 horas), así que es inapropiado ejecutarla durante más tiempo para estabilizar el resultado.

Por lo tanto, se debe pensar con cuidado acerca del diseño y el análisis de los experimentos de simulación para tomar en cuenta esta incertidumbre en los resultados, en especial si el marco de tiempo apropiado para su modelo es relativamente corto. Se retomará esta idea varias veces en el libro y se ilustrará el diseño estadístico y las herramientas de análisis apropiados, algunos de los cuales están desarrollados en Arena, pero de otros tendrá que ocuparse usted mismo.

Aún cuando los resultados de la simulación pueden ser inciertos, se puede tratar, cuantificar y reducir esta incertidumbre. Podría deshacerse por completo de dicha incertidumbre al hacer muchas suposiciones demasiado simplificadas acerca del sistema, lo cual lo llevará a un modelo agradable, sencillo, que producirá resultados agradables y no aleatorios. Sin embargo, por desgracia, es probable que este modelo demasiado simplificado no sea una representación *válida* del sistema y el error debido a tal invalidez del modelo es imposible de medir o de reducir formalmente. Pero preferimos una respuesta aproximada al problema correcto que una respuesta exacta al problema erróneo (¿recuerda el error de tipo III?).

1.2.3 Diferentes tipos de simulaciones

Hay muchas maneras de clasificar modelos de simulación, pero una forma útil es a través de estas tres dimensiones:

- **Estático contra dinámico:** El tiempo no desempeña un papel natural en los modelos estáticos pero sí en los dinámicos. El problema de la aguja de Buffon, descrito al principio de la sección 1.3.1, es una simulación estática. El pequeño modelo de manufactura descrito en los capítulos 2 y 3 es un modelo dinámico. La mayoría de los modelos operativos son dinámicos y Arena se diseñó con ellos en mente, así que la atención principal se centrará en ellos (en la sección 2.7.1 se desarrolla un modelo estático).
- **Continuo contra discreto:** En un modelo continuo el estado del sistema puede cambiar continuamente en el tiempo; un ejemplo es el nivel de una presa conforme entra y sale el agua, y conforme suceden la precipitación y la evaporación. Sin embargo, en un modelo discreto el cambio puede ocurrir sólo en puntos separados en el tiempo, tal como un sistema de fabricación con partes que llegan y se van en tiempos específicos, máquinas que se apagan y encienden en momentos específicos y descansos para los trabajadores. Usted puede tener elementos tanto del cambio continuo como del discreto en el mismo modelo, el cual recibe el nombre de *modelo combinado continuo-discreto*; un ejemplo es una refinería cuya presión cambia continuamente dentro de los recipientes y tiene cierres de ocurrencia discreta. Arena puede manejar modelos continuos, discretos y combinados; en la mayor parte del libro se centra la atención en modelos discretos, aunque en el capítulo 11 se analizan modelos continuos y combinados.
- **Determinista contra estocástico:** Los modelos que no tienen entradas aleatorias son deterministas; la operación estricta de una agenda de citas con tiempos de servicio fijos es un ejemplo. Por otra parte los modelos estocásticos, operan con al menos algunas

entradas aleatorias —como un banco con clientes que llegan de forma aleatoria y que requieren tiempos de servicio variados—. Un modelo puede tener tanto entradas deterministas como aleatorias en diferentes componentes; qué elementos se modelan como deterministas y cuáles como aleatorios son temas de realismo en el modelo en cuestión. Arena maneja con facilidad entradas deterministas y estocásticas para modelos y proporciona muchas distribuciones y procesos de probabilidad diferentes que se pueden utilizar para representar entradas aleatorias. Puesto que por lo menos algunos elementos de incertidumbre están presentes en la realidad, la mayoría de las ilustraciones incluyen entradas aleatorias en alguna parte del modelo. Sin embargo, como se observó anteriormente, los modelos estocásticos producen resultados inciertos, lo cual se debe considerar con cuidado al diseñar e interpretar las ejecuciones del proyecto.

1.3 Cómo se hace la simulación

Si ya se determinó que es apropiada determinada simulación, después se debe decidir cómo llevarla a cabo. En esta sección se analizan las opciones para ejecutar una simulación, incluido el software.

1.3.1 A mano

Al principio, las personas en realidad *hacían* las simulaciones a mano (se mostrará sólo una en la sección 2.4).

Por ejemplo, alrededor de 1733, Georges Louis Leclerc (quien después fue invitado a entrar en la nobleza, debido sin duda a su destreza en la simulación, como Conte de Buffon) describió un experimento para estimar el valor de π . Si se lanza una aguja de longitud l en una mesa pintada

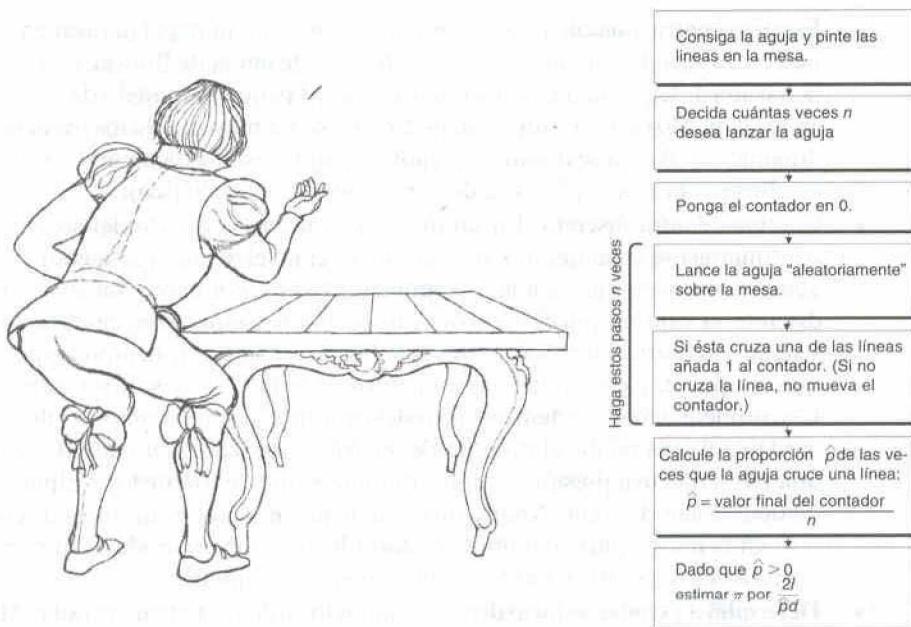


Figura 1-1. El problema de la aguja de Buffon

con líneas paralelas espaciadas una distancia d entre ellas (d debe ser \geq que l), la aguja cruzará una línea con probabilidad $p = 2l/(\pi d)$. La figura 1-1 muestra un experimento de simulación para estimar el valor de π . (No intente esto en casa, al menos no con una aguja grande.)

Aunque este experimento puede parecer sencillo (y posiblemente tonto), tiene algunos aspectos comunes a la mayoría de las simulaciones:

- El propósito es estimar algo (en este caso, π) cuyo valor sería difícil de calcular con exactitud (tal vez en 1733 esto era cierto).
- El estimado que se obtiene al final no será con exactitud el correcto; esto es, tiene algún error asociado con él, y podría ser bueno tener una idea de cuán grande es probable que sea el error.
- Parece intuitivo que cuantos más lanzamientos se hagan (esto es, entre más grande sea n), más probabilidades habrán de que el error sea más pequeño y, por lo tanto, es más probable que el estimado sea mejor.
- De hecho, podría hacer un experimento *secuencial* y sólo seguir lanzando hasta que el posible error sea tan pequeño que pueda vivir con él, en lugar de decidir de antemano el número n de lanzamientos.
- Podría ser capaz de reducir el error sin aumentar el número de lanzamientos si invierte un poco de trabajo por anticipado. Suelde una segunda aguja a la primera de tal manera que se crucen en ángulos rectos por sus puntos medios; dicho artefacto se llama *cruz de Buffon*. Deje las líneas de la mesa. En cada lanzamiento registre de forma separada si cada aguja cruza una línea (puede ser que ambas lo hagan, que ninguna lo haga o que sólo una, pero no la otra, la cruce) y obtenga dos estimados diferentes de π . Es intuitivo (y cierto) que si una aguja cruza una línea se correlaciona negativamente con el hecho de que la otra lo haga o no lo haga, así que los dos estimados de π estarán correlacionados negativamente con el otro. El promedio de los dos estimados también es un estimado imparcial de π , pero tendrá menos varianza que un estimado con una sola aguja con el mismo número de lanzamientos puesto que es probable que si un estimado es alto, el otro sea bajo. (Ésta es una analogía física de lo que se llama *técnica de reducción de varianza*, en específico *variaciones antitéticas*, y se analiza en la sección 12.4.2. Parece una clase de trampa o estafa, pero realmente es un juego justo.)

Se volverá a este tipo de temas conforme se hable de simulaciones más interesantes y útiles. (Para más información acerca del problema de la aguja de Buffon, así como de otras curiosidades históricas igualmente interesantes, consulte Morgan, 1984.)

En las décadas de 1920 y 1930, los estadísticos comenzaron a usar máquinas y tablas de números aleatorios en experimentos numéricos para ayudarse a desarrollar y entender la teoría estadística. Por ejemplo, Walter A. Shewhart (el pionero del control de calidad) hizo experimentos numéricos al sacar chips numerados de un recipiente para estudiar las primeras gráficas de control. W.S. Gossett, un empleado de Guinness Brewery, hizo experimentos similares de muestreo numérico para obtener una perspectiva en cuanto a lo que sucedía con la estadística matemática. (Para proteger su empleo en Guinness, publicó su investigación bajo el seudónimo "Student" y también desarrolló la distribución t que se usa mucho en inferencia estadística.) Durante muchos años ingenieros, físicos y matemáticos han usado varios tipos de ideas de simulación a mano en una gran variedad de problemas.

1.3.2 Programación en lenguajes con un propósito general

Cuando aparecieron las computadoras digitales en las décadas de 1950 y 1960, las personas comenzaron a escribir programas de computadora en lenguajes de procesamiento de propósito general, como FORTRAN, para hacer simulaciones de sistemas más complicados. Los paquetes de apoyo fueron escritos para ayudar con las tareas de rutina, como el procesamiento de listas, el mantenimiento del rastro de eventos simulados y la contabilidad de estadísticas.

Este enfoque fue muy adaptable y flexible (en términos de los tipos de modelos y manipulaciones posibles), pero también tedioso y propenso a errores, ya que los modelos debían ser codificados desde el principio cada vez. (Además, si usted deja caer su mazo de cartas, le llevará algún tiempo reconstruir su “modelo”.) Para una historia más detallada de los lenguajes de simulación de eventos discretos, consulte Nance (1996) y Nance y Sargent (2003).

Como un tipo de descendiente de la simulación con lenguajes de programación de uso general, a veces las personas usan software de hojas de cálculo para algunos tipos de simulación. Ello ha sido popular en modelos estáticos, quizás con añadiduras para facilitar las operaciones comunes y para proporcionar herramientas de mayor calidad (como generadores de números aleatorios) que lo habitual en las hojas de cálculo. Pero para todos, excepto para los modelos dinámicos más sencillos, las limitantes inherentes a las hojas de cálculo las hacen difíciles (en el mejor de los casos) y, por lo general, prácticamente imposibles para usarlas en simulaciones de modelos grandes, reales y dinámicos. La sección 2.7 ilustra brevemente dos ejemplos de simulación con hojas de cálculo.

1.3.3 Lenguajes de simulación

Los *lenguajes de simulación* de propósito especial como GPSS, Simscript, SLAM y SIMAN aparecieron en escena hace algún tiempo y proporcionaron un mejor marco para los tipos de simulaciones que las personas hacen. Los lenguajes de simulación se hicieron muy populares y todavía se usan.

No obstante, hay que invertir un tiempo para aprender sobre sus características y su uso eficaz. De acuerdo con la interfaz del usuario que se proporcione, puede haber idiosincrasias delicadas, aparentemente arbitrarias y ciertamente frustrantes, que perjudican incluso a las manos expertas.

1.3.4 Simuladores de alto nivel

Así surgieron varios productos de “simuladores” de alto nivel que son muy fáciles de usar. Por lo general operan mediante interfaces intuitivas del usuario, gráficas, menús y diálogos. Se seleccionan a partir de construcciones disponibles de modelación de simulación, se conectan y ejecutan el modelo junto con una animación gráfica dinámica de los componentes del sistema conforme se mueven alrededor y cambian.

Sin embargo, los dominios de muchos simuladores están bastante restringidos (como fabricación o comunicaciones) y por lo general no son tan flexibles para desarrollar modelos válidos de sus sistemas. Algunas personas sienten que estos paquetes han llegado muy lejos en la cadena alimentaria de la jerarquía del software y han dejado de lado mucha flexibilidad en pos de conseguir un uso fácil.

1.3.5 En dónde encaja Arena

Arena combina la facilidad de uso de los simuladores de alto nivel con la flexibilidad de los lenguajes de simulación y recorre todo el camino hacia abajo de los lenguajes de procesamiento de propósito general como el sistema de programación Microsoft® Visual Basic® o C

si realmente lo quiere. Lo hace así al proporcionar *plantillas* alternativas e intercambiables de modelación de simulación gráfica y *módulos* de análisis que se pueden combinar para desarrollar una amplia variedad de modelos de simulación. Para una mayor visualización y organización, los módulos están por lo general agrupados en *paneles* para componer una plantilla. Al cambiar los paneles se obtiene acceso a un conjunto completamente diferente de construcciones y capacidades de modelado de simulación. En la mayoría de los casos, los módulos de diferentes paneles pueden mezclarse en el mismo modelo.

Arena mantiene su flexibilidad de modelación al ser totalmente *jerárquico*, como se demuestra en la figura 1-2. En cualquier momento puede utilizar los módulos de bajo nivel del panel Bloques y elementos, y tener acceso a la flexibilidad del lenguaje de simulación y mezclar las construcciones de SIMAN con módulos de más alto nivel de otras plantillas (Arena se basa en el lenguaje de simulación SIMAN y lo incluye; consulte Pedgen, Shannon y Sadowski, 1995, para un análisis completo de SIMAN). Para necesidades especializadas, como algoritmos com-



Figura 1-2. Estructura jerárquica de Arena

plejos de decisión o datos de acceso desde una aplicación externa, se pueden escribir partes de su modelo en un lenguaje de procesamiento como Visual Basic o C/C++. Todo esto, a pesar de cuán alto o bajo quiera usted ir en la jerarquía, tiene lugar en la misma interfaz gráfica consistente del usuario.

De hecho, los módulos de Arena están compuestos por componentes SIMAN; usted puede crear sus propios módulos y reunirlos en sus propias plantillas para varias clases de sistemas. Por ejemplo, Rockwell Automation (antes Systems Modeling) ha construido plantillas para modelación general (la plantilla de Arena, que es el núcleo principal de este libro), empaque de alta velocidad, centros de contacto y otras industrias. Otras personas han desarrollado plantillas para su empresa en industrias tan diversas como la minera, la fabricación de automóviles, la comida rápida y la administración de recursos forestales. De esta forma, no tiene por qué elegir entre la flexibilidad de la modelación y la facilidad de uso. Aunque este libro de texto se enfoca en la modelación con la plantilla de Arena, usted puede probar a crear sus propios módulos en el capítulo 10.

Más aún, Arena incluye animación dinámica en el mismo ambiente de trabajo. También proporciona apoyo integrado y gráficas para algunos de los temas de diseño y análisis estadísticos que son parte y componente de un buen estudio de simulación.

1.4 Cuándo se usan las simulaciones

A medida que las capacidades y sofisticación de los lenguajes y paquetes de simulación han aumentado dramáticamente durante los últimos 40 a 50 años, ha cambiado el concepto de cómo y cuándo usar la simulación. Para un relato minucioso del desarrollo de la simulación por computadora en general, consulte Nance y Sargent (2003).

1.4.1 Los primeros años

A finales de las décadas de 1950 y 1960, la simulación era una herramienta muy costosa y especializada que por lo general se usaba sólo en las grandes corporaciones que requerían sustanciales inversiones de capital. Los usuarios de simulación típicos se encontraban en las empresas de acero y aeroespaciales. Estas organizaciones formaron grupos de personas, en su mayoría con doctorado, que desarrollaron los grandes y complejos modelos de simulación al usar los lenguajes disponibles, tales como FORTRAN. Estos modelos se ejecutaron luego en enormes unidades de cómputo que costaban de 600 a 1 000 dólares por hora. Es interesante destacar que las computadoras personales que están sobre los escritorios de la mayoría de los ingenieros hoy en día son mucho más poderosas y rápidas que las unidades principales de la década de 1960.

1.4.2 Los años de formación

El uso de la simulación tal y como se conoce ahora comenzó durante la década de 1970 y principios de la de 1980. Las computadoras se hicieron más rápidas y baratas, y el valor de la simulación empezó a ser descubierto por otras industrias, aunque la mayoría de las empresas eran todavía bastante grandes. Sin embargo, rara vez se consideró la simulación hasta que hubo un desastre y se convirtió en la herramienta elegida por muchas empresas, sobre todo en las industrias automotriz y pesada, para determinar por qué ocurrió el desastre y, a veces, para ver a quién culpar.

Se recuerda el inicio de una línea de ensamblaje automotriz (una inversión de más de 100 millones de dólares) que no conseguía mucho de su potencial. La línea producía un vehículo de reciente diseño que tenía una gran demanda: mucho más grande de la que pudiera satisfacerse con la producción existente de la línea. La administración designó a un equipo FODA para analizar el problema, el cual rápidamente estimó que la ganancia potencial perdida era de

500 000 dólares por día. Al equipo se le dijo: "encuentra el problema y resuélvelo". En unas tres semanas se desarrolló y usó una simulación para identificar el problema, que resultó no haber estado en la lista inicial de sospechosos. Al final la línea se modificó y produjo de acuerdo con las especificaciones; por desgracia, para ese momento la competencia estaba produciendo vehículos similares y la producción adicional ya no fue necesaria. Irónicamente, se había usado un modelo de simulación durante el diseño de la línea de ensamblaje para determinar su viabilidad. Desafortunadamente, muchos de los procesos eran nuevos y el área de ingeniería había dependido de los vendedores de equipo para que les proporcionaran estimados de fallas y razón de procesamiento de trabajos (*Throughput*). Como sucede con frecuencia, los vendedores fueron demasiado optimistas en sus estimados. Si el equipo de diseño original hubiera usado la simulación para llevar a cabo un buen análisis de sensibilidad en estas cifras cuestionables, el problema se habría descubierto y resuelto bien antes de la implementación.

