Trigonométrie

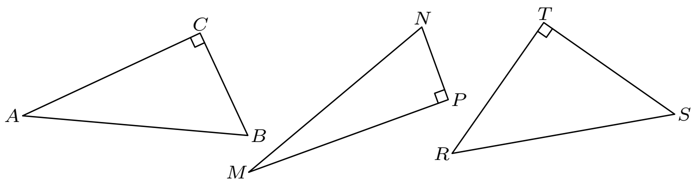
A. Rapports trigonométriques

E.1

Définition : dans un triangle rectangle, on a les rapports trigonométriques suivants :

- $\cos \widehat{R} = \dfrac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{S}}{\text{longueur de l'hypothénuse}}$
- $\sin \widehat{W} = \dfrac{\text{longueur du côté opposé à l'angle } \widehat{W}}{\text{longueur de l'hypothénuse}}$
- $\tan \widehat{M} = \dfrac{\text{longueur du côté opposé à l'angle } \widehat{M}}{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{M}}$

On considère les trois triangles ABC, MNP, RST représentés ci-dessous :



Exprimer à l'aide des longueurs des triangles, les rapports trigonométriques suivants :

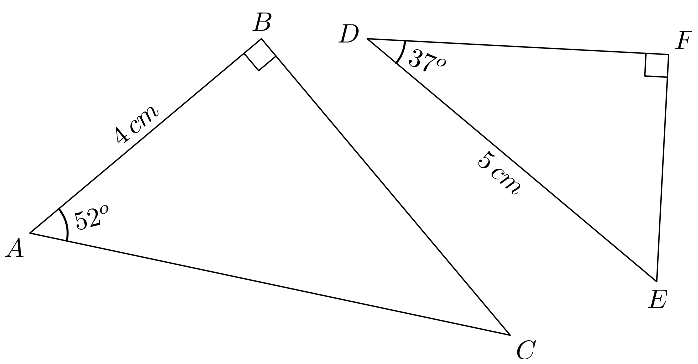
a) $\cos \widehat{CAB}$ b) $\sin \widehat{PNM}$ c) $\tan \widehat{TSR}$

E.2

1. a) Dessiner un triangle ABC rectangle en C.
   b) En fonction des longueurs des côtés du triangle ABC, exprimer le rapport trigonométrique du sinus de l'angle $\widehat{ABC}$.
2. a) Dessiner un triangle DEF rectangle en E.
   b) En fonction des longueurs des côtés du triangle DEF, exprimer le rapport trigonométrique de la tangente de l'angle $\widehat{EDF}$.

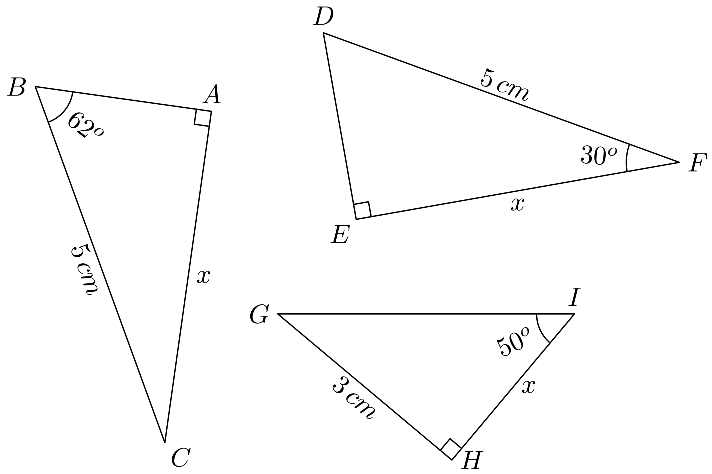
B. Calculer une longueur

E.3 On considère les deux triangles ci-dessous :



Déterminer les mesures des segments $[AC]$ et $[DF]$ arrondies au millimètre près.

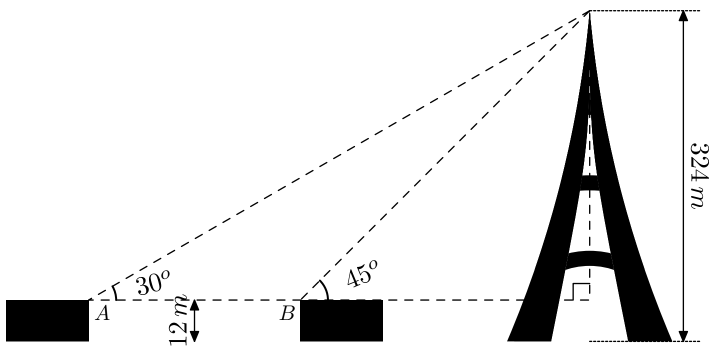
E.4 Dans chaque cas, donner la longueur x du côté indiqué. On arrondira le résultat au millimètre près :



E.5

La construction de la tour Eiffel s'est achevée en 1899. Avec un mat portant le drapeau français sa hauteur était de $312\,m$.
En 2005, la pose d'une antenne pour la télévision porta la taille de la tour Eiffel à $324\,m$.

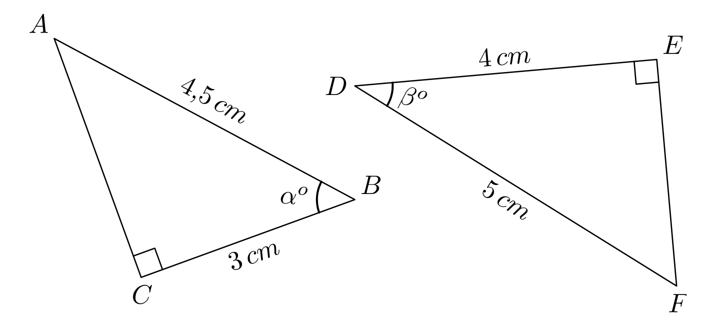
La figure ci-dessous schématise la tour Eiffel et 2 maisons :



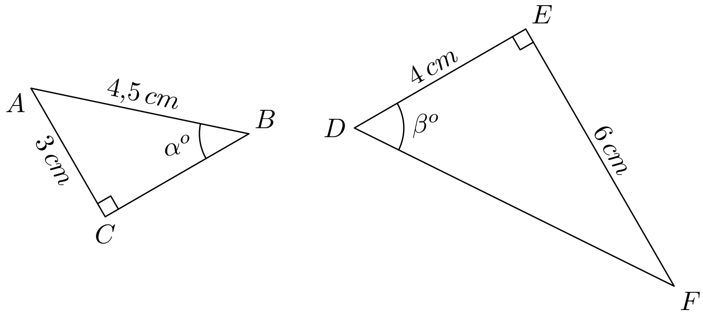
1. Reproduire, sous la forme d'un schéma simplifié, la figure ci-dessous sur votre feuille.
2. Calculer la distance AB qui sépare les deux maisons, arrondi au mètre près.

C. Calculer un angle

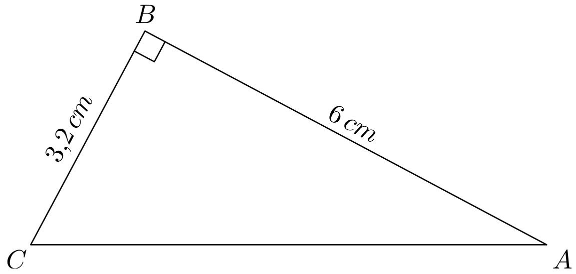
E.6 Calculer la mesure des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{EDF}$, arrondie au dixième de degrés près :



E.7 Calculer les mesures des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{EDF