A. *Probabilités*

C.1

1. Le nombre total de dragées est de :
$630+810=1440$

2. La probabilité de prendre une dragée blanche est de :
$\dfrac{810}{1440}=\dfrac{810\div10}{1440\div10}=\dfrac{81}{144}=\dfrac{81\div9}{144\div9}=\dfrac{9}{16}$

C.2

1. Il n'existe qu'une seule carte portant le 8 de pique dans un jeu de 32 cartes. On en déduit la probabilité d'obtenir le 8 de pique :
$\dfrac{1}{32}$

2. Il y a 4 rois et 8 coeurs, mais si on rassemble tous les rois et tous les coeurs, nous obtenons 11 cartes.

   Ainsi, la probabilité d'obtenir un roi ou un coeur est de :
$\dfrac{11}{32}$

C.3

1. L'urne possède au total 7 boules dont 4 boules rouges. Ainsi, la probabilité de tirer une boule rouge de l'urne est :
$\dfrac{4}{7}$

2. Il y a une boule noire portant un entier pair et deux boules rouges portant un entier pair : donc, un total de 3 boules portent un entier pair.

   la probabilité de tirer une boule portant un numéro pair est de :
$\dfrac{3}{7}$

C.4

1. Compléter le tableau suivant :

Modèle	Pour la ville	Pour le sport	Total
Noir	15	5	20
Blanc	7	10	17
Marron	5	3	8
Total	27	18	45

2. a. Il y a 20 modèles de chaussures noires sur un total de 45. La probabilité de choisir un modèle de couleur noire a pour valeur :
$\dfrac{20}{45}=\dfrac{4\times5}{9\times5}=\dfrac{4}{9}$

   b. Il y a 18 modèles de chaussures de sport sur un total de 45. La probabilité de choisir un modèle de sport a pour valeur :
$\dfrac{18}{45}=\dfrac{2\times9}{5\times9}=\dfrac{2}{5}$

   c. Il y a 5 modèles de ville et de couleur marron. La probabilité de choisir un modèle de ville et de couleur marron a pour valeur :
$\dfrac{5}{45}=\dfrac{1\times5}{9\times5}=\dfrac{1}{9}$

3. - D'après la question 2 a, la probabilité de choisir un modèle de couleur noire dans la vitrine du magasin A est : $\dfrac{4}{9}$
   - La probabilité de choisir un modèle de couleur noire dans la vitrine du magasin B est :
$\dfrac{30}{54}=\dfrac{5\times6}{9\times6}=\dfrac{5}{9}$

   On en déduit que la probabilité de choisir un modèle de couleur noire est plus important si on choisit la vitrine du magasin B.

C.5

1. Voici le tableau complété :

	Garçons	Filles	Total
Externe	90	123	213
Demi-pension	327	312	639
Total	417	435	852

2. On choisit un élève au hasard dans cet établissement :

   a. Sur un total de 852 élèves, il y a 90 garçons inscrits au régime externe. La probabilité de choisir un garçon inscrit au régime externe vaut :
$\dfrac{90}{852}\approx0{,}010563\approx0{,}106$

   b. Sur un total de 852 élèves, il y a 417 garçons. La probabilité de choisir un garçon inscrit au régime externe vaut :
$\dfrac{417}{852}\approx0{,}48943\approx0{,}489$

3. Sur un total de 435 filles, il y a 312 fille inscrite au régime "*demi-pension*". La probabilité de choisir une fille inscrite au régime "*demi-pension*" :
$\dfrac{312}{435}\approx0{,}71724\approx0{,}717$

C.6

1. Voici le tableau complété :

	Rondes	Baroques	Total
Grises	31	112	143
Vertes	13	64	77
Total	44	176	220

2. a. Il y a, au total, 176 perles de forme baroque sur un total de 220 perles. On en déduit que le contrôleur choisisse une perle de forme baroque est de :
$\dfrac{176}{220}=\dfrac{88}{110}=\dfrac{44}{55}=\dfrac{4}{5}$

   b. Il y a 64 perles de forme baroque et de couleur verte. La probabilité de choisir une perle verte de forme baroque est donc de :
$\dfrac{64}{220}=\dfrac{32}{110}=\dfrac{16}{55}$

3. Il y a 44 perles rondes et parmi ces perles rondes, seulement 13 sont vertes. Ainsi, on en déduit que la probabilité de tirer une perle verte parmi les perles rondes est de :

$\dfrac{13}{44}$

C.7

1. Voici les différentes issues possibles de cette expérience aléatoire :
16 ; 17 ; 18 ; 19 ; 26 ; 27 ; 28 ; 29 ; 36 ; 37 ; 38 ; 39 ; 46 ; 47 ; 48 ; 49.
2. Il y a 4 nombres supérieurs à 40. La probabilité d'obtenir un nombre strictement supérieur à 40 est donc :
$\dfrac{4}{16} = \dfrac{1}{4} = 0{,}25$
3. Les issues qui sont des nombres divisibles par 3 sont :
18 ; 27 ; 36 ; 39 ; 48.
Il y a donc 5 issues représentant un entier divisible par 3. On en déduit la probabilité :
$\dfrac{5}{16}$.