Durante este tiempo la simulación encontró un hogar en la academia como una parte normal del currículo de la ingeniería industrial y la investigación de operaciones. Su uso creciente en la industria obligó a las universidades a difundirla ampliamente. Al mismo tiempo, la simulación comenzó a llegar a los programas cuantitativos de negocios, ampliando el número y tipo de estudiantes e investigadores expuestos a su potencial.

1.4.3 El pasado reciente

A finales de la década de 1980, la simulación comenzó a establecer sus raíces reales en los negocios, en gran parte gracias a la introducción de la computadora personal y de la animación. Aunque la simulación aún se utilizaba para analizar sistemas fallidos, muchas personas la solicitaban antes de que comenzara la producción. (Sin embargo, en la mayoría de los casos ya era muy tarde para afectar el diseño del sistema, pero sí ofrecía al administrador de la planta y al diseñador del sistema la oportunidad de arreglar su historial laboral.) Al final de la década de 1980, el valor de la simulación comenzó a reconocerse en muchas empresas grandes, varias de las cuales hicieron de la simulación un requisito antes de aprobar cualquier inversión de capital importante. No obstante, la simulación no tenía un uso extendido y rara vez se usaba en empresas más pequeñas.

1.4.4 El presente

La simulación en realidad comenzó a madurar durante la década de 1990. Muchas empresas pequeñas la adoptaron y se comenzó a ver su uso en las primeras etapas de los proyectos, en donde podía tener el mayor impacto. Una mejor animación, la mayor facilidad de uso, las computadoras más veloces, la fácil integración con otros paquetes y el surgimiento de simuladores ayudaron a que la simulación se convirtiera en una herramienta normal en muchas empresas. Aunque la mayoría de los administradores admitirán de buena gana que la simulación puede agregar valor a sus empresas, hasta ahora es cuando se ha convertido en una herramienta normal que reside en las computadoras de todos. La forma en que se usa la simulación también está cambiando: se emplea más temprano en la fase de diseño y a menudo se actualiza conforme se hacen los cambios en los sistemas operativos. Esto proporciona un modelo de simulación vivo que se puede usar en muchos análisis de sistemas con muy poca antelación. La simulación también ha invadido la industria de servicios en donde se aplica en muchas áreas que no son tradicionales.

Los obstáculos principales que impiden que la simulación se convierta en una herramienta bien utilizada y aceptada de manera universal son el tiempo de desarrollo del modelo y las habi-

lidades de modelado que se requieren para desarrollar una simulación exitosa. ¡Éas son quizá las razones por las que usted está leyendo este libro!

1.4.5 *El futuro*

La razón de cambio en la simulación se ha acelerado en años recientes, y hay razones para creer que continuará con su rápido crecimiento y cruzará los puentes para ser aceptada como la corriente dominante. El software de simulación ha sacado ventaja de los nuevos sistemas operativos para proporcionar una mayor facilidad de uso, en particular para la persona que lo usa por primera vez. Esta tendencia debe continuar si la simulación se tiene que convertir en una herramienta de vanguardia que resida en cada computadora de análisis de sistemas. Los nuevos sistemas operativos también permitieron una mayor integración de la simulación con otros paquetes (como hojas de cálculo, bases de datos y procesadores de texto). Ahora es posible prever la integración completa de la simulación con otros paquetes de software que recopilan, almacenan y analizan datos del sistema de interfaz junto con software que ayuda a controlar el sistema del compilador.

La Internet y los intranets tienen un gran impacto en la manera en que las organizaciones llevan a cabo sus negocios. El intercambio de información en tiempo real no sólo es posible, sino que se ha hecho obligatorio. Las herramientas de simulación se están desarrollando para apoyar la distribución de la construcción del modelo, el proceso de distribución y el análisis remoto de los resultados. Pronto estará disponible un conjunto de herramientas en toda una empresa que proporcione a la totalidad de los empleados de la organización la capacidad de obtener respuestas a preguntas críticas y de rutina.

Con la finalidad de facilitar el uso de la simulación a un mayor número de personas, se verán productos más verticales dirigidos a mercados muy específicos. Esto permitirá que los analistas construyan simulaciones fácilmente, al usar construcciones de modelado diseñadas para su industria o empresa con terminología que se relaciona directamente con su medio ambiente. Éstas pueden ser herramientas muy especializadas diseñadas para medio ambientes muy específicos, pero que deberían tener la capacidad de modelar cualquier actividad del sistema que sea única para cada proyecto de simulación. Algunos de esos productos están hoy en día en el mercado en áreas de aplicación, tales como comunicaciones, semiconductores, centros de contacto y reingeniería de procesos de negocio.

Los proyectos de simulación en la actualidad se concentran en el diseño o rediseño de sistemas complejos. A menudo deben tratar con temas complejos de control de sistemas, lo cual puede conducir al desarrollo de una nueva lógica de control de sistemas que se pruebe usando la simulación desarrollada. El siguiente paso lógico es el uso de esa misma simulación para controlar el sistema real (Wysk, Smith, Sturrock, Ramaswamy, Smith y Joshi; 1994). Este enfoque requiere que el modelo de simulación permanezca actual, pero también permite una prueba fácil de nuevos controles del sistema conforme el sistema o los productos cambian en el tiempo. A medida que se progrese a este siguiente paso lógico, las simulaciones no serán ya desechables ni se usarán una sola vez, sino que se convertirán en parte esencial de la operación del sistema en curso.

Con los rápidos avances en las computadoras y el software es muy difícil predecir las simulaciones de un futuro lejano, pero aun ahora se observa el desarrollo y la implementación de características tales como el análisis estadístico automático, el software que recomienda cambios en el sistema, las simulaciones totalmente integradas en el software operativo del sistema e incluso la realidad virtual.

CAPÍTULO 2

Conceptos principales de simulación

En este capítulo se introducen algunas ideas, métodos y temas subyacentes a la simulación antes de entrar en el software Arena propiamente dicho que se ve en el capítulo 3 y los posteriores. Estos conceptos son los mismos en cualquier tipo de software de simulación y la familiaridad con ellos es esencial para entender cómo simula Arena un modelo ya construido.

Esto se hace principalmente a través de un ejemplo sencillo que se describe en la sección 2.1. En la sección 2.2 se exploran algunas opciones para tratar con el modelo de ejemplo. En la sección 2.3 se describen las varias partes de un modelo de simulación y en la sección 2.4 se lleva a cabo la simulación (a mano), al describir la organización y acción fundamentales. Después de eso se contrastan dos diferentes enfoques de modelación de simulaciones en la sección 2.5 y el tema de la aleatoriedad tanto en las entradas como en los resultados se introduce en la sección 2.6. En la sección 2.7 se considera el uso de hojas de cálculo para la simulación con un modelo estático y con uno dinámico sencillo. Por último, en la sección 2.8 se resume y analiza todo lo que se incluye en un proyecto de simulación, aunque esto se retoma más a fondo en el capítulo 13.

Al final de este capítulo se entenderá la lógica, la estructura, los componentes y la administración fundamentales de un proyecto de modelación de simulación. Todo esto subyace a Arena y a los modelos más ricos que se desarrollarán con él después de leer los capítulos siguientes.

2.1 Un ejemplo

En esta sección se describe el ejemplo del sistema y lo que se desearía saber acerca de su comportamiento y ejecución.

2.1.1 El sistema

Puesto que muchos modelos de simulación incluyen líneas de espera o *colas* como elementos fundamentales, se comenzará con un caso muy sencillo de tal modelo que representa una parte de una instalación de manufactura. Las partes “en blanco” llegan a un centro de perforación, se procesan en una sola perforadora y después salen (véase la figura 2-1). Si una parte llega y encuentra la perforadora desocupada, su proceso en la perforadora comienza de inmediato; de lo contrario, espera en una cola de primeras entradas-primeras salidas (FIFO). Ésta es la estructura *lógica* del modelo.



Figura 2-1. Un sistema de procesamiento sencillo

También se deben especificar los aspectos *numéricos*, incluyendo cómo comienza y se detiene la simulación. Primero se eligen las unidades "base" subyacentes con las que se medirá el tiempo; aquí se usarán minutos para todas las mediciones. Es obvio que no importa qué unidades de tiempo sean, así que se escoge la más apropiada, familiar y conveniente para su aplicación.¹ Se pueden expresar las cantidades de tiempo de entrada si es habitual o conveniente en diferentes unidades, como minutos para tiempos de servicio medios y horas para tiempos de funcionamiento de máquina medios. Sin embargo, para aritmética y cálculos todos los tiempos se deben convertir a las unidades de tiempo base si es que aún no están así. Arena permite expresar los tiempos de entradas en unidades diferentes, aunque también se deben manifestar las unidades de tiempo base a las que se convertirán todos los tiempos durante la ejecución de la simulación y en las que se reportarán todos los resultados con base en el tiempo.

El sistema comienza a los 0 minutos con ninguna parte presente y la perforadora desocupada. Esta suposición de que está *vacía* —y *desocupada*— sería realista si el sistema comienza de nuevo cada mañana, pero podría no ser tan buena para el modelo con una situación inicial que simule una operación en proceso.

Las duraciones de los tiempos que harán el movimiento de la simulación están en la tabla 2-1. El número de la parte (secuencial) está en la primera columna, la segunda columna contiene el tiempo de llegada de cada parte, la tercera columna da el tiempo *entre* la llegada de una parte y la de la parte siguiente (llamado tiempo *entre llegadas*), y el tiempo de servicio (necesario para procesar en la perforadora, sin contar ningún gasto en tiempo esperando en la cola) está en la última columna. Todos los tiempos se expresan en minutos. Quizá usted se está preguntando de dónde provienen todos esos números, pero no se preocupe por eso en este momento y sólo suponga que se observaron en el centro de perforación o que se inventaron de forma descarada.

Tabla 2-1. Tiempos de llegadas, entre llegadas y de servicio de las partes (en minutos).

Número de parte	Tiempo de llegada	Tiempo entre llegadas	Tiempo de servicio
1	0.00	1.73	2.90
2	1.73	1.35	1.76
3	3.08	0.71	3.39
4	3.79	0.62	4.52
5	4.41	14.28	4.46
6	18.69	0.70	4.36
7	19.39	15.52	2.07
8	34.91	3.15	3.36
9	38.06	1.76	2.37
10	39.82	1.00	5.38
11	40.82	•	•
•	•	•	•
•	•	•	•

¹ No sólo se debe ser sensato al elegir las unidades de tiempo base (por ejemplo, para una simulación de 20 años, no elija segundos como sus unidades base, y para una simulación de dos minutos, no mida el tiempo en días), sino que también se deben escoger unidades que eviten valores de tiempo tanto extremadamente grandes como extremadamente pequeños en el mismo modelo, ya que aun con la aritmética de doble precisión de Arena la computadora podría tener problema con el error de redondeo.

Se decidió que la simulación se detenga en un tiempo exacto de 20 minutos. Si existen partes presentes en ese momento (en servicio en la perforadora o en espera en cola), nunca se terminan.

2.1.2 Metas del estudio

Dado un modelo lógico/numérico como éste, se debe decidir después qué medidas de desempeño de los resultados se desean recopilar. Esto es lo que se calcula aquí:

- La *producción total* (número de partes que completan su servicio en la perforadora y se van) durante los 20 minutos de operación. Se supone que más es mejor.
- El *tiempo promedio de espera en la cola* de las partes que entran en la perforadora durante la simulación. Este tiempo en la cola registra sólo el tiempo que una parte espera en la cola y no el tiempo que invierte en el servicio de la perforadora. Si WQ_i es el tiempo de espera en la cola de la i -ésima parte y resulta que N partes dejan la cola durante la ejecución de 20 minutos, este promedio es

$$\frac{\sum_{i=1}^N WQ_i}{N}$$

(Nótese que puesto que la parte 1 llega en el tiempo 0 para encontrar la perforadora desocupada, de seguro $WQ_1 = 0$ y $N \geq 1$, de tal manera que no hay que preocuparse por dividirlo entre cero.) Por lo general a esto se le llama estadística de *tiempo discreto* (o *parámetro discreto*) puesto que se refiere a las cifras; en el caso de los tiempos de espera WQ_1, WQ_2, \dots , para lo que hay una primera, segunda... observaciones naturales; en Arena éstas se llaman estadísticas *cuenta* (*Tally*) puesto que sus valores "coinciden" cuando se les observa (al usar una característica del lenguaje de simulación SIMAN esencial llamada *Cuenta*). Desde un punto de vista del desempeño, lo poco es bueno.

- El *tiempo de espera máximo en una cola* de partes que entran a servicio en la perforadora durante la simulación. Ésta es la medida del peor de los casos, la cual podría ser de interés al brindar garantías de servicio a los clientes. Lo poco es bueno.
- El *promedio del tiempo que las partes esperan en la cola* (sin contar cualquier parte en servicio en la perforadora). Por "promedio del tiempo" se entiende el promedio ponderado de las longitudes posibles de la cola (0, 1, 2...) ponderadas por la proporción de tiempo durante la ejecución que la cola tenía en esa longitud. Sea $Q(t)$ el número de partes en la cola en un instante de tiempo t , esta longitud de cola en el promedio de tiempo es el área total debajo de la curva $Q(t)$, dividida entre la longitud de la ejecución, 20. En términos de cálculo integral, esto es

$$\frac{\int_0^{20} Q(t) dt}{20}$$

Dichas estadísticas de *tiempo continuo* son comunes en la simulación, que indica cuán larga es una cola (en promedio), lo cual debiera ser de interés para destinar espacio en el suelo.

- El *número máximo de partes que estuvieron esperando en la cola*. Esto podría ser una mejor indicación de cuánto espacio se requiere en el suelo que el promedio del tiempo si lo que se desea es estar razonablemente seguro de tener espacio todo el tiempo. Ésta es otra medida del peor de los casos, y el más pequeño es el mejor.
- El *tiempo total promedio y máximo en el sistema* de las partes que terminan de procesarse en la perforadora y se van. También llamado tiempo del ciclo, éste es el tiempo que transcurre entre la llegada de la parte y su partida, así que es la suma del tiempo de espera de las partes en la cola y su tiempo de servicio en la perforadora. Éste es un tipo de tiempo de respuesta tras llegada, así que menos es mejor.
- El *uso* de la perforadora se define como la proporción de tiempo en que está ocupada durante la simulación. Piense en ello como en otra estadística de tiempo continuo, pero de la función “ocupada”.

$$B(t) = \begin{cases} 1 & \text{si la perforadora está ocupada en el tiempo } t \\ 0 & \text{si la perforadora está desocupada en el tiempo } t \end{cases}$$

El uso es el área debajo de $B(t)$, dividida entre la longitud de la ejecución:

$$\frac{\int_0^{20} B(t) dt}{20}$$

Los usos del recurso son de interés obvio en muchas simulaciones, pero es difícil decir si “desea” que sean altos (cerca de 1) o bajos (cerca de 0). Alto es bueno dado que indica poca capacidad de exceso, pero también puede ser malo porque puede significar una gran congestión en la forma de largas colas y un lento desempeño en el procesamiento de trabajos (*Throughput*).

Por lo general hay muchas medidas de desempeño de la producción y quizás sea una buena idea observar muchas cosas en una simulación puesto que siempre se pueden ignorar cosas que se tienen pero nunca se pueden observar cosas que no se tienen; además, a veces podría encontrarse una sorpresa. El único inconveniente es que recopilar cifras superfluas puede retardar la ejecución de la simulación.

2.2 Opciones de análisis

Con el modelo, sus entradas y sus resultados definidos se debe explicar cómo obtener los resultados al transformar las entradas de acuerdo con la lógica del modelo. En esta sección se exploran brevemente algunas opciones para hacerlo.

2.2.1 Conjetura educada

Aunque los autores no son muy fanáticos de la conjetura, un cálculo escueto “a grandes rasgos” a veces puede llevar al menos a una perspectiva cualitativa (y a veces no). La manera en que ocurre esto depende, por supuesto, de la situación (y de cuán bueno se sea en la conjetura).

Un posible primer corte en nuestro ejemplo es observar la afluencia promedio y las tasas de procesamiento. De la tabla 2-1 resulta que el promedio de 10 tiempos entre llegadas es de 4.08 minutos y el promedio de los 10 requisitos de servicio es de 3.46 minutos. Esto parece alentador, puesto que las partes reciben el servicio más rápido que conforme llegan, por lo

menos en promedio, lo cual significa que el sistema tiene una oportunidad de operar de una manera estable en un plazo largo y no “estallar”. Si estos promedios fueran *exactamente* lo que sucedía con cada parte (sin ningún tipo de variación) entonces nunca habría una cola y todos los tiempos de espera en ella serían de cero; un pensamiento feliz, sin duda. Sin importar lo feliz que pueda ser este pensamiento, es seguro que sea erróneo puesto que los datos muestran con claridad que si hay variación entre las llegadas y los tiempos de servicio, lo cual podría crear a veces una cola, por ejemplo, si sucedieran algunos pequeños tiempos entre llegadas durante un periodo cuando también sucedieran algunos tiempos de servicio largos.

Hay que suponer, por otra parte, que los promedios en los datos de entrada en la tabla 2-1 revelarán el tiempo promedio entre llegadas más pequeño que el tiempo de servicio promedio. Si esta situación persistiera, en promedio las partes podrían estar llegando más rápido que en lo que pudieran prestarles el servicio, lo cual implica una grave congestión (por lo menos después de un tiempo, quizás más largo que la ejecución de 20 minutos que se planeó). De hecho, el sistema estallaría en la ejecución larga; un *mal* pensamiento.

