Séquence 6 : Fonctions affines et linéaires

1. Fonctions linéaires

a. Définition

Définition :

Une fonction f est dite **linéaire** si elle est définie par une formule du type $f : x \mapsto ax$ ou a est un nombre appelé **coefficient linéaire**.

Exemple :

La fonction *g* définie par $g(x) = 2x$ ou $g : x \mapsto 2x$ est une fonction linéaire de coefficient 2.

b. Représentation graphique

Propriété :

La représentation graphique d'une fonction linéaire de coefficient ***a*** est une droite passant par l'origine du repère. Le nombre ***a*** est appelé **coefficient directeur** de la droite.

Exemple :

Tracer la représentation graphique de la fonction *g* définie par $g(x) = 2x$.

c. Lien avec la proportionnalité

Propriété :

Une **situation de proportionnalité** de coefficient de proportionnalité ***m*** peut être traduite par une **fonction linéaire** de coefficient ***m***.

Exemple :

Une voiture roule à une vitesse constante de 50 km/h. Si d(t) représente la distance parcourue (en km) pendant un temps t (en heures), alors on a le tableau de proportionnalité suivant :

t (en heure)	0	1	1,5	t
d(t) (en km)				

La distance d(t) est donc proportionnelle au temps. On a d(t)=........

La fonction d est une fonction linéaire de coefficient …….

2. Fonctions affines

a. Définition

Définition :

Une fonction f est dite **affine** si elle est définie par une formule du type : $f : x \mapsto ax + b$.

Exemple :

La fonction $f : x \mapsto 3x + 7$ est une fonction affine avec a = … et b = …

Cas particuliers :

- Si **b = 0**, alors la fonction devient $f : x \mapsto ax$. C'est une **fonction linéaire**.
- Si **a = 0**, alors la fonction devient $f : x \mapsto b$. C'est une **fonction constante**.

b. Représentation graphique

Propriété :

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite où :

- a est un nombre connu appelé **coefficient directeur,**
- b est un nombre connu appelé **ordonnée à l'origine.**

Exemple :

Construire la représentation graphique de la fonction $f : x \mapsto -2x + 3$.

Sur le même graphique, construire la représentation graphique des fonctions

$g : x \mapsto -2x$ et $h : x \mapsto -2x - 4$. Que remarque-t-on ?

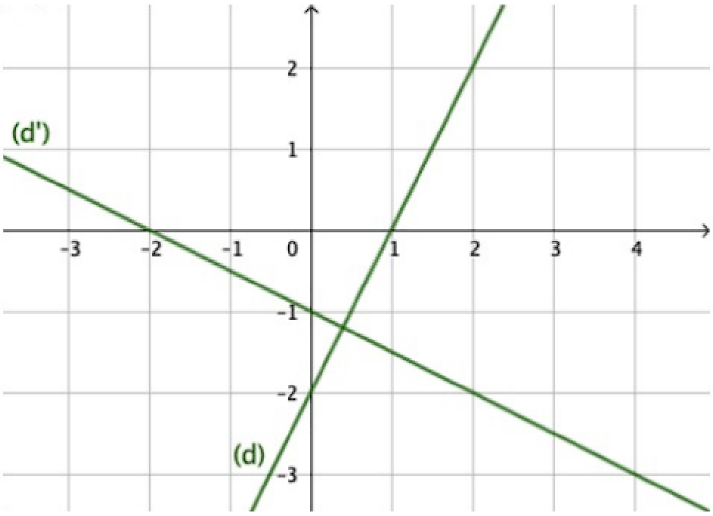
Remarques :

- La représentation graphique d'une fonction **constante** est une droite **parallèle à l'axe des abscisses**.
- Lorsque deux droites ont le **même coefficient directeur** elles sont **parallèles**.

3. Equation d'une droite

Pour déterminer graphiquement l'expression d'une fonction affine :

- L'ordonnée à l'origine se lit sur l'axe des ordonnées au point d'abscisse 0.
- Le coefficient directeur s'obtient en faisant : $\frac{Déplacement\ vertical}{Déplacement\ horizontal}$



Remarques :

- Si le coefficient directeur est positif, la droite "monte", la fonction est **croissante**.
- Si le coefficient directeur est négatif, la droite 'descend", la fonction est **décroissante**.

Pour déterminer par le calcul l'expression d'une fonction affine :

Exemple :

On considère la fonction affine telle que f(1) = -1 et f(3) = 5.

Le **coefficient directeur** de la fonction se calcule avec la formule : $a = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$

Dans notre exemple, le coefficient directeur est :

Donc $f(x) =$.....................

L'**ordonnée à l'origine** se calcule en résolvant une équation :

On sait que f(1) = -1 et $f(x) =$..................... donc :