B. *Expérience à deux épreuves*

C.8

1. La somme 13 ne peut être obtenue, car chacun des dés ont le nombre 6 pour maximum. On en déduit que la somme maximale obtenue est 12.
La probabilité d'obtenir "*le score* 13" est 0.
Cet événement s'appelle un événement impossible.
2. a. Voici le tableau complété :

Dé rouge \ Dé vert	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

b. La liste des scores possibles est l'ensemble des entiers allant de 1 à 12.

3. a. Il y a 3 façons d'obtenir l'événement D. On en déduit la probabilité de l'événement D :
$\dfrac{3}{36} = \dfrac{1}{12}$

b. Les scores qui sont des multiples de 4 sont les scores :
4 ; 8 ; 12
Voici le nombre de possibilités d'obtenir un score multiple de 4 :
$3+5+1 = 9$ possibilités.
La probabilité d'obtenir un multiple de 4 est :
$\dfrac{9}{36} = \dfrac{1}{4}$

c.
- Les entiers premiers obtenus pour score sont :
2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11
Voici le nombre de possibilités d'obtenir un score qui est un entier premier :
$1+2+4+6+2 = 15$ possibilités.
- Les scores strictement plus grands que 7 sont :
8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12
Les possibilités d'obtenir un score strictement supérieur à 7 sont :
$5+4+3+2+1 = 15$ possibilités.

Ainsi, ces deux événements ont pour probabilité :
$\dfrac{15}{36} = \dfrac{5}{12}$

C.9

1. Voici le tableau complété :

Dé rouge \ Dé vert	1	2	3	4	5	6
1	(1 ;1)	(2 ;1)	(3 ;1)	(4 ;1)	(5 ;1)	(6 ;1)
2	(1 ;2)	(2 ;2)	(3 ;2)	(4 ;2)	(5 ;2)	(6 ;2)
3	(1 ;3)	(2 ;3)	(3 ;3)	(4 ;3)	(5 ;3)	(6 ;3)
4	(1 ;4)	(2 ;4)	(3 ;4)	(4 ;4)	(5 ;4)	(6 ;4)
5	(1 ;5)	(2 ;5)	(3 ;5)	(4 ;5)	(5 ;5)	(6 ;5)
6	(1 ;6)	(2 ;6)	(3 ;6)	(4 ;6)	(5 ;6)	(6 ;6)

2. Chaque case de ce tableau représente un événement élémentaire de ce tableau. Ainsi, il y a 36 différentes possibilités de sortie :
a. Il y a 6 événements élémentaires composant l'événement D : $\mathcal{P}(D) = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$
b. Il y a deux manières sur 36 d'obtenir "*on obtient 6 et 4*" : $\mathcal{P}(E) = \dfrac{2}{36} = \dfrac{1}{18}$
c. La probabilité de l'événement F est de :
$\mathcal{P}(F) = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$

C. *Calculer un effectif*

C.10

1. En notant n le nombre de jetons portant une consonne, on en déduit que le sac contient $12+n$ jetons. Ainsi, la probabilité de l'événement "*tirer une voyelle*" a pour valeur :
$\dfrac{12}{12+n}$
L'événement "*tirer une voyelle*" ayant $\dfrac{1}{5}$ pour probabilité, on en déduit l'égalité : $\dfrac{12}{12+n} = \dfrac{1}{5}$
2. Résolvons l'équation :
$\dfrac{12}{12+n} = \dfrac{1}{5}$
D'après le produit en croix, on a :
$$12\times5 = 1\times(12+n)$$
$$60 = 12+n$$
$$n = 60-12$$
$$n = 48$$
Ainsi, il y a 48 jetons portant une consonne.

C.11

1. Il y a 6 jetons rouges sur un total de 8 jetons. La probabilité de tirer un jeton rouge est donc de :
$\dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{4}$
2. Il y a 2 jetons jaunes sur un total de 8 jetons. La probabilité de tirer un jeton jaune est donc de :
$\dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$
3. Notons x le nombre de jetons verts qui ont été rajoutés. Le sac contient désormais $(8+x)$ jetons. Pour que la probabilité de tirer un jeton vert soit de $\dfrac{1}{2}$ est de :

$$\frac{x}{x+8} = \frac{1}{2}$$

D'après le produit en croix, on obtient :

$$\begin{aligned} x\times2 &= (x+8)\times1 \\ 2x &= x+8 \\ 2x-x &= 8 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

On doit rajouter 8 jetons verts afin que la probabilité de tirer un jeton vert soit de $\frac{1}{2}$.