La verdad, como siempre se da en la probabilidad, estará entre ambos extremos. Queda claro que conjeturar tiene sus límites.

2.2.2 Teoría de colas

Ya que existe una cola, ¿por qué no usar una teoría de colas? Ha estado a nuestro alrededor durante casi un siglo y muchas personas muy brillantes han trabajado duro para desarrollarla. En algunas situaciones puede resultar en fórmulas sencillas que usted puede entender.

Tal vez el objeto más simple y popular de la teoría de colas es la *cola M/M/1*. La primera “M” señala que el proceso de llegada es *Markoviano*; esto es, los tiempos entre llegadas son independientes y algo como “dibujos” distribuidos de forma idéntica de una distribución de probabilidad exponencial (véanse apéndices C y D para una breve actualización en probabilidad y distribuciones). La segunda “M” representa la distribución del tiempo del servicio, la cual también es exponencial. El “1” indica que hay un único servidor. Así que al menos superficialmente le queda bastante bien a este modelo.

Mejor aún, la mayoría de las mediciones de desempeño de los resultados se pueden expresar como fórmulas sencillas. Por ejemplo, el tiempo de espera promedio en la cola (esperado de una ejecución larga) es

$$\frac{\mu_s^2}{\mu_A - \mu_s}$$

sólo donde μ_A es el valor esperado de la distribución del tiempo entre llegadas y μ_s es el valor esperado de la distribución del tiempo del servicio (suponiendo que $\mu_A > \mu_s$ para que la cola no estalle). Así que una idea inmediata es usar los datos para estimar μ_A y μ_s , y luego plasmar estos estimados en la fórmula; para estos datos se obtiene $3.46^2/(4.08 - 3.46) = 19.31$ minutos.

Tal enfoque a veces puede dar una aproximación razonable del orden de magnitud, que podría facilitar las comparaciones; pero también hay problemas (véase el ejercicio 2-6):

- Los estimados de μ_A y μ_s no son exactos, así que también habrá error en el resultado.
- Los supuestos del tiempo exponencial entre llegadas y las distribuciones del tiempo del servicio son esenciales para derivar la fórmula anterior, y es probable que no se satisfagan estos supuestos. Esto invita a preguntarse acerca de la validez de la fórmula. Aun-

- que hay versiones más sofisticadas para modelos de colas más generales, siempre habrá supuestos de qué preocuparse.
- La fórmula es para un desempeño de larga ejecución y no sólo para el periodo de 20 minutos que se desea. Esto es típico en la mayor parte (pero no en toda) de la teoría de colas.
- La fórmula no proporciona información de la variabilidad natural en el sistema. Esto no sólo es una dificultad en el análisis, sino que también podría ser de un interés inherente por sí mismo, como en la variabilidad de la producción. (A veces es posible, sin embargo, encontrar otras fórmulas para medir la variabilidad.)

Muchas personas sienten que la teoría de colas puede demostrar su valor como una aproximación de primer corte para tener una idea de dónde están las cosas y proporcionar una guía con respecto a qué tipos de simulaciones podrían ser apropiadas en el siguiente paso del proyecto. Se está de acuerdo, pero se le exhorta a mantener en mente los problemas listados con anterioridad y, en consecuencia, suavizar sus interpretaciones.

2.2.3 Simulación mecánica

Todo esto nos trae de vuelta a la simulación. Por “mecánica” se entiende que las operaciones individuales (llegadas, servicio en la perforadora, etc.) ocurrirán como lo harían en la realidad. Los movimientos y cambios de las cosas en el modelo de simulación ocurren en el “momento” adecuado y en el orden correcto, y tienen los efectos indicados en cada uno y en las variables de acumuladores estadísticos.

Así, la simulación proporciona una forma concreta, “fuerza bruta” de tratar directamente con el modelo. No hay nada misterioso acerca de cómo funciona, sólo unas cuantas ideas básicas y muchos detalles y contabilidad que un software como Arena maneja por usted.

2.3 Piezas de un modelo de simulación

En esta sección se hablará de varias partes de un modelo de simulación, con referencia al ejemplo.

2.3.1 Entidades

La mayoría de las simulaciones incluyen “jugadores” llamados *entidades* que se mueven alrededor, cambian de estatus, afectan y son afectados por otras entidades y el estado del sistema, y afectan las medidas de desempeño de los resultados. Las entidades son objetos *dinámicos* en la simulación, por lo general son creados, se mueven alrededor durante un tiempo y después son desecharados conforme se van. Sin embargo, es posible tener entidades que nunca se van sino que se mantienen circulando en el sistema. No obstante, todas las entidades deben ser creadas, ya sea por usted o de forma automática por el software.

Las entidades del ejemplo son las partes a procesar. Se crean cuando llegan, se mueven a través de la cola (si es necesario), se les da servicio con la perforadora y se les desecha conforme se van. Aun cuando sólo hay un tipo de entidad en el ejemplo, puede haber muchas “copias” o *realizaciones* independientes en existencia al mismo tiempo, así como muchas partes independientes de este tipo en el sistema real en un tiempo dado.

La mayoría de las entidades representan cosas “reales” en una simulación. Usted puede tener muchos tipos diferentes de entidades y muchas realizaciones de cada tipo de entidad existente en el modelo en un tiempo dado. Por ejemplo, podría tener varios *tipos* diferentes de partes, que quizás requieran diferentes procesamientos y asignaciones de ruta y que tengan di-

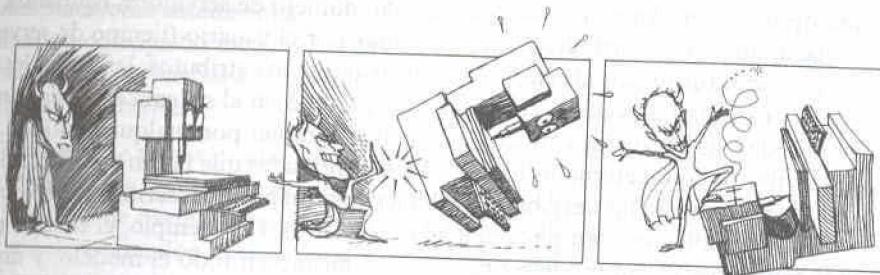


Figura 2-2. Un demonio de falla victorioso

ferente prioridad; más aún, podría haber diversas realizaciones de cada tipo de parte flotando en el modelo en un momento dado.

Sin embargo, existen situaciones en donde pueden aparecer entidades “falsas” (o “lógicas”) no correspondientes a nada tangible para hacerse cargo de ciertas operaciones de modelado. Por ejemplo, una manera de modelar fallas mecánicas es mediante la creación de un “demonio de falla” (véase la figura 2-2) que esté escondido durante el tiempo de funcionamiento de la máquina y salga corriendo y patee la máquina cuando se supone que se interrumpe su función, se pose triunfante sobre ella hasta que se le repare y después corra a refugiarse de nuevo y comience otro periodo al acecho que represente el siguiente tiempo de funcionamiento de la máquina. Un ejemplo similar es un “ángel de pausa” que llega con periodicidad y toma un servidor fuera de servicio. (Para ambos ejemplos Arena tiene construcciones de modelado ya incluidas que no requieren la creación de entidades falsas.)

Comprender qué son las entidades es la primera cosa que usted necesita hacer en la modelación de un sistema.

2.3.2 Atributos

Para individualizar las entidades, hay que añadirles *atributos*. Un atributo es una característica común de todas las entidades, pero con un valor específico que puede diferir entre las entidades. Por ejemplo, nuestras entidades de partes tienen atributos llamados *Fecha límite*, *Prioridad* y *Color* para indicar estas características en cada unidad individual. A usted le concierne descubrir qué atributos requieren sus entidades, nombrarlas, asignarles valores, cambiarlas conforme convenga y usarlas cuando sea el momento (todo es parte del modelado).

Lo más importante que hay que recordar acerca de los atributos es que sus valores están unidos a entidades específicas. Por lo general, el mismo atributo tendrá diferentes valores para diferentes entidades, así como diferentes partes tienen diferentes fechas límite, prioridades y códigos de color. Un atributo puede estar añadido a una entidad como una etiqueta, la cual puede diferir para caracterizar a las entidades de manera individual. Una analogía a la programación por computadora tradicional es que los atributos son variables *locales* a cada entidad individual. Arena mantiene la pista de algunos atributos de forma automática, pero se puede necesitar definir, asignar valores, cambiar y usar atributos tuyos.

2.3.3 Variables (globales)

Una *variable* (o *variable global*) es información que refleja alguna característica de su sistema, sin importar cuántos o qué tipos de entidades haya alrededor. Usted puede tener muchas variables diferentes en un modelo, pero cada una es única. Existen dos tipos de variables: las

incorporadas en Arena (número en la cola, número de servidores ocupados, tiempo en el reloj de la simulación actual, etc.) y las definidas por el usuario (tiempo de servicio medio, tiempo de traslado, turno actual, etc.). Al contrario que los atributos, las variables no están unidas a ninguna entidad específica, sino más bien pertenecen al sistema en su conjunto. Tienen acceso para todas las entidades y muchas se pueden cambiar por cualquier entidad. Si usted piensa en los atributos como etiquetas añadidas a las entidades que flotan en la actualidad por el cuarto, entonces piense en las variables como escritura (capaz de reescribirse) en la pared.

Las variables se usan para muchos propósitos. Por ejemplo, el tiempo para moverse entre dos estaciones de un modelo podría ser el mismo en todo el modelo, y una variable llamada *Tiempo de transferencia* podría definirse y fijarse a un valor apropiado y después usarse en donde sea que se necesite; en un modelo modificado en donde este tiempo se fija a una constante diferente, usted sólo necesitaría cambiar la definición de *Tiempo de transferencia* para cambiar su valor en todo el modelo. Las variables también pueden representar algo que cambia *durante* la simulación, como el número de partes en cierta área de subensamble en un modelo más grande que se incrementa en una unidad cuando una entidad entra en el área y que disminuye una unidad cuando deja la misma. Las variables de Arena pueden ser vectores o matrices si es conveniente organizar la información como listas o tablas de dos dimensiones de valores individuales.

Algunas variables incorporadas en Arena para nuestro modelo incluyen el estado de la perforadora (ocupada o no), el tiempo (reloj de la simulación) y la longitud actual de la cola.

2.3.4 Recursos

Con frecuencia las entidades compiten entre ellas por el servicio de los *recursos* que representan cosas, como personal, equipo o espacio en el área de almacenaje de tamaño limitado. Una entidad *se aprovecha de* (unidades de) un recurso cuando está disponible y lo(s) *libera* cuando termina. Es mejor pensar en el recurso como una donación a la entidad más que pensar que a la entidad se le asigna el recurso, puesto que una entidad (como una parte) podría necesitar un servicio simultáneo de múltiples recursos (como una máquina y una persona).

Un recurso puede representar un grupo de varios servidores individuales, cada uno de los cuales se denomina una *unidad* de ese recurso. Esto es muy útil para el modelo; por ejemplo, varios agentes “paralelos” idénticos en una ventanilla de boletos en una aerolínea. El número de unidades disponibles de un recurso puede cambiarse durante la ejecución de la simulación para representar agentes yendo a un descanso o abriendo estaciones si las cosas se complican. Si un recurso tiene unidades múltiples o un número variable de unidades, se debe generalizar la definición de la sección 2.1.2 del uso de un recurso para que sea el tiempo promedio del número de unidades del recurso que está siendo ocupado, dividido entre el número promedio de unidades del recurso que están disponibles. En el ejemplo sólo hay una perforadora, así que el recurso tiene una sola unidad disponible todo el tiempo.

2.3.5 Colas

Cuando una entidad no puede seguir adelante, quizás porque necesita aprovechar una unidad de un recurso que está inmovilizada por otra entidad, se requiere un lugar para esperar, que es la *cola*. En Arena, las colas tienen nombres y pueden tener también capacidades de representación; por ejemplo, el espacio de suelo limitado para un amortiguador. Usted deberá decidir cómo manejar una entidad que llega a una cola que ya está llena.

2.3.6 Acumuladores estadísticos

Para que usted obtenga las mediciones de desempeño de resultados, debe mantener la pista de algunas *variables intermedias de acumuladores estadísticos* conforme progrese la simulación. En el ejemplo se observarán:

- El número de partes producidas hasta el momento.
- El total de los tiempos de espera en la cola hasta el momento.
- El número de partes que pasaron a través de la cola hasta el momento (esto se necesita como denominador en el promedio de medidas de los resultados de tiempo de espera).
- El mayor tiempo gastado en la cola que se haya observado hasta el momento.
- El total del tiempo gastado en el sistema por todas las partes que han salido hasta el momento.
- El tiempo más largo en el sistema que se haya observado hasta el momento.
- El área hasta el momento bajo la curva de longitud de la cola $Q(t)$.
- El nivel más alto que $Q(t)$ haya logrado hasta el momento.
- El área hasta el momento debajo de la función de la ocupación del servidor $B(t)$.

Todos estos acumuladores deberían inicializarse en 0. Cuando algo sucede en la simulación, los acumuladores afectados se deben actualizar de la forma apropiada.

Arena cuida la mayor parte (pero a veces no toda) de la acumulación estadística que es probable que no se quiera, así que la mayoría de esto será invisible para usted a menos que lo pida en algunas situaciones. Pero en esta simulación todo se hará de forma manual, para que usted vea cómo se hace y lo haga en Arena si lo requiere.

2.3.7 Eventos

Ahora vayamos al funcionamiento de las cosas cuando se ejecuta el modelo. Básicamente todo está centrado alrededor de los eventos. Un *evento* es algo que sucede en un instante de tiempo (simulado) que puede cambiar atributos, variables o acumuladores estadísticos. En el ejemplo existen tres tipos de eventos:

- **Llegada:** Una nueva parte entra en el sistema.
- **Salida:** Una parte termina su servicio en la perforadora y deja el sistema.
- **Fin:** La simulación se detiene a los 20 minutos de tiempo. (Podría parecer más artificial designar esto como un evento, pero con certeza cambia las cosas, y ésta es una manera de detener una simulación.)

Además de los eventos anteriores, debe haber un inicio para establecer las cosas. Después se explicará la lógica de cada evento con más detalle.

Otras cosas suceden en el modelo ejemplar, pero no necesitan ser eventos separados. Así, las partes dejan la cola y comienzan su servicio en la perforadora, lo cual cambia el sistema y sólo sucede debido a que existe una salida de alguna otra entidad, lo cual constituye un evento.

Para ejecutarse, una simulación debe mantener el rastro de los eventos que se supone sucedan en el futuro (simulado). En Arena, esta información se almacena en un *calendario de eventos*. No se entrará en detalles de la estructura de datos del calendario de eventos, pero aquí está la idea: cuando la lógica de la simulación lo exige, un *registro* de información para un evento futuro se coloca en el calendario de eventos. Dicho registro contiene la identificación de la entidad involucrada y el tiempo y tipo del evento. Arena coloca cada evento programado

en el calendario de tal manera que el siguiente (más próximo) evento está siempre al inicio del calendario (el nuevo registro de eventos se *clasifica* en el calendario en orden ascendente de los tiempos de evento). Cuando llega el momento de ejecutar el siguiente evento, el registro de la parte superior se saca del calendario y la información de este registro se usa para ejecutar la lógica apropiada, parte de la cual podría ser colocar uno o más registros de eventos nuevos en el calendario. Es posible que en un tiempo determinado no tenga sentido tener algún evento programado (en el modelo, si la perforadora está desocupada, no se desea programar un evento de salida), en cuyo caso no hay un registro para ese evento específico en el calendario, así que no puede suceder después. Aunque este modelo no lo requiere, también es posible tener programados varios eventos del mismo tipo en el calendario, para diferentes tiempos y diferentes entidades.

En un modelo de evento discreto las variables que describen el sistema no cambian entre los eventos sucesivos. La mayor parte del trabajo en la simulación dirigida por eventos incluye obtener el derecho lógico de lo que sucede con cada tipo de evento. Como se verá más adelante, la modelación con Arena en general le evita definir esta lógica de eventos detallada de forma explícita, aunque lo puede hacer si lo que desea es representar algo muy peculiar para su modelo, el cual Arena no puede manejar de manera directa.

2.3.8 Reloj de simulación

El valor actual del tiempo en la simulación se mantiene en una variable llamada *reloj de simulación*. A diferencia del tiempo real, el reloj de simulación no se encarga de todos los valores ni fluye de manera continua; más bien va del tiempo de un evento al tiempo del siguiente evento programado. Puesto que nada cambia entre los eventos, no hay necesidad de desperdiciar tiempo (real) analizando el tiempo (simulado) que no importa.

El reloj de simulación interactúa de forma cercana con el calendario de eventos. Al inicio de la simulación, y después de ejecutar cada evento, el registro de la parte alta del calendario de eventos (siempre el único para el siguiente evento) se retira del calendario. El reloj de simulación oscila hacia adelante al tiempo de ese evento (uno de los campos de datos en el registro de eventos) y la información del registro de eventos retirado (identificación de entidad, tiempo del evento y tipo de evento) se usa para ejecutar el evento en ese instante de tiempo simulado. Cómo se ejecuta el evento depende de qué tipo de evento se trate así como del estado del modelo en ese tiempo, pero en general podría incluir la actualización de variables y acumuladores estadísticos, la alteración de los atributos de la entidad y la colocación de nuevos registros de eventos en el calendario.

El reloj de simulación y el calendario de eventos en la simulación manual son piezas importantes de cualquier simulación dinámica, así que Arena mantiene su rastro (el reloj es una variable llamada TNOW en Arena).

2.3.9 Empezar y parar

Es muy importante cómo empezará y se detendrá la simulación, aunque a veces esto se pasa por alto. Para este ejemplo se han hecho suposiciones específicas, así que será fácil entender cómo traducirlas a valores para los atributos, las variables, los acumuladores, el calendario de eventos y el reloj.

Arena hace muchas cosas de forma automática, pero no puede decidir el modelado de temas como las reglas de inicio y detención. Usted debe determinar las condiciones de inicio apropiadas, cuánto debe durar una ejecución y si debe detenerla en un tiempo determinado

(así como se hará a los 20 minutos) o si debe detenerse cuando algo específico suceda (por ejemplo, tan pronto como se produzcan 100 partes). Es importante pensar en esto y hacer suposiciones consistentes con lo que se está modelando; las decisiones pueden tener un gran efecto en sus resultados como cosas tan obvias como valores de parámetros de entrada (como medias de tiempo entre llegadas, varianzas de tiempo de servicio y el número de máquinas).

Se debería hacer *algo* específico (y consciente) para detener la simulación con Arena, ya que en muchas situaciones tomar todas las omisiones causará que su simulación se ejecute por siempre (o hasta que uno se canse de esperar y la destruya, lo que pase primero).

2.4 Simulación manual dirigida por eventos

Se le permitirá a usted tener los detalles rudos de la simulación manual en esta sección, después de esbozar la acción y de definir cómo seguirle el rastro a las cosas.

2.4.1 Esbozo de la acción

Aquí está cómo van aproximadamente las cosas para cada evento:

- **Llegada:** Aparece una parte nueva.
 - Programe la siguiente parte nueva para que llegue después, en el siguiente tiempo de llegada, al colocar un nuevo registro de evento para ella en el calendario de eventos.
 - Actualice las estadísticas de tiempo continuo (entre el último evento y el nuevo).
 - Almacene el tiempo de llegada de la parte que llega (el valor actual del reloj) en un atributo, el cual se necesitará después para calcular su tiempo total en el sistema y quizás el tiempo que tarda esperando en la cola.
 - Si la perforadora está desocupada, la parte que llega va directa al servicio (experimentando un tiempo en cola igual a cero), así que la perforadora se ocupa y el final del servicio de esta parte se programa. Haga coincidir el tiempo de esta parte en la cola (cero).
 - Por otro lado, si la perforadora ya está ocupada con otra parte, la que llega se pone al final de la cola y la variable de longitud de cola se incrementa.
- **Salida:** La parte con la que trabaja la perforadora está terminada y lista para partir.
 - Aumente el acumulador estadístico de producción de números.
 - Calcule y haga coincidir el tiempo total en el sistema de la parte que se va al tomar el valor actual del reloj menos el tiempo de llegada de la parte (almacenado en un atributo durante el evento de llegada).
 - Actualice las estadísticas de tiempo continuo.
 - Si existe cualquier parte en la cola, saque la primera, calcule y haga coincidir su tiempo en la cola (que ahora termina), y comience su servicio en la perforadora al programar su evento de partida (esto es, colóquelo en el calendario de eventos).
 - Por otra parte, si la cola está vacía, entonces desocupe la perforadora. Observe que en este caso no existe ningún evento programado de partida en el calendario de eventos.
- **Fin:** Termina la simulación.
 - Actualice las estadísticas de tiempo continuo al final de la simulación.
 - Calcule y reporte el resumen final de las mediciones de desempeño de los resultados.

Después de cada evento (excepto el evento final) se retira el registro de la parte de arriba del calendario del evento, indicando qué evento sucederá después y en qué momento. El reloj de simulación se avanza a ese momento y se lleva a cabo la lógica apropiada.

2.4.2 Mantenimiento del rastro de las cosas

Todos los cálculos para la simulación manual se detallan en la tabla 2-2. Los rastros de $Q(t)$ y $B(t)$ sobre la simulación completa están en la figura 2-3. Cada línea de la tabla 2-2 representa un evento concerniente a una parte específica (en la primera columna) en un tiempo t (en la segunda columna) y la situación *después* de completar la lógica para ese evento (en las otras columnas). Los otros grupos de columnas son:

- **Evento:** Describe lo que acaba de pasar; Lleg y Sal significan llegada y salida, respectivamente.
- **Variables:** Son los valores del número $Q(t)$ de partes en la cola y la función $B(t)$ de la ocupación del servidor.
- **Atributos:** Cada tiempo de llegada de la entidad que llega se asigna cuando llega y se arrastra. Si una parte está en servicio en la perforadora, su tiempo de llegada está en la orilla derecha de la columna y no entre paréntesis. Los tiempos de llegada de cualquier parte de la cola, ordenados de derecha a izquierda (para corresponder con la figura 2-1), se extienden hacia atrás a la izquierda y están entre paréntesis. Por ejemplo, al final de la ejecución, la parte en servicio llegó en un tiempo de 18.69, y la primera parte (y única) de la cola llegó en un tiempo de 19.39. Se debe mantener el rastro de esos tiempos para calcular el tiempo en la cola de una parte cuando entra en la perforadora después de haber esperado en la cola, así como el tiempo total en el sistema de una parte cuando ésta se va.
- **Acumuladores estadísticos:** Debemos iniciarlos y después actualizarlos conforme se avanza, para observar lo que sucede. Ellos son:

P = el número total de partes producidas hasta el momento.

N = el número de entidades que han pasado a través de la cola hasta el momento.

ΣWQ = la suma de los tiempos de la cola que se han observado hasta el momento.

WQ^* = el tiempo máximo en la cola observado hasta el momento.

ΣTS = la suma de los tiempos totales en el sistema observados hasta el momento.

TS^* = el tiempo total máximo en el sistema observado hasta el momento.

$\int Q$ = el área debajo de la curva $Q(t)$ hasta el momento.

Q^* = el máximo valor de $Q(t)$ hasta el momento.

$\int B$ = el área bajo la curva $B(t)$ hasta el momento.

- **Calendario de eventos:** Registro de eventos como se describió antes. Note que en cada tiempo del evento el registro de hasta arriba en el calendario de eventos se convierte en las tres primeras entradas debajo del “evento recién terminado” en la orilla izquierda de la tabla completa en la siguiente fila, en el siguiente tiempo de evento.

Tabla 2-2. Registro de la simulación manual

Entidad	Evento finalizado recientemente	Tiempo	Tipo de evento	Variables		Atributos		Acumuladores estadísticos				Calendario de eventos			
				Q(t)	B(t)	(En colas)	En servicio	P	N	ΣW_Q	W_Q^*	ΣTS	TQ^*	Q^*	f_B
-	0,00	Inicio	0 0	0	0	()	*	0	0	0,00	0,00	0,00	0	0,00	[1, 20,00, Lieg, Final]
1	0,00	Lieg	0 1	()	0,00	0	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0	0,00	[1, 20,00, Sal, Final]
2	1,73	Lieg	1 1	(1,73)	0,00	0	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1	1,73	[1, 20,00, Sal, Lieg, Final]
3	2,90	Sal	0 1	()	1,73	1	2	1,17	1,17	2,90	2,90	1,17	1	2,90	[1, 20,00, Lieg, Sal, Final]
3	3,08	Lieg	1 1	(3,08)	1,73	1	2	1,17	1,17	2,90	2,90	1,17	1	3,08	[1, 20,00, Sal, Lieg, Final]
4	3,79	Lieg	2 1	(3,79, 3,08)	1,73	1	2	1,17	1,17	2,90	2,90	1,17	1	3,79	[1, 20,00, Lieg, Sal, Final]
5	4,41	Lieg	3 1	(4,41, 3,79, 3,08)	1,73	1	2	1,17	1,17	2,90	2,90	1,17	1	4,41	[1, 20,00, Sal, Lieg, Final]
6	4,66	Sal	2 1	(4,41, 3,79)	3,08	2	3	2,75	1,58	5,83	2,93	3,87	3	4,66	[1, 20,00, Lieg, Sal, Final]
3	8,05	Sal	1 1	(4,41)	3,79	3	4	7,01	4,26	10,80	4,97	10,65	3	8,05	[1, 20,00, Lieg, Sal, Final]
4	12,57	Sal	0 1	()	4,41	4	5	15,17	8,16	19,58	8,78	15,17	3	12,57	[1, 20,00, Lieg, Sal, Final]
5	17,03	Sal	0 0	()	-	5	5	15,17	8,16	32,20	12,62	15,17	3	17,03	[1, 20,00, Lieg, Sal, Final]
6	18,69	Lieg	0 1	()	18,69	5	6	15,17	8,16	32,20	12,62	15,17	3	18,69	[1, 20,00, Lieg, Sal, Final]
7	19,39	Lieg	1 1	(19,39)	18,69	5	6	15,17	8,16	32,20	12,62	15,17	3	19,39	[1, 20,00, Lieg, Sal, Final]
-	20,00	Final	1 1	(19,39)	18,69	5	6	15,17	8,16	32,20	12,62	15,78	3	18,34	[1, 20,00, Sal, Lieg]

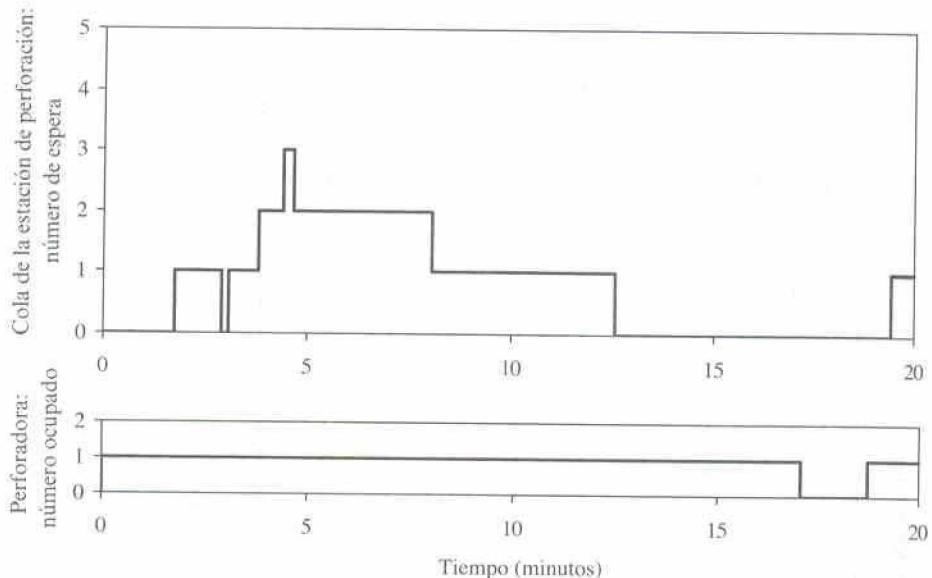


Figura 2-3. Curvas de tiempo continuo para la simulación manual

2.4.3 Llevarla a cabo

Éste es un breve relato de la acción:

- **$t = 0.00$, Inic:** Se inicia el modelo con todas las variables y acumuladores en 0, la cola vacía, la perforadora desocupada y el calendario de eventos preparado con la primera llegada que sucede en el tiempo 0.00 y el fin de la simulación programado para que se dé en el tiempo 20.00. Para ver lo que sucede después, sólo saque el registro del primer evento del calendario de evento: la llegada de la entidad 1 en el tiempo 0.00.
- **Entidad 1, $t = 0.00$, Lleg:** La llegada de la siguiente (segunda) parte se programa al crear una entidad parte 2, fijando su tiempo de llegada en el tiempo actual (0) más su tiempo entre llegadas (1.73, de la tabla 2-1) y colocándola en el calendario de eventos. Mientras tanto, la parte que llega en este momento (parte 1) ocupa la perforadora y el tiempo de llegada, 0.00 de esta parte se almacena en su atributo (no entre paréntesis). La cola aún está vacía porque esta parte encuentra desocupada la perforadora y comienza su servicio de forma inmediata (así que el paréntesis a contener los tiempos de llegada de las partes en la cola no tiene nada entre ellos). Puesto que la entidad pasó a través de la cola (con tiempo 0 en la cola), aumenta N y aumenta ΣWQ con el tiempo de espera en la cola (0), y se revisa para ver si ocurre un tiempo máximo de espera en la cola (no). No ha habido aún producción, así que P permanece en 0. No se ha observado todavía ningún tiempo total en el sistema, así que ΣTS y TS^* permanecen sin cambios. Las estadísticas de tiempo continuo fQ , Q^* , y fB permanecen en 0 puesto que no ha pasado el tiempo. Con referencia a la tabla 2-1, el tiempo de servicio para la parte 1 se establece en 2.90 minutos y la entidad de la parte 1 se regresa al calendario de eventos. Al quitar el registro de la parte alta del calendario de eventos, el siguiente evento será la llegada de la entidad 2 en el tiempo 1.73.

- **Entidad 2, $t = 1.73$, Lleg:** La llegada de la siguiente parte (tercera) se programa al crear una entidad de la parte tres, colocando su tiempo de llegada en el tiempo actual (1.73) más su tiempo entre llegadas (1.35, de la tabla 2-1), y colocándolo en el calendario de eventos, que guarda la llegada de esta parte en el tiempo $1.73 + 1.35 = 3.08$. Mientras tanto, la parte que llega ahora (parte 2) encuentra la perforadora todavía ocupada (con la parte 1), así que debe hacer cola. La perforadora aún está ocupada, así que $B(t)$ se mantiene en 1, pero la longitud de la cola $Q(t)$ se incrementa de 0 a 1. Ahora hay una cola y el tiempo de llegada (que ahora es 1.73) de la parte en la cola (la parte 2 que actualmente llega) se almacena como un atributo de aquella parte en la cola (entre paréntesis); la parte 1, que llegó en el tiempo 0.00, aún está en servicio. Este evento no da como resultado ninguna nueva producción ni nuevas observaciones de tiempo en la cola, así que P , N , ΣWQ , WQ^* , ΣTS y TS siguen sin cambios. $\int Q$ se aumenta por $0 \times (1.73 - 0.00) = 0$ y $\int B$ se aumenta por $1 \times (1.73 - 0.00) = 1.73$. Dado que el nuevo valor de $Q(t)$ es 1, que es mayor que el previo $Q^* = 0$, se coloca $Q^* = 1$ como la nueva longitud de cola máxima observada hasta este punto. No actualizamos el tiempo de la siguiente partida puesto que queda (correctamente) programada como el tiempo de partida de la parte 1, que llegó antes y ahora está parcialmente procesada. El siguiente evento será la salida de la parte 1 en el tiempo 2.90.
- **Entidad 1, $t = 2.90$, Sal:** Dado que este evento es de salida, no se necesita programar la siguiente llegada —ya está en camino, con el (correcto) evento de llegada [3, 3.08, Lleg] en el calendario de eventos. La parte 1 ahora está siendo procesada por la perforadora y partirá. Puesto que hay una cola, la perforadora se mantendrá ocupada, así que $B(t)$ se mantiene en 1, pero $Q(t)$ disminuye (de 1 a 0) y la cola se queda vacía (cuando la parte 2, que llegó en el tiempo 1.73, la deja para entrar en servicio). El tiempo de espera de la parte 2 en la cola de duración $2.90 - 1.73 = 1.17$ ahora está completo y se suma a ΣWQ y N se incrementa; éste es un nuevo tiempo de espera máximo en la cola, así que WQ^* se redefine en 1.17. Una parte terminada (parte 1) se produjo, así que P se incrementa y el tiempo total en el sistema para la parte 1 se calcula como $2.90 - 0.00 = 2.90$, que se suma en ΣTS ; éste es un nuevo tiempo total máximo en el sistema, así que TS^* se actualiza a 2.90. Nosotros aumentamos $\int Q$ por $1 \times (2.90 - 1.73) = 1.17$, y $\int B$ se aumenta por la misma cantidad. No se realizó ningún nuevo máximo para $Q(t)$, así que Q^* está sin cambio en 1. En la tabla 2-1, el siguiente tiempo de servicio es 1.76, por lo tanto, la siguiente salida (de la parte 2, que ahora está entrando a servicio) será en el tiempo $2.90 + 1.76 = 4.66$. El siguiente evento es la llegada de la parte 3 en el tiempo 3.08.
- **Entidad 3, $t = 3.08$, Lleg:** La llegada de la siguiente parte (cuarta) se programó al crear una entidad de parte 4, ajustando su tiempo de llegada en $3.08 + 0.71 = 3.79$ (0.71 es el siguiente tiempo entre llegadas en la tabla 2-1) y colocándolo en el calendario de eventos. Mientras tanto, la parte que llega ahora (parte 3) aún encuentra ocupada la perforadora (con la parte 2), así que la parte 3 hace cola. La perforadora aún está ocupada, así que $B(t)$ se mantiene en 1, pero la longitud de la cola $Q(t)$ se incrementa de 0 a 1. El tiempo de llegada (3.08) de la parte en la cola (la parte 3 que actualmente llega) se almacena como un atributo de esa parte; la parte 2, que llegó en el tiempo 1.73, sigue en servicio. Con este evento, no se experimenta ninguna nueva producción u observación del tiempo en la cola, así que P , N , ΣWQ , WQ^* , ΣTS y TS^*

siguen sin cambios. $\int Q$ se aumenta por $0 \times (3.08 - 2.90) = 0$ y $\int B$ se aumenta por $1 \times (3.08 - 2.90) = 0.18$. El nuevo valor de $Q(t)$ es 1, que no es mayor que el anterior $Q^* = 1$, así que se deja $Q^* = 1$ sin cambio. Nosotros no actualizamos el tiempo de la siguiente salida puesto que aún está (correctamente) programada como el tiempo de salida de la parte 2, que llegó antes y ahora está parcialmente procesada. El siguiente evento será la llegada de la parte 4 en el tiempo 3.79.