C.12

1. Il y a 8 boules rouges sur un total de 20 boules dans l'urne. La probabilité de l'événement "*la boule tirée est rouge*" a pour valeur :

$$\frac{8}{20} = \frac{2\times4}{5\times4} = \frac{2}{5}$$

2. a. En rajoutant n boules vertes, l'urne contiendra : $8+12+n = 20+n$ boules.

b. D'après la question précédente, la probabilité de l'événement "*la boule tirée est rouge*" s'exprime par :

$$\frac{8}{20+n}$$

Ainsi, pour que sa probabilité soit de 1 chance sur 6, il faut que l'entier n vérifie :

$$\frac{8}{20+n} = \frac{1}{6}$$

D'après le produit en croix, on a :

$$\begin{aligned} 8\times6 &= \big(20+n\big)\times1 \\ 48 &= 20+n \\ n &= 48-20 \\ n &= 28 \end{aligned}$$

Ainsi, il faut rajouter 28 boules vertes pour que la probabilité de l'événement "*la boule tirée est rouge*" ait une probabilité de $\frac{1}{6}$.

C.13

1. Le sac d'Aline ne comprenant que des billes rouges, sa probabilité de tirer une bille rouge la plus grande avec 100 % de chance de tirer une bille rouge.

2. La probabilité de Bernard de tirer une bille rouge a pour valeur :

$$\frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

Notons le nombre x de billes noires rajoutées dans le sac d'Aline. Celui-ci contient désormais $(5+x)$ billes noires. La probabilité de tirer une bille rouge dans le sac d'Aline est désormais de :

$$\frac{5}{5+x}$$

Pour que la probabilité de tirer une bille rouge dans le sac d'Aline soit la même qu'avec le sac de Bernard, le nombre x doit alors vérifier :

$$\frac{5}{5+x} = \frac{1}{4}$$

D'après le produit en croix, on obtient :

$$\begin{aligned} 5\times4 &= (5+x)\times1 \\ x+5 &= 20 \\ x &= 20-5 \\ x &= 15 \end{aligned}$$

Il faut donc rajouter 15 billes noires.

D. *Probabilité et arithmétique*

C.14

1. Il n'y a qu'une boule numérotée 13 sur 20 boules. La probabilité de tirer cette boule est :

$$\frac{1}{20}$$

2. Il y a 10 boules portant un numéro pair *(*2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20*)*. La probabilité de tirer une boule portant un numéro pair est :

$$\frac{10}{20} = \frac{1\times\cancel{10}}{2\times\cancel{10}} = \frac{1}{2}$$

3.
- Il y a 5 boules portant un multiple de 4 *(*4, 8, 12, 16, 20*)*
- Il y a 3 boules portant un diviseur de 4 *(*1, 2, 4*)*

Ainsi, il y a plus de chance d'obtenir une boule portant un multiple de 4 qu'une boule portant un diviseur de 4.

4. Il y a 8 boules portant un entier premier *(*2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19*)*. Ainsi, la probabilité d'obtenir un entier premier est :

$$\frac{8}{20} = \frac{2\times\cancel{4}}{5\times\cancel{4}} = \frac{2}{5}$$

C.15

1.
- Les faces du second dé portent les entiers impairs positifs les plus petits. C'est-à-dire les six nombres :
  1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 11.
- Les faces du troisième dé portent les six plus petits entiers premiers :
  2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13.

2. a. Si Zoé a obtenu un nombre dont le carré 25. Les nombres portés sur les faces du troisième dé étant strictement positif, on en déduit que le et puisque toutes les faces des dés sont positives, on en déduit que Zoé a eu l'entier 5.

b. En choisissant le premier dé, Léo doit obtenir un des entiers ci-dessous pour obtenir un carré supérieur à celui de Zoé :
6 ; 8 ; 10 ; 12.

Ainsi, la probabilité que Léo obtienne un carré supérieur à celui obtenu par Zoé est de :

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

3. a. La décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 525 :
$525 = 3\times5^2\times7$

Ainsi, Mohamed a obtenu les nombres suivants lors de ses quatre lancers :
3 ; 5 ; 5 ; 7.

b. Les trois nombres 3, 5, 7 apparaissent sur le second dé et sur le troisième dé : avec ces informations, on ne peut pas déterminer le dé choisi par Mohamed.

C.16

1. Le fait que le nombre formé soit pair ou impair ne dépend que du chiffre obtenu de l'urne U. Or, il y a autant de chiffre pair qu'impair dans cette urne.

La probabilité de former un nombre impair est : $\frac{1}{2}$.

2. a. On peut obtenir les entier premiers suivants à partir de ces deux urnes :
13 ; 23.

(b) Il est possible de former 12 nombres différents. Ainsi, la probabilité d'obtenir un entier premier est :

$$\frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

(3) Il suffit de choisir l'événement : "*le chiffre des dizaines est* 1".