- **Entidad 4, $t = 3.79$, Lleg:** La llegada de la siguiente parte (quinta) se programó para el tiempo $3.79 + 0.62 = 4.41$. La parte que llega ahora (parte 4) se forma en la cola dado que la perforadora está ocupada; $B(t)$ se mantiene en 1 y la longitud de la cola $Q(t)$ se incrementó a 2. El tiempo de llegada (3.79) de la parte 4, que está llegando, se almacena como una característica de esa parte y se coloca al final de la cola (la cola es FIFO); la parte 2, que llegó en el tiempo 1.73, aún está en servicio. No se está experimentando ninguna nueva producción u observación de tiempo en la cola, así que $P, N, \Sigma WQ, WQ^*, \Sigma TS$ y TS^* siguen sin cambios. $\int Q$ se aumenta por $1 \times (3.79 - 3.08) = 0.71$ y $\int B$ se aumenta por $1 \times (3.79 - 3.08) = 0.71$. El nuevo valor de $Q(t)$ es 2, que es mayor que el anterior $Q^* = 1$, así que ahora $Q^* = 2$. No actualizamos el tiempo de la siguiente salida, dado que está programado (correctamente) como el tiempo de salida de la parte 2. El siguiente evento será la llegada de la parte 5 en el tiempo 4.41.
- **Entidad 5, $t = 4.41$, Lleg:** La llegada de la siguiente parte (sexta) se programa para un tiempo de $4.41 + 14.28 = 18.69$. La parte que llega ahora (parte 5) se une al final de la cola; $B(t)$ se mantiene en 1, la longitud de la cola $Q(t)$ se incrementa a 3 y la parte 2 continúa en servicio. Igual que en el evento anterior $P, N, \Sigma WQ, WQ^*, \Sigma TS$ y TS^* siguen sin cambios. $\int Q$ se aumenta por $2 \times (4.41 - 3.79) = 1.24$ y $\int B$ se aumenta por $1 \times (4.41 - 3.79) = 0.62$. $Q(t)$ aumentó a 3, un nuevo máximo, así que $Q^* = 3$. El tiempo de la siguiente salida aún está programado (correctamente) como el tiempo de salida de la parte 2 en el tiempo 4.66, que ahora flota hacia arriba del calendario de eventos y será el siguiente evento a ocurrir.
- **Entidad 2, $t = 4.66$, Sal:** La parte 2 está hecha y lista para salir. Dado que hay una cola, la perforadora estará ocupada así que $B(t)$ se mantiene en 1, pero $Q(t)$ disminuyó a 2. La cola avanza y la primera parte de ella (la parte 3, que llegó en el tiempo 3.08) entrará en servicio. Ahora se ha completado un tiempo de espera en la cola de duración $4.66 - 3.08 = 1.58$ para la parte 3, que se suma a ΣWQ , y N aumenta; éste es un nuevo tiempo de espera máximo en la cola, así WQ^* cambia a 1. Se produce una nueva parte por lo que P aumenta a 2 y el tiempo total del sistema de la parte 2 se calcula como $4.66 - 1.73 = 2.93$, que se aumenta en ΣTS ; éste es un nuevo tiempo total máximo del sistema, así que TS^* cambia a 2.93. $\int Q$ se aumenta en $3 \times (4.66 - 4.41) = 0.75$ y $\int B$ se aumenta en $1 \times (4.66 - 4.41) = 0.25$. No se ha realizado un nuevo máximo para $Q(t)$, así que Q^* no tiene cambios. La siguiente salida (de la parte 3, que ahora está entrando en servicio) se programa para el tiempo $4.66 + 3.39 = 8.05$; no se necesita actualizar el tiempo de la siguiente llegada. El siguiente evento es la salida de la entidad 3 en el tiempo 8.05.
- **Entidad 3, $t = 8.05$, Sal:** La parte 3 sale. La parte 4, primera en la cola, entra en servicio y agrega su tiempo de espera en la cola $8.05 - 3.79 = 4.26$ (un nuevo máximo) a ΣWQ y N aumenta; $B(t)$ se mantiene en 1 y $Q(t)$ disminuye a 1. El tiempo total en el sistema de la parte 3 es $8.05 - 3.08 = 4.97$ (un nuevo máximo), que se suma a ΣTS ; P aumenta. $\int Q$ se aumenta $2 \times (8.05 - 4.66) = 6.78$ y $\int B$ se aumenta $1 \times (8.05 - 4.66) = 3.39$; Q^* no tiene cambios. La siguiente salida (de la parte 4, que está entrando en servicio) está programada para el

tiempo $8.05 + 4.52 = 12.57$; no se necesita actualizar el tiempo de la siguiente llegada. El siguiente evento es la salida de la entidad 4 en el tiempo 12.57.

- **Entidad 4, $t = 12.57$, Sal:** La parte 4 sale. La parte 5 entra en servicio, suma su tiempo de espera en la cola $12.57 - 4.41 = 8.16$ (un nuevo máximo) a ΣWQ y N aumenta; $B(t)$ se mantiene en 1 y $Q(t)$ disminuye a 0 (así que la cola se vacía, aunque una parte esté en servicio). El tiempo total en el sistema de la parte 4 es $12.57 - 3.79 = 8.78$ (un nuevo máximo), que se suma a ΣTS , y P aumenta. $\int Q$ aumenta $1 \times (12.57 - 8.05) = 4.52$ y $\int B$ aumenta la misma cantidad; Q^* no tiene cambios. La siguiente salida (de la parte 5, que ahora está entrando en servicio) está programada para el tiempo $12.57 + 4.46 = 17.03$; no se necesita actualizar el tiempo de la siguiente llegada. El siguiente evento es la salida de la entidad 5 en el tiempo 17.03.
- **Entidad 5, $t = 17.03$, Sal:** La parte 5 sale. Puesto que la cola está vacía, la perforadora se desocupa — $B(t)$ se fija en 0— y no se observa un nuevo tiempo de espera en la cola, así que ΣWQ , WQ^* y N se mantienen sin cambios. El tiempo total en el sistema de la parte 5 es $17.03 - 4.41 = 12.62$ (un nuevo máximo), que se suma a ΣTS y P aumenta. $\int Q$ se aumenta $0 \times (17.03 - 12.57) = 0$ y $\int B$ se aumenta $1 \times (17.03 - 12.57) = 4.46$; Q^* no tiene cambios. Puesto que no hay una nueva parte en servicio en la perforadora, el calendario de eventos se mantiene sin un evento de salida programado; no se necesita actualizar el tiempo de la siguiente llegada. El siguiente evento es la llegada de la entidad 6 en el tiempo 18.69.
- **Entidad 6, $t = 18.69$, Lleg:** Este evento procesa la llegada de la parte 7 al sistema, que ahora está vacío de partes y la perforadora está desocupada, así que este es el mismo escenario que en la llegada de la parte 1 en el tiempo 0; la “experiencia” de la parte 7 es (probabilísticamente) idéntica a la de la parte 1. La llegada de la siguiente parte (séptima) está programada para el tiempo $18.69 + 0.70 = 19.39$. Mientras tanto, la parte 6 que llega ocupa la perforadora, pero la cola sigue vacía porque esta parte encuentra la perforadora desocupada y comienza el servicio de inmediato. El tiempo de espera en la cola de la parte 6 es 0, así que N se incrementa a 6, y ΣWQ se “aumenta” en 0, que ciertamente no es un nuevo tiempo de espera máximo en la cola. Ninguna parte está saliendo, así que no hay cambios en P , ΣTS o TS^* . Puesto que $Q(t)$ y $B(t)$ están en 0 desde el evento anterior, no hay un cambio numérico en $\int Q$, $\int B$ o Q^* . La salida de la parte 6 está programada para el tiempo $18.69 + 4.36 = 23.05$ (así que no ocurrirá ya que esto es después de que la simulación termine, como se refleja en el orden del calendario de eventos actualizado). El siguiente evento es la llegada de la parte 7 en el tiempo 19.39.
- **Entidad 7, $t = 19.39$, Lleg:** La llegada de la siguiente parte (octava) está programada para el tiempo $19.39 + 15.52 = 34.91$, que es más allá del tiempo de terminación (20), así que no sucederá. La parte 8 se forma en la cola, $B(t)$ se mantiene en 1, y $Q(t)$ se incrementa a 1 (ningún nuevo máximo). Puesto que no se observa un nuevo tiempo de espera en la cola, N , ΣWQ y WQ^* están sin cambios; ya que ninguna parte sale, P , ΣTS y TS^* no tienen cambios. $\int Q$ se aumenta en $0 \times (19.39 - 18.69) = 0$ y $\int B$ se aumenta en $1 \times (19.39 - 18.69) = 0.70$. La siguiente salida ya está programada de forma adecuada. El siguiente evento será el final de la simulación en el tiempo 20.

Tabla 2-3. Medidas de desempeño de resultados finales de la simulación manual

Medidas de desempeño	Valores
Producción total	5 partes
Tiempo de espera promedio en la cola	2.53 minutos por parte (6 partes)
Tiempo de espera máximo en la cola	8.16 minutos
Tiempo total promedio en el sistema	6.44 minutos por parte (5 partes)
Tiempo total máximo en el sistema	12.62 minutos
Tiempo promedio del número de partes en la cola	0.79 partes
Número máximo de partes en la cola	3 partes
Uso de la perforadora	0.92 (proporción adimensional)

- $t = 20.00$, Final: La única tarea aquí es actualizar las áreas $\int Q$ y $\int B$ al final de la simulación, que en este estado aumentan $1 \times (20.00 - 19.39) = 0.61$ para ambas.

La última fila de la tabla 2-2 muestra la terminación, incluyendo los valores finales de los acumuladores estadísticos.

2.4.4 Resumen

La única limpieza requerida es calcular los valores finales de las medidas de desempeño de los resultados:

- El tiempo de espera promedio en la cola es $\Sigma WQ/N = 15.17/6 = 2.53$ minutos por parte.
- El tiempo total promedio en el sistema es $\Sigma TS/P = 32.20/5 = 6.44$ minutos por parte.
- La duración del tiempo promedio en la cola es $\int Q/t = 15.78/20 = 0.79$ partes (aquí t es el valor final, 20.00, del reloj de la simulación).
- El uso de la perforadora es $\int B/t = 18.34/20 = 0.92$.

La tabla 2-3 resume todas las medidas de resultados finales junto con sus unidades de medición.

Durante 20 minutos produjimos cinco partes terminadas; el tiempo de espera en la cola, los tiempos totales en el sistema y la duración en la cola no parecen ser tan malos; y la perforadora estuvo ocupada 92% del tiempo. Estos valores son considerablemente diferentes de lo que se hubiera supuesto u obtenido a través de un modelo de colas demasiado simplificado (véase el ejercicio 2-6).

2.5 Simulación orientada a eventos y procesos

La simulación manual con la que lidiamos en la sección 2.4 usa la *orientación de eventos* ya que el trabajo de modelado y de cómputo se centra en cuándo ocurren los eventos y qué sucede cuando ocurren. Esto permite tener el control de cualquier cosa, tener completa flexibilidad respecto a los atributos, las variables y el flujo lógico, y saber el estado completo de cualquier cosa en cualquier momento. Se observa fácilmente cómo esto podría ser codificado en cualquier lenguaje de programación o quizás con macros en una hoja de cálculo (sólo para modelos muy simples), lo cual se ha hecho muchas veces. Para una cosa la computación es bastante rápida con un código orientado por eventos y escrito a la medida. Mientras que la orientación de eventos parece muy simple en principio (aunque no muy divertida si es ma-

nual) y tiene algunas ventajas, es fácil imaginar que se vuelve muy complicada para modelos grandes con muchos tipos diferentes de eventos, entidades y recursos.

Una forma más natural de pensar acerca de muchas simulaciones es tomar el punto de vista de una entidad “típica” conforme atraviesa por el modelo, más que la orientación omnisciente del controlador maestro siguiendo el rastro de todos los eventos, entidades, atributos, variables y acumuladores estadísticos, como hicimos en la simulación manual orientada a eventos. Esta vista alternativa se centra en los *procesos* que realizan las entidades, así que se llama *orientación del proceso*. Como verá, esto es análogo a otra herramienta de modelado común, llamada diagrama de flujo. En este panorama se podría modelar el ejemplo simulado a mano en pasos como éste (pongase en la posición de una entidad típica de partes):

- Créese usted mismo (una nueva entidad llega).
- Escriba qué hora es ahora en uno de sus atributos para saber su tiempo de llegada después para los cálculos del tiempo de espera en la cola y del tiempo total en el sistema.
- Póngase al final de la cola.
- Espere en la cola hasta que la perforadora esté libre (la duración de esta espera podría ser de 0 si tiene suficiente suerte para encontrar la perforadora libre).
- Tome la perforadora (y sálgase de la cola).
- Calcule y cuente su tiempo de espera en la cola.
- Manténgase, o *retrátese*, por una cantidad de tiempo igual a sus requerimientos de servicio.
- Deje la perforadora (para que otras entidades pueden tomarla).
- Incremente el acumulador de contador de producción en la pared y cuente su tiempo total en el sistema.
- Dispóngase y sálgase.

Ésta es la clase de “programa” que se escribe con un lenguaje de simulación orientada a los procesos como SIMAN y también es la visión de cosas normalmente tomadas por Arena (que traduce su descripción tipo diagrama de flujo en un modelo SIMAN para correrlo, aunque usted no necesite ir dentro a menos que quiera; véase la sección 7.1.6). Es una forma mucho más natural de pensar acerca de la modelación, donde (muy importante) los modelos grandes pueden construirse sin la complejidad extrema que requerirían en un programa orientado a eventos. Pero esto requiere más apoyo tras bambalinas para tareas como tiempo de avance, manutención del rastro de estadísticas de tiempo continuo (que no se mostraron en la lógica orientada a los procesos) y generación de reportes de salida. El software de simulación como Arena proporciona este apoyo, así como una rica y poderosa variedad de construcciones de modelación que permite desarrollar modelos complejos de forma relativamente rápida y confiable.

La mayoría de las simulaciones de eventos discretos son *ejecutadas* en la orientación de eventos, incluso aunque nunca se pueda ver si se hace la modelación en la orientación de procesos. La naturaleza jerárquica de Arena permite entrar en la orientación de eventos si se necesita, con la finalidad de recuperar el control para modelar algo peculiar; en ese caso se debe pensar (y codificar) con la lógica orientada a eventos como se hizo en la simulación manual.

Por su facilidad y poder, la lógica orientada a procesos se ha vuelto muy popular y es el acercamiento que nosotros tomaremos desde ahora. Sin embargo, es bueno tener algún conocimiento de lo que pasa bajo el capó, así que primero lo hicimos sufrir a través del evento laborioso de simulación.

2.6 Aleatoriedad en la simulación

En esta sección analizaremos cómo (y por qué) se modela la aleatoriedad en la entrada del modelo de simulación y el efecto que puede tener esto en sus resultados. Necesitaremos algo de probabilidad y estadística, así que este podría ser un buen momento para echarle una mirada rápida (o una revisión meticulosa) al apéndice C y revisar algunas ideas básicas, terminología y anotaciones.

2.6.1 Entrada y salida aleatoria

La simulación en la sección 2.4 usó los datos de entrada de la tabla 2-1 para dirigir la simulación registrada en la tabla 2-2, dando como resultado las medidas de desempeño numéricas de salida reportadas en la tabla 2-3. Quizá esto sucedió de las 8:00 a las 8:20 en una particular mañana de lunes y si es en lo que usted está interesado, entonces está listo.

Pero tal vez usted esté interesado en más, como qué esperaría ver una mañana “típica” y cómo los resultados pueden diferir día con día. Puesto que es probable que los tiempos de llegada y servicio de las partes en otros días difieran de los de la tabla 2-1, el rastro de la acción en la tabla 2-2 quizás cambiará, así que las medidas de desempeño numéricas de salida tal vez serán diferentes de las que se obtuvieron en la tabla 2-3. Por lo tanto, una corrida sencilla del ejemplo simplemente no lo hará, dado que no tenemos idea realmente de cuán “típicos” son nuestros resultados o cuánta variabilidad puede estar asociada con ellos. En términos estadísticos, lo que se obtiene de una corrida simple de una simulación es una *muestra de tamaño uno*, que no sirve de mucho. Podría ser muy imprudente poner mucha fe en él, y más tomar decisiones importantes basadas sólo en ello. Si usted lanza un dado y sale un cuatro, ¿concluiría que las demás caras también son cuatro?

Así que la entrada aleatoria parece una maldición. Pero usted debería permitirla a menudo para hacer de su modelo una representación válida de la realidad, donde también debe ser considerablemente incierto. La forma en que por lo general las personas modelan esto, en lugar de usar una tabla de valores de entrada numéricos, es para especificar *distribuciones de probabilidad* a partir de las cuales se generan (o plasman o muestran) las observaciones y dirigen la simulación con ellas. Hablaremos en la sección 4.4 acerca de cómo usted puede determinar estas distribuciones de probabilidad de entrada usando el Arena Input Analyzer (analizador de entrada de Arena). Arena maneja internamente la generación de observaciones a partir de las distribuciones que usted especifique. No sólo esto hace su modelo más realista, sino que también le da la libertad de hacer más simulaciones de las que usted pudiera tener con datos observados y explorar simulaciones que usted no observó. Como es tediosa la generación de observaciones de entrada y hacer la simulación lógica, Arena (y las computadoras) lo hará por usted.

Pero la entrada aleatoria también induce la aleatoriedad en la salida. Exploraremos esto más en el resto de este capítulo, pero se abordará con mayor detalle en el capítulo 6, en la sección 7.2 y en el capítulo 12, y se mostrará cómo usar el analizador de salida de Arena, el analizador de proceso y el OptQuest®, de OptTek Systems, para ayudar a interpretar y enfrentar la aleatoriedad en la salida.

2.6.2 Repetición del ejemplo

Es tiempo de decir verdades: generamos los valores de entrada de la tabla 2-1 a partir de distribuciones de probabilidad en Arena. Los tiempos entre llegadas provienen de una distribución exponencial con una media de 5 minutos y los tiempos de servicio de una distribución triang-

lar con un mínimo de 1 minuto, una media de 3 minutos y un máximo de 6 minutos (el capítulo 3 indica cómo funciona todo esto en Arena). Hay que ver el apéndice D para una descripción de las distribuciones de probabilidad de Arena.

Así, en lugar de sólo la corrida simple de 20 minutos, podremos hacer varias (haremos cinco) corridas de 20 minutos independientes y estadísticamente idénticas, e investigaremos cómo cambian los resultados en una corrida y otra, indicando cómo podrían cambiar las cosas en la realidad de una mañana a otra. Cada corrida comienza y termina de acuerdo con las mismas reglas y usa los mismos conjuntos de parámetros (esta es la parte “estadísticamente idéntica”), pero usa números separados aleatorios de entrada (esta es la parte “independiente”) para generar los tiempos entre llegadas y de servicio reales usados para dirigir la simulación. Otra cosa que se debe hacer es *no aplazar* ninguna parte en la cola o en el proceso del final de una corrida al inicio de la siguiente ya que ellos podrían introducir un enlace, o correlación, entre una corrida y la siguiente; cualquier parte sin tanta suerte sólo déjela ir. Las corridas independientes y estadísticamente idénticas se llaman *repeticiones* de la simulación, y Arena lo ayuda a encargarse de ellas; sólo introduzca el número de repeticiones que desea en el cuadro de diálogo de la pantalla. Usted puede pensar en esto como tener cinco repeticiones de la tabla 2-1 para los valores de entrada, cada uno generando una repetición de la simulación registrada en la tabla 2-2, resultando en cinco repeticiones de la tabla 2-3 para todos los resultados.

Deseamos que nos admire (o nos compadezca) por hacer todo esto a mano, pero realmente sólo le pedimos a Arena que lo haga por nosotros; los resultados están en la tabla 2-4. La columna para la repetición 1 es la misma que está en la tabla 2-3, pero puede haber variaciones sustanciales entre repeticiones, así como varian las cosas en una fábrica a través de los días.

Tabla 2-4. Medidas de desempeño de salida finales de cinco repeticiones de la simulación manual

Medidas de desempeño	Repetición					Muestra		95%
	1	2	3	4	5	Prom.	D. est.	Mitad de ancho
Producción total	5	3	6	2	3	3.80	1.64	2.04
Tiempo promedio de espera en la cola	2.53	1.19	1.03	1.62	0.00	1.27	0.92	1.14
Tiempo máximo de espera en la cola	8.16	3.56	2.97	3.24	0.00	3.59*	2.93*	3.63*
Promedio de tiempo total en el sistema	6.44	5.10	4.16	6.71	4.26	5.33	1.19	1.48
Tiempo máximo total en el sistema	12.62	6.63	6.27	7.71	4.96	7.64*	2.95*	3.67*
Tiempo promedio del número de partes en la cola	0.79	0.18	0.36	0.16	0.05	0.31	0.29	0.36
Número máximo de partes en la cola	3	1	2	1	1	1.60*	0.89*	1.11*
Uso de la perforadora	0.92	0.59	0.90	0.51	0.70	0.72	0.18	0.23

*Tomar medias y desviaciones estándar de las medidas “máximas” podría tener una validez discutible, ¿cuál es la “máxima media” supuesta, bueno, la media? En estos casos podría ser mejor tomar el máximo de la máxima de repeticiones individuales si realmente quiere conocer los extremos.

Las columnas de la tabla 2-4 dan la media y la desviación estándar de la muestra (véase el apéndice C) entre los resultados de las repeticiones individuales para la medida de desempeño de salida en cada fila. La media de la muestra proporciona una indicación más estable de lo que hay que esperar de cada medida de desempeño que lo que sucede en una repetición individual, y la desviación estándar de la muestra mide la variación entre repeticiones.

Puesto que los resultados de las repeticiones individuales son independientes e idénticamente distribuidos, se puede formar un intervalo de confianza para la medida de desempeño μ esperada y verdadera (piense en μ como la media de la muestra entre un número infinito de repeticiones), como

$$\bar{X} \pm t_{n-1, 1-\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

donde \bar{X} es la media de la muestra, s es la desviación estándar de la muestra, n es el número de repeticiones (aquí $n = 5$) y $t_{n-1, 1-\alpha/2}$ es el $1 - \alpha/2$ punto crítico superior de la distribución t de Student con $n - 1$ grados de libertad. Por ejemplo, si se usa la medida de producción total, funciona para un intervalo de confianza de 95% ($\alpha = 0.05$) para

$$3.80 \pm 2.776 \frac{1.64}{\sqrt{5}}$$

o 3.80 ± 2.04 ; la mitad del ancho para los intervalos de confianza de 95% en las expectativas de todas las medidas de desempeño están en la última columna de la tabla 2-4. La interpretación correcta aquí es que al hacer cinco repeticiones de la simulación como lo hicimos, en cerca de 95% de los casos el intervalo formado como éste contendrá o “cubrirá” el verdadero (pero desconocido) valor esperado de la producción total. Dicho intervalo de confianza supone que los resultados de producción totales de las repeticiones son de distribución normal, lo cual no se justifica realmente aquí, pero se usa esta forma de cualquier modo (véase la sección 6.3 para más información sobre *robustez* estadística). Usted debería observar que la mitad del ancho de este intervalo (2.04) es bastante grande comparado con el valor en su centro (3.80); así que la *precisión* no es tan buena. Esto se remedia al hacer más de las cinco repeticiones que hicimos, que al parecer no fueron suficientes para aprender algo preciso acerca del valor esperado de esta medida de desempeño de salida. Lo bueno de recopilar datos mediante la simulación es que siempre² se puede obtener más con sólo hacer más repeticiones.

2.6.3 Comparación de alternativas

La mayoría de los estudios de simulación incluyen más que una simple construcción o configuración del sistema. Las personas quieren ver con frecuencia cómo los cambios en el diseño, los parámetros (controlables en la realidad ó no) o la operación pueden afectar el desempeño. Para ver cómo la aleatoriedad en la simulación desempeña un papel en estas comparaciones, le hicimos un cambio simple al modelo del ejemplo y lo volvimos a simular (cinco repeticiones).

El cambio consistió en duplicar el índice de llegada —en otras palabras, el tiempo medio entre llegadas es ahora de 2.5 minutos en lugar de 5 minutos—. La distribución exponencial aún se usa para generar tiempos entre llegadas y todo lo demás en la simulación se mantiene igual. Por ejemplo, esto podría implicar la adquisición de otro cliente para la instalación, cuyas demandas de procesamiento de partes podrían entremezclarse con la base de clientes existente.

² Bueno, casi siempre.

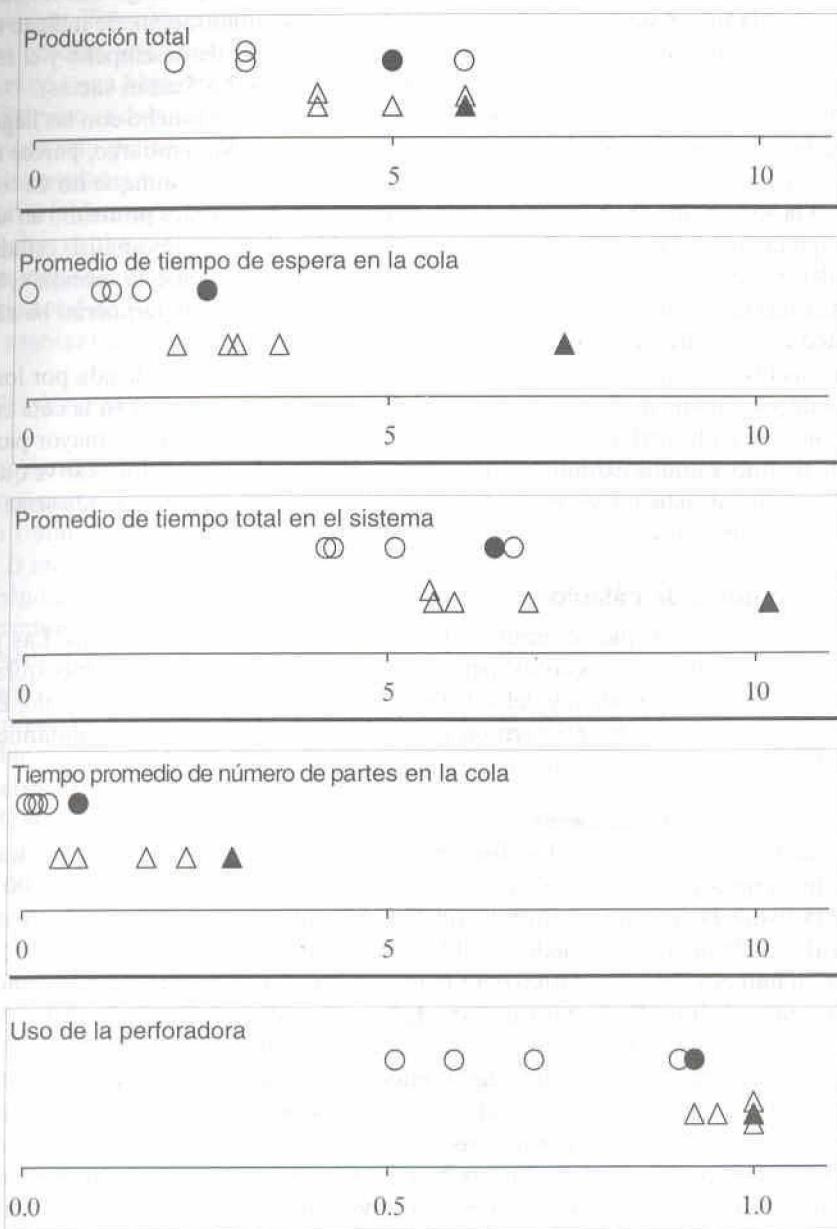


Figura 2-4. Comparación entre el sistema original (círculos) y el de llegada de doble tiempo (triángulos). (En la primera repetición el símbolo está lleno y en las restantes están vacíos.)

numérica, lo cual se desarrolla en programas de hoja de cálculo y seguramente en programas de simulación.

Para crear el archivo `Newsvendor.xls` se usa la hoja de cálculo de Microsoft® Excel (en la figura 2-5). Dicho archivo se puede encontrar en la carpeta de ejemplos del libro, que a su vez viene en la carpeta Arena 10.0 si se siguen las instrucciones del apéndice E para la instalación de Arena del CD que se proporciona con este libro; un camino completo a esta carpeta puede ser `C:\ProgramFiles\RockwellSoftware\Arena10.0\BookExamples`. En las celdas B4 a B8 (sombreadas con azul en el archivo) están los parámetros de entrada y en la fila 2 (marcada con rosa) están algunos valores de prueba para la variable de decisión q (celdas H2, K2, N2, Q2 y T2). La columna D sólo proporciona el número de día para referencia. Se simulan 30 días aunque, como se mencionó, cada día es independiente, así que se trata realmente de una simulación independiente estática.

La columna E tiene la demanda de cada día; en la forma de fórmula de Excel

```
MÁX (REDONDEAR (DISTR.NORM.INV (ALEATORIO (), $B$7, $B$8), 0), 0)
```

es lo mismo en toda la columna. Diseccionemos esta fórmula desde adentro:

- `RAND () [ALEATORIO ()]` es el generador de número aleatorio insertado en Excel, que devuelve un número entre 0 y 1 que se supone que es independiente y distribuido de forma uniforme entre los sorteos. Es necesario ver la sección 12.1 para un análisis de generadores de números aleatorios, que son más sutiles de lo que uno piensa, pero claramente esenciales para la simulación estocástica. Por desgracia, no todos los generadores de números aleatorios proporcionados con algunos programas de software son de gran calidad (sin embargo, el desarrollado en Arena es excelente). La función `RAND () [ALEATORIO ()]` de Excel es “volátil” por defecto, esto es, que en cada ejemplo él vuelve a sortear un número aleatorio “nuevo” sobre cada nuevo cálculo de la hoja de cálculo, lo cual se puede forzar al oprimir la tecla F9, al salvar el archivo o al editar cualquier cosa en cualquier lugar de la hoja.
- `NORMINV [DISTR.NORM.INV] (u, μ, σ)` es la aproximación numérica insertada en Excel para $\Phi^{-1}_{\mu, \sigma}$; así, cuando se usa con $u = \text{RAND} () [\text{ALEATORIO} ()]$ devuelve una variación aleatoria distribuida de forma normal con la media μ y la desviación estándar σ . Se tiene a μ en la celda B7 y σ en la celda B8; el \$ en las referencias de las celdas de fórmulas de Excel obliga a lo que le sigue de manera inmediata (letra de columna o número de fila) a no cambiar cuando se copia la fórmula en otras celdas y en este ejemplo se desea que se mantengan igual tanto la columna como la fila cuando la fórmula se copie en otra celda dado que μ y σ están en estas celdas fijas.
- `ROUND [REDONDEAR] ($x, 0$)` en Excel devuelve x redondeada al entero más próximo. El segundo argumento es 0 y asegura que el redondeo sea al entero más próximo en contraposición a otras formas de redondeo (véase ayuda de Excel).
- `MÁX(a, b, \dots)`, como se puede adivinar, devuelve el máximo de sus argumentos.

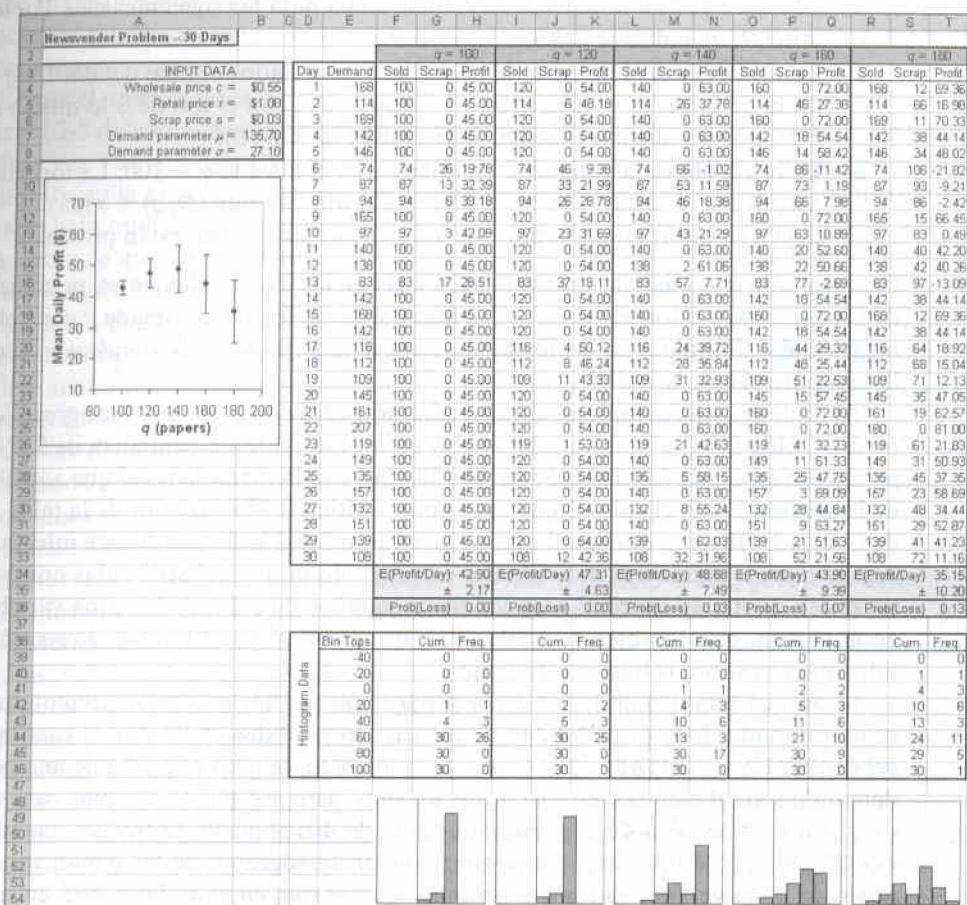


Figura 2-5. Simulación en hoja de cálculo del problema del vendedor

Esta fórmula se introdujo originalmente en la celda E4 y después se copió en las 29 columnas siguientes para obtener demandas independientes en 30 días, como RAND () arroja un número aleatorio nuevo cada vez que aparece. Si se oprime la tecla F9 o cualquier otra la hoja recalcula, se obtiene una nueva columna de números de demanda y la mayoría de las otras cosas en la hoja también cambian en concordancia.

Para el caso donde $q = 100$, las columnas F, G y H en las filas 4 a 33 contienen el número de periódicos vendidos, desechados y la ganancia diaria para cada día del 1 al 30:

- La celda F4 es el número de ventas en el día 1 si $q = 100$. La fórmula de Excel es $=\text{MÍN}(\$E4, H\$2)$. \$E4 es la demanda del día 1. Se coloca \$ en la columna E debido a que se desea copiar posteriormente esta fórmula para otros valores de q en las columnas I, L, O y R, pero mantener como referencia la columna E; no se pone \$ en la fila 4 debido a que se desea cambiar de la fila 5 a la 33 para recoger las demandas de los días siguientes. H\$2 es $q = 100$. No se coloca \$ en la columna H debido a que posteriormente se desea cambiar por otros valores de q en las columnas I, L, O y R, pero se aplica un \$

a la fila 2 para mantener la referencia a ella para las siguientes filas. Por lo tanto, esto es $\min(D, q)$, como se desea.

- La celda G4 es el número de periódicos desechados al final del día 1 si $q = 100$. La fórmula de Excel es $=\text{MÁX}(\text{H\$2} - \$\text{E4}, 0)$, con el uso de \$ lo mismo que en la celda F4 y por las mismas razones. Éste es $\max(q - D, 0)$.
- La celda H4 es la ganancia, en dólares, en el día 1 si $q = 100$. La fórmula de Excel es $= \$\text{B\$5} * \text{F4} + \$\text{B\$6} * \text{G4} - \$\text{B\$4} * \text{H\$2}$, que es $r \min(D, q) + s \max(q - D, 0) - cq$. Se deja a su interpretación por qué los signos \$ están o no están presentes.

Después sólo se copian las celdas F4, G4 y H4 en las 29 filas siguientes, permitiendo a las letras de las columnas y a los números de las filas correr de forma apropiada y controlados por la colocación del símbolo \$ en las fórmulas, para obtener la *tabla de simulación*, como a veces se le llama, para el caso $q = 100$.

Al final de estas columnas, sombreadas con verde en el archivo, se agregó la ganancia promedio (celda H34) y la mitad del ancho de un intervalo de confianza de 95% en la ganancia promedio esperada (celda H35) por los 30 días, con la fórmula igual que aquellas hacia el final de la sección 2.6.2; el valor 2.045 es el punto crítico 0.975 superior de la tabla t con 29 grados de libertad. Observe que igual que en la sección 2.6.2 la forma de este intervalo de confianza asume que las ganancias individuales en una columna son distribuidas normalmente, lo cual no es tan cierto, en especial para valores pequeños de q donde hay una variabilidad pequeña en ganancia, que también se contempla; de nuevo, vaya al final de la sección 6.3 para más información sobre robustez estadística.

Se agregó también en la fila 36 la proporción de días en que se presentaron pérdidas, que es un estimado de la probabilidad de incurrir en pérdidas en un día, al usar la función de Excel COUNTIF [CONTAR.SI]. Con este valor bajo de q no es probable una pérdida ya que la demanda será al menos q en casi todos los días, pero eso puede cambiar con valores más altos de q . En las filas 38 a 46 se presentan datos de distribución de frecuencias (de nuevo al usar COUNTIF [CONTAR.SI]) para construir un histograma de las ganancias inmediatamente abajo; la línea vertical en los histogramas, que es roja en el archivo, está en cero, indicando a su izquierda la probabilidad de presentar una pérdida, así como la distribución general de los datos de ganancias.

Para completar el estudio de simulación se toman las columnas F, G y H y se copian en cuatro bloques más de tres columnas cada uno a la derecha, pero con los valores para q de 120, 140, 160 y 180, y agregando histogramas en la parte baja de cada valor de q . Para visualizar los resultados medios se agregó la gráfica en el margen izquierdo, que muestra la ganancia promedio como un punto, con las líneas I verticales que muestran los intervalos de confianza, para diferentes valores de q en el eje horizontal.

Para un día dado, nótese que se escogió usar la misma variación de demanda numérica realizada (columna E) para todos los valores de prueba de q , en lugar de generar demandas independientes nuevas para cada valor de q , que también podrían ser válidas. Llenar más columnas de Excel con demandas nuevas no costaría mucho, pero se realizó deliberadamente de esta forma. El interés es realmente *comparar* la ganancia para diferentes valores de q ; al usar las mismas demandas numéricas realizadas en un día específico para todos los valores de q , las diferencias que se observan en la ganancia se pueden atribuir a diferencias en q (que es el efecto que se trata de medir) más que arriesgar diferencias en la demanda. Éste es un ejemplo de una *técnica de reducción de varianza*, en particular de *números aleatorios comunes*,

que se analizan de forma más completa en la sección 12.4. Dichas estrategias en la simulación estocástica pueden ayudar a obtener respuestas más precisas, a menudo con poco o ningún trabajo (en este caso, con *menos* trabajo) y vale la pena pensar en ello.

Si abre el archivo de la hoja de cálculo por su cuenta no verá los mismos números que en la figura 2-5 debido a la volatilidad de la función RAND () [ALEATORIO ()] de Excel. Así, conforme se vuelve a calcular (teclee F9 varias veces) se verá que todos los números cambian, los objetos en la gráfica de medias a la izquierda saltan de arriba abajo, y los histogramas en la parte baja ondearán de izquierda a derecha, todos reflejando esta volatilidad y la verdad subyacente de que tal simulación estocástica es un experimento con resultados aleatorios; sin duda, los saltos ascendentes y descendentes de las líneas I en la gráfica de medias a la izquierda recuerdan que los intervalos de confianza por sí solos son intervalos aleatorios y dependen de la muestra particular que se logró obtener. Nótese que los cinco puntos y líneas I tienden a saltar arriba o abajo juntas, reflejando la reducción de varianza de los números aleatorios comunes que se mencionó en el párrafo anterior (véase el ejercicio 2-10).

A pesar de la aleatoriedad, parecería que Rupert colocó a q cerca de 140, a lo mejor un poco menos, para maximizar sus ganancias diarias esperadas. Desde las líneas I de intervalo de confianza también se ve como si se quisiera aumentar el tamaño de muestra considerablemente más de 30 días para sujetar mejor esta disminución (ejercicio 2-11). Esto ayudaría a considerar más valores de q en una malla más fina (ejercicio 2-12), pero este estudio por lo menos muestra que Rupert tal vez comprará al menos 120 periódicos cada mañana, pero no más de 160, puesto que por otro lado él pierde demasiadas ganancias debido a las ventas no logradas o al desecho de periódicos.

Al mirar más allá de los promedios mediante los histogramas en la parte baja, a mayor valor de q , habrá mayor variabilidad (riesgo) en la ganancia, visto al ensancharse los histogramas. Esto implica buenas y malas noticias. Con una q alta, Rupert tiene el inventario necesario para obtener una ganancia mayor en días de gran demanda, pero también se observan más ganancias negativas cuando la demanda es baja, en días con noticias aburridas y lentas cuando se queda con mucho desecho de pérdida. Si Rupert tomara riesgos, puede ir por un valor alto de q (algunas veces usted se come al oso, otras el oso se lo come a usted). Por el contrario, los valores muy bajos de q suponen poco riesgo puesto que la demanda raras veces cae poco debido a que el valor de q es bajo, pero el inconveniente es que la ganancia promedio también es baja y Rupert no puede cobrar en los días de gran demanda ya que vende toda la mercancía. Tales cambios de riesgo o retorno en las decisiones de negocios en general son cuantificados a través de simulaciones en hojas de cálculo de modelos estáticos como éste.

Es muy fácil simular el problema del voceador en Arena (véanse los ejercicios 6.22 y 6.23).

2.7.2 Una cola de servicio sencilla

Las hojas de cálculo también pueden usarse para simular algunos modelos dinámicos, pero sólo los muy sencillos. Considere la cola de un único servidor que es lógicamente la misma que con la que se trabajó con dificultad a mano en la sección 2.4, pero con algunas especificaciones diferentes. Como antes, los clientes llegan uno a la vez (el primer cliente llega en el tiempo 0 para encontrar el sistema vacío y desocupado), esperan en una cola FIFO si hace falta, son atendidos uno a la vez por un servidor sencillo y después salen. Pero se harán los siguientes cambios a partir del modelo de simulación manual:

- Los tiempos entre llegadas tienen una distribución de probabilidad exponencial con media $1/\lambda = 1.6$ minutos y son independientes entre ellos (véanse los apéndices C y D). El parámetro $\lambda = 1/1.6 = 0.625$ es la *tasa de llegada* (aquí por minuto).
- Los tiempos de servicio tienen una distribución uniforme continua entre $a = 0.27$ minutos y $b = 2.29$ minutos, son independientes entre ellos y de los tiempos de llegada.

Ésta se llama *cola M/U/I*, donde U se refiere a los tiempos de servicio distribuidos uniformemente.

En lugar de observar todas las salidas en la simulación manual, sólo se observarán los tiempos de espera en cola, $WQ_1, WQ_2, \dots, WQ_{50}$ de los primeros 50 clientes para completar su espera en la cola (no incluye sus tiempos de servicio). En la simulación manual colocamos un reloj, variables de estado, calendario de eventos y acumuladores estadísticos para simular esto, pero para una cola *FIFO* de servidor sencillo hay una recursión sencilla para los valores de WQ_i (si eso es en lo que estamos interesados en la forma de la salida) en la fórmula de Lindley (1952). Sea S_i el tiempo en servicio para el cliente i y sea A_i el intervalo de tiempo entre los clientes $i - 1$ e i . Entonces

$$WQ_i = \max(WQ_{i-1} + S_{i-1} - A_i, 0) \text{ para } i = 2, 3, \dots$$

y comenzamos al igualar $WQ_1 = 0$ dado que llega el primer cliente a un sistema vacío y desocupado.

Para simular esto necesitamos generar variables estadísticas aleatorias de las distribuciones uniformes exponenciales y continuas. De nuevo con referencia en la sección 12.2, hay fórmulas simples para ambos (igual que antes, U muestra un número aleatorio distribuido continuamente de forma uniforme entre 0 y 1):

- Tiempos entre llegadas exponenciales con media $1/\lambda$: $A_i = -(1/\lambda) \ln(1 - U)$ donde \ln es el logaritmo natural (base e).
- Tiempos de servicio distribuidos de manera uniforme y continua entre a y b : $S_i = a + (b - a)U$.

La figura 2-6 muestra el archivo de Excel MU1.xls en la carpeta de ejemplos del libro. Las celdas B4, B5 y B6 son los parámetros y la columna D sólo brinda el número de cliente $i = 1, 2, \dots, 50$ para una corrida del modelo. Los tiempos entre llegadas están en la columna E, con la fórmula de Excel $-\$B\$4 * \text{LN}(1 - \text{RAND}())$, y los tiempos de servicio están en la columna F, generados por la fórmula $\$B\$5 + (\$B\$6 - \$B\$5) * \text{RAND}()$.

La recursión de Lindley está en la columna G; comienza con el 0 en la celda G4. Una entrada común está en la celda G9, $\text{MÁX}(G8 + F8 - E9, 0)$, que genera WQ_6 de WQ_5 (en la celda G8), S_5 (celda F8) y A_6 (celda E9). De esta forma, cada espera de la cola en la columna G tiene relación con la anterior, estableciendo una correlación entre ellas. Puesto que esto es una correlación de entradas en una secuencia entre ellas, se llama *autocorrelación*. En este caso, es una autocorrelación *positiva* ya que una espera larga quizás significa que la siguiente espera también será larga y viceversa, lo cual se puede entender al observar la recursión de Lindley o las experiencias personales de esperar en una fila. Así que, a diferencia de las filas de ganancia del voceador en la sección 2.7.1, los tiempos de espera en la cola aquí *no* son independientes de una fila a otra en la columna G, que es típico de las secuencias de salida dentro de una corrida de una simulación dinámica.

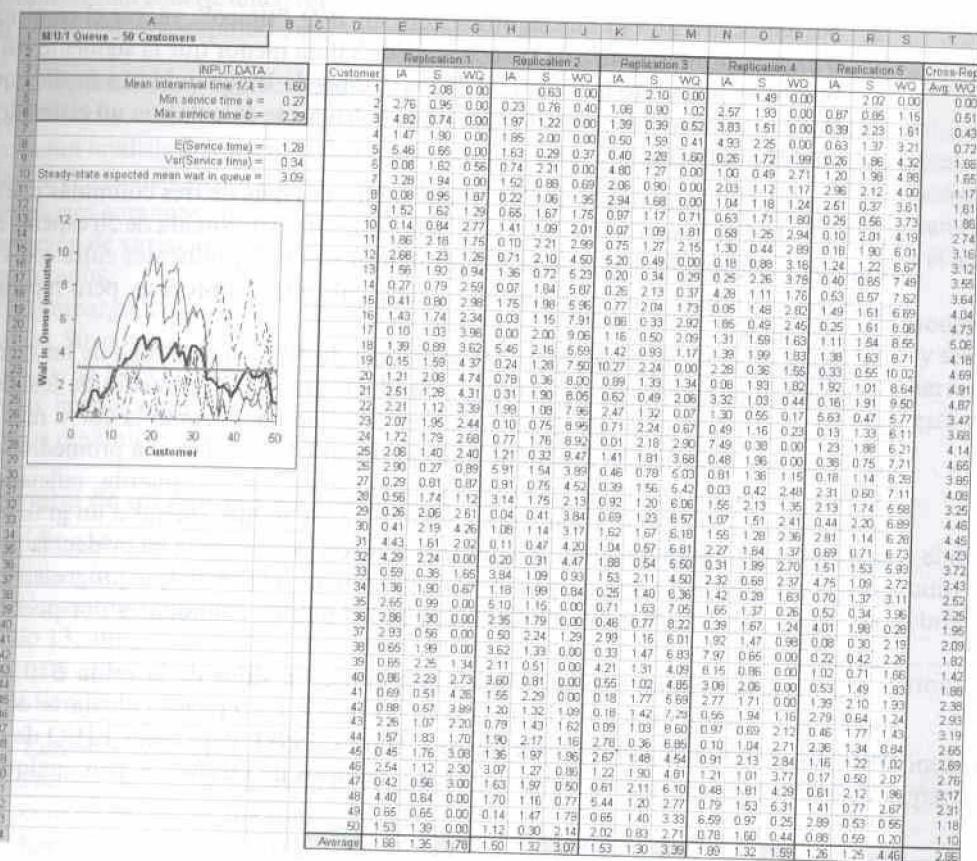


Figura 2-6. Simulación en hoja de cálculo de la cola M/II/1

Al final de las columnas E, F y G se dan los promedios. En las columnas E y F, esto confirma que están cerca de los valores esperados de los tiempos entre llegadas y los tiempos de servicio, respectivamente $1/\lambda = 1.6$ y $(a + b)/2 = 1.28$ (véase el apéndice D). Para la columna G, ésta es la espera promedio en la cola para los primeros 50 clientes; es decir, el resultado de salida de la simulación.

También se puede calcular fácilmente la desviación estándar de la muestra de las esperas en la cola de la columna G y después los intervalos de confianza, como en la simulación del voceador, pero no lo hacemos por dos razones muy importantes:

1. Debido a la autocorrelación entre los valores de WQ_i en la columna G, la varianza de la muestra podría ser *desviada* como en un estimador de la varianza de un WQ_i “típico”, puesto que hasta cierto punto están “vinculados” unos con otros, de tal forma que no son libres de variar tanto como deberían si fueran independientes. Con nuestra autocorrelación positiva, el estimador de la varianza de la muestra estaría desviado a la baja; es decir, la varianza de un WQ_i “típico” sería demasiado pequeña y subestimada. Sólo debido a que se pueden calcular algunos números, o dibujar algunas gráficas para esa cuestión, no se debería hacer si pudieran ser engañosos.

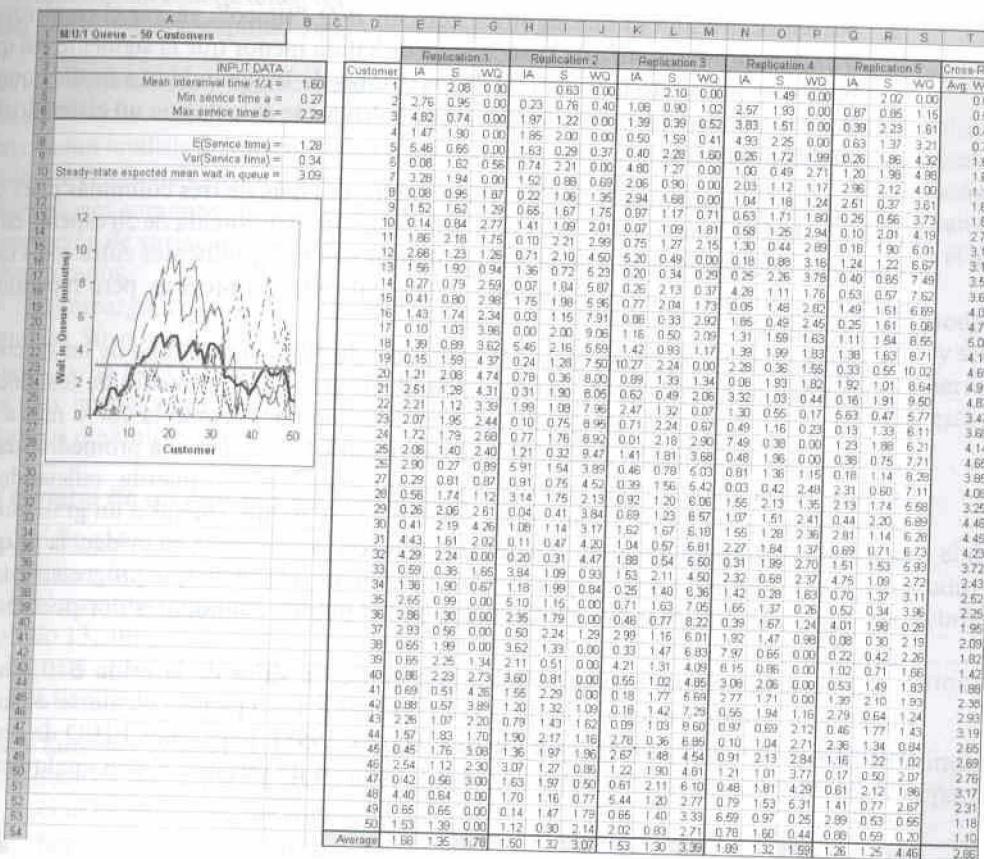


Figura 2-6. Simulación en hoja de cálculo de la cola M/U/1

Al final de las columnas E, F y G se dan los promedios. En las columnas E y F, esto confirma que están cerca de los valores esperados de los tiempos entre llegadas y los tiempos de servicio, respectivamente $1/\lambda = 1.6$ y $(a + b)/2 = 1.28$ (véase el apéndice D). Para la columna G, ésta es la espera promedio en la cola para los primeros 50 clientes; es decir, el resultado de salida de la simulación.

También se puede calcular fácilmente la desviación estándar de la muestra de las esperas en la cola de la columna G y después los intervalos de confianza, como en la simulación del veoeador, pero no lo hacemos por dos razones muy importantes:

1. Debido a la autocorrelación entre los valores de WQ_i en la columna G, la varianza de la muestra podría ser *desviada* como en un estimador de la varianza de un WQ_i "típico", puesto que hasta cierto punto están "vinculados" unos con otros, de tal forma que no son libres de variar tanto como deberían si fueran independientes. Con nuestra autocorrelación positiva, el estimador de la varianza de la muestra estaría desviado a la baja; es decir, la varianza de un WQ_i "típico" sería demasiado pequeña y subestimada. Sólo debido a que se pueden calcular algunos números, o dibujar algunas gráficas para esa cuestión, no se debería hacer si pudieran ser engañosos.

2. No está claro aún lo que significa aquí un WQ_i “típico”, ya que el comienzo de $WQ_i = 0$ hace la primera parte de la secuencia de salida menor que la siguiente, así que la distribución (y por tanto la varianza) de los valores de WQ_i cambian a medida que i aumenta. Por consiguiente, aún no está claro qué es lo que se calcula con un estimado de la varianza de la muestra.

Se copian las columnas E, F y G en cinco bloques más de tres columnas cada uno hacia la derecha, creando cinco repeticiones independientes de esta corrida de 50 esperas en cola. Todos los números aleatorios y, por ende, los resultados son independientes entre estos cinco conjuntos de tres columnas. Éste es el mismo modelo para todo el proceso, pero repetido cinco veces independientes.

La gráfica de la izquierda marca la secuencia de WQ_i en cada una de las cinco repeticiones al usar diferentes patrones de guiones y también grafica el promedio de los cinco valores de WQ_i para un i fijo, entre las repeticiones (en la columna T) como la curva más ancha y continua. Note que la variación dentro de una ejecución y la curva ancha promedio suaviza un poco las cosas hacia abajo. Todas las curvas comienzan en 0 a la izquierda, reflejando el comienzo determinista de $WQ_i = 0$, y aumentan a partir de ese punto, sujetas a un gran movimiento que refleja la variabilidad de salida. La autocorrelación positiva está en evidencia ya que las curvas, mientras se mueven, no se desprenden abruptamente a medida que progresan hacia la derecha y los puntos en ellas tienden a estar cerca de los puntos colindantes por poco hacia izquierda y derecha.

La linea horizontal ancha de color gris grafica el valor de la celda B10, que es la esperada supuesta de estado estacionario de la cola, $E(WQ_\infty)$. Esto puede calcularse de forma exacta, a partir de la teoría de colas (véase Gross y Harris, 1998), para colas FIFO de servidor sencillo con tiempos exponenciales entre llegadas y tiempos de servicio S_i con cualquier distribución, como

$$E(WQ_\infty) = \lambda \frac{\text{Var}(S_i) + (E(S_i))^2}{2(1 - \lambda(E(S_i)))}$$

En nuestro caso, $\lambda = 0.625$ (el reciproco de la celda B4), $E(S_i) = (a + b)/2 = 1.28$ en la celda B8 y $\text{Var}(S_i) = (b - a)^2/12 = .034$ en la celda B9 (véase el apéndice D). Aunque la variación en la gráfica la oscurece, un poco de imaginación indica que la curva promedio gruesa y constante está cubriendo la linea horizontal, de color gris (véase el ejercicio 2-13).

¿Por qué no utilizar histogramas como los utilizados en la parte inferior de la hoja de cálculo del problema del voceador? Se pueden construir de la misma forma y pueden proporcionar información útil acerca de la distribución de las esperas en la cola, más allá de sólo sus medias. El problema potencial con esto es la autocorrelación en la secuencia de espera en la cola, así que un histograma, como un estimado de varianza, puede estar desviado si la corrida no fuera lo suficientemente larga como para asegurar que los tiempos de espera en la cola al fin visitarán todas las posibles regiones y en las proporciones adecuadas; la autocorrelación se enlaza a las observaciones cercanas, lo cual impediría tal inspección si la corrida fuera muy corta. Sin embargo, una corrida muy larga puede producir realmente un histograma desviado cercano, que podría ser útil; en la práctica, puede ser difícil determinar cuán largo es suficientemente largo. La duda es presentar algo que sea preciso y útil la mayoría del tiempo, con el riesgo de que sea ocasionalmente desviado y engañoso.

Simular una cola de único servidor en Arena es muy sencillo y es básicamente el ejemplo central que se usa en el capítulo 3 para presentar Arena.

2.7.3 Extensiones y limitaciones

La simulación con hojas de cálculo es popular para los modelos estadísticos, muchos de los cuales involucran análisis financiero o de riesgo. Los paquetes comerciales insertados en Excel, como @RISK (Palisade Corporation, 2006) y Crystal Ball® (Decisioneering Inc., 2006), facilitan las operaciones comunes, proporcionan mejores generadores de números aleatorios, hacen fácil la generación de variaciones desde muchas distribuciones e incluyen herramientas para el análisis de resultados.

Sin embargo, las hojas de cálculo no son muy apropiadas para la simulación de modelos dinámicos. Sin contar con algo como la recursión de Lindley para casos muy especiales y sencillos como la cola FIFO de servidor único de la sección 2.7.2, las hojas de cálculo no son herramientas muy buenas para los modelos dinámicos. Nuestro enfoque en el resto del libro está en los modelos dinámicos, para los cuales se diseñó específicamente Arena.

2.8 Visión general de un estudio de simulación

Al decidir cómo modelar un sistema, se encontrará que los temas relacionados con el diseño, el análisis y la representación de modelos en el software son esenciales para un estudio de simulación exitoso, pero no son los únicos ingredientes. Todo esto se abordará con detalle en el capítulo 13, aunque queremos mencionar brevemente los temas involucrados.

Ningún estudio de simulación seguirá una “fórmula” preestablecida, pero hay varios aspectos que tienden a aparecer con frecuencia:

- **Entender el sistema:** Si el sistema existe o no, usted debe tener un sentimiento intuitivo y realista de lo que sucede. Esto conllevará visitas al lugar donde lo hacen y la participación de personas que trabajen en el sistema día a día.
- **Ser claro en los objetivos:** La realidad aquí es el santo y la seña; no hay que prometer el Sol, la Luna y las estrellas. Hay que entender lo que se puede aprender del estudio y no esperar más. Es esencial especificar acerca de lo que se observa, manipula, cambia y entrega. Es necesario regresar a estos objetivos a través del estudio de simulación para mantener la atención enfocada en lo que es importante, a saber: al tomar decisiones acerca de la mejor manera de (o por lo menos mejorar) operar el sistema.
- **Formular la representación del modelo:** ¿Cuántos detalles son adecuados? ¿Qué necesita modelarse con cuidado y qué puede hacerse de una forma primitiva? Convencer a la administración y a los encargados de tomar decisiones para las suposiciones del modelado.
- **Traducir a un software de modelación:** Una vez que las suposiciones del modelo se acepten, hay que representarlas fielmente en el software de simulación. Si hay dificultades, hay que asegurarse de plasmarlas de una forma abierta y honesta en lugar de esconderlas. Involucre a los que en verdad saben qué está pasando (la animación puede ser de gran ayuda).
- **Verificar que la representación en la computadora caracterice fielmente el modelo conceptual:** Investigue las regiones extremas de los parámetros de entrada, verifique que sucedan las cosas correctas con entradas “obvias” y siga la lógica con las personas familiarizadas con el sistema.

- **Validar el modelo:** ¿Corresponden las distribuciones de entrada con lo que se observó en el campo? ¿Corresponden las mediciones del desempeño de salida del modelo con la de la realidad? Mientras se realizan las pruebas estadísticas, se valora mucho una buena dosis de sentido común.
- **Diseñar los experimentos:** Planee qué es lo que desea saber y cómo los experimentos de simulación lo llevarán a obtener las respuestas de una forma precisa y eficaz. Muchas veces los principios de diseño experimental estadísticos clásicos pueden ser de gran ayuda.
- **Ejecutar los experimentos:** Aquí es donde usted va a almorzar mientras la computadora trabaja alegremente, o tal vez ir a casa por la noche o el fin de semana, o ir de vacaciones. En este paso es clara la necesidad de un diseño experimental cuidadoso. Pero no se asuste, es probable que su computadora pase la mayor parte del tiempo sin hacer nada, así que llevar a cabo instrucciones equivocadas no constituye el fin del mundo (recuerde que usted cometerá errores en la computadora, en donde no cuentan, en lugar de cometerlos en la realidad, donde sí lo hacen).
- **Analizar los resultados:** Llevar a cabo las formas correctas de análisis estadísticos para ser capaz de hacer declaraciones acertadas y precisas. Está claro que esto tiene una estrecha relación con el diseño de los experimentos de simulación.
- **Tener entendimiento:** Esto es más fácil decirlo que hacerlo. ¿Qué significan los resultados de las coronadas? ¿Todos tienen sentido? ¿Cuáles son las consecuencias? ¿Qué otras preguntas (y posiblemente simulaciones) indican los resultados? ¿Usted está observando el conjunto adecuado de mediciones del desempeño?
- **Documentar lo que se hace:** No estará siempre cerca, así que hágale fácil la vida a su colega explicándole lo que hizo para que pueda seguir con su trabajo. La documentación también es esencial para convencer a la administración e implementar las recomendaciones en las que trabajó tan duro para ser capaz de lograrlas con precisión y confianza.

Al poner atención en estos y otros temas similares, su intento de un proyecto de simulación exitoso habrá logrado una mejora considerable.

2.9 Ejercicios

2-1 Para la simulación manual del sistema de proceso simple, defina otra estadística de tiempo continuo como el número total de partes en el sistema, incluyendo cualquier parte en la cola y en el servicio. Aumente la tabla 2-2 para identificarla como una nueva variable global, añada nuevos acumuladores estadísticos para obtener su tiempo promedio y máximo, y calcule estos valores al final.

2-2 En el ejercicio anterior, ¿usted realmente necesitó agregar variables estáticas y mantener el rastro de los nuevos acumuladores para obtener el *tiempo promedio* de número de partes en el sistema? Si no, ¿por qué no? ¿Qué hay del número *máximo* de partes en el sistema?

2-3 En la simulación manual del sistema de procesamiento simple, suponga que la *disciplina de la cola* cambió de tal forma que cuando la perforadora se detenga y encuentre partes esperando en la cola, en lugar de tomar el primero, tomará el que requiera el *tiempo de proceso más corto* (esto en algunas ocasiones se llama disciplina de la cola SPT). Para hacer que esto funcione necesitará asignar un segundo atributo a las partes en el sistema cuando lleguen, representando el tiempo de servicio que tendrán en la perforadora. Vuelva a hacer la simulación manual. ¿Es ésta una mejor regla? ¿Desde qué perspectiva?

2-4 Suponga que en la simulación manual del sistema de procesamiento simple se requiere un tiempo de arranque constante de 2 minutos una vez que una parte ingresa en la perforadora pero antes de que su servicio pueda comenzar. Cuando está en acción un arranque, considere que la perforadora esté ocupada. Vuelva a hacer la simulación manual y comente los resultados.

2-5 Suponga que la perforadora puede trabajar en dos partes simultáneamente (y ellas entran, son procesadas y dejan la perforadora de manera independiente). No hay diferencia en la velocidad de procesamiento si hay dos partes en la perforadora en lugar de una. Redefina $B(t)$ para ser el número de partes en servicio en la perforadora al tiempo (así $0 \leq B(t) \leq 2$); el uso de la perforadora se redefine como

$$\frac{\int_0^T B(t) dt}{2T}$$

donde $T = 20$. Vuelva a correr la simulación original para medir el efecto de este cambio.

2-6 En la sección 2.2.2 usamos la fórmula de cola M/M/1 con la media de tiempo entre llegadas μ_A y la media de tiempo de servicio μ_S calculados de los datos de la tabla 2-1 como 4.08 y 3.46, respectivamente. Esto produjo un valor “esperado” de 19.31 minutos para el tiempo de espera promedio en la cola. Sin embargo, los resultados de la simulación manual de la sección 2.4.4 produjeron un valor de 2.53 minutos para esta medición.

- a) Si se supone que estos dos números (muy diferentes) calculan o se aproximan a lo mismo (tiempo de espera promedio en la cola), ¿por qué son aparentemente tan diferentes? Dé por lo menos tres razones.
- b) Se llevó a cabo la simulación durante un millón de minutos (preferible a 20 minutos), usando las mismas fuentes de tiempos entre llegadas y de servicio que en la tabla 2-1 y se obtuvo un valor de 3.60 para el tiempo de espera promedio en la cola (como puede imaginar, nos tomó un buen tiempo hacerlo a mano, pero lo disfrutamos). ¿Por qué esto es diferente de los valores 19.31 y 2.53 comparados en la parte a)?
- c) Consultamos un oráculo, que nos vendió la información de que los tiempos entre llegadas de hecho son “trazos” de una distribución exponencial con una media de 5 minutos y los tiempos de servicio realmente son trazos de una distribución triangular con un mínimo de 1 minuto, una media de 3 minutos y un máximo de 6 minutos (véase el apéndice D para mayor información de estas distribuciones y el apéndice C para repasar la probabilidad). Con esta información (exacta), la media de los tiempos entre llegadas es $\mu_A = 5$ minutos y la media de tiempo de servicio es $\mu_S = (1 + 3 + 6)/3 = 3.33$ minutos. Cuando use estos valores, use la fórmula M/M/1 en la sección 2.2.2 para pronosticar un valor para el tiempo de espera promedio en la cola. ¿Por qué es todavía diferente de los primeros tres valores (19.31, 2.53 y 3.60) para esta misma cantidad comentada anteriormente en este ejercicio?

- d)** Al usar la información del oráculo en la parte *c*) se consideró otra simulación manual de un millón de minutos (igual de entretenida), pero esta vez se trazaron los tiempos de servicio de una distribución exponencial (no triangular) con media de 3.33 minutos y se obtuvo un resultado de 6.61 para una media de tiempo de espera en la cola. Compare y contraste esto con los cuatro valores anteriores para esta cantidad comentados anteriormente en este ejercicio.

2-7 Aquí están los números reales usados para graficar los triángulos para el modelo de llegada de doble tiempo de la figura 2-4:

Medida de desempeño	Repetición				
	1	2	3	4	5
Producción total	6	4	6	4	5
Promedio de tiempo de espera en la cola	7.38	2.10	3.52	2.81	2.93
Promedio de tiempo total en el sistema	10.19	5.61	5.90	6.93	5.57
Tiempo promedio del número de partes en la cola	2.88	0.52	1.71	0.77	2.25
Uso de la perforadora	1.00	0.92	1.00	0.95	1.00

Para cada una de estas cinco medidas de desempeño calcule la media de la muestra, la desviación estándar de la muestra y la mitad del ancho de los intervalos de confianza de 95% en las medidas de desempeño esperadas, como se hizo en la tabla 2-4. Al comparar estos intervalos de confianza con los de la tabla 2-4, ¿podría aclarar cualquier diferencia más allá del análisis de la sección 2.6.3 (que se basó en observar la figura 2-4)?

2-8 En la simulación manual del sistema de procesamiento sencillo, suponga que la perforadora se desmonta en 3 minutos para darle mantenimiento y toma 3 minutos hacer este trabajo y colocarla de nuevo; entonces se mantiene por el resto de los 20 minutos de duración de la simulación. Si hay alguna parte en servicio cuando se desmonte la perforadora, su proceso se suspende hasta que la perforadora se vuelva a armar, se reanude y necesite sólo su tiempo de proceso restante (su procesamiento no tiene que comenzar de nuevo desde cero). Durante el tiempo de desinstalación, el proceso de llegada de nuevas partes continúa sin considerar el tiempo que estuvo parada. Considere que la perforadora está ocupada cuando está desmontada y defina el tiempo en el sistema de una parte para incluir el tiempo que se queda en la perforadora sin que esté funcionando si fuera lo suficientemente desafortunada para estar en servicio cuando la perforadora se desmonte. Usando los mismos datos de entrada de la tabla 2-1, desarrolle esta simulación manual y observe cualquier diferencia en las medidas de desempeño de salida del modelo original. (Véase el ejercicio 6-18 para la pregunta de si este cambio de modelo provoca cambios estadísticos significativos en las medidas de desempeño de salida.)

2-9 En el ejercicio 2-8 depure las medidas de desempeño de salida en el estado de la perforadora de sólo los dos estados (ocupada contra detenida, donde en el ejercicio 2-8 se consideró que la perforadora estaba "ocupada" durante su tiempo de desmonte) a tres estados:

1. ocupada trabajando en una parte y sin desmontar,
2. detenida y sin desmontar, y
3. desmontada, con o sin una parte atascada en la máquina en el tiempo de desinstalación.

Dé las medidas de desempeño de salida de esta simulación bajo la definición depurada del estado de la perforadora.

2-10 Modifique el problema del voceador de la sección 2.7.1 para usar demandas independientes para cada valor de prueba de q y observe la diferencia en el comportamiento de la salida, en particular en la gráfica de medias a la izquierda.

2-11 Aumente el tamaño de muestra en el problema del voceador de la sección 2.7.1 de 30 a 120 días. Igual que en el problema original, use las mismas demandas realizadas en la columna E para todos los valores de q . No olvide cambiar el resumen estadístico y las celdas del histograma de forma adecuada en la parte baja de las columnas, así como las celdas a las que se refieren en las diferentes gráficas. ¿Cuál es el efecto en los resultados? Con base en sus resultados, ¿qué tamaño de muestra (en días) sería necesario para obtener la mitad del ancho máximo de todos los cinco intervalos de confianza debajo de $\pm \$2.00$? No lleve a cabo esto, sólo obtenga un estimado (véase la sección 6.3).

2-12 Con base en sus resultados del ejercicio 2-11, intente un conjunto diferente de valores de prueba de q para probar en casa de una forma más precisa una q óptima. Mantenga el tamaño de muestra en 120 días. Dependiendo de lo que elija probar, necesitará ajustar los ejes en la gráfica de medias a la izquierda.

2-13 Modifique la simulación de la hoja de cálculo de cola M/U/1 de la sección 2.7.2 para tener tiempos de servicio exponenciales con una media de 1.28 minutos, en lugar de los tiempos de servicio uniformes originales, resultando en la cola M/U/1. Cambie adecuadamente la espera pronosticada de estado estacionario en la cola; vea la entrada de distribución exponencial en el apéndice D.

2-14 Modifique la simulación en hoja de cálculo de cola M/U/1 de la sección 2.7.2 para hacer diez repeticiones en lugar de 5 y para hacer una corrida con 200 clientes en lugar de con 50. Para evitar los grupos, grafique sólo la curva de espera en la cola promedio de repetición cruzada. Compare con el original de la sección 2.7.2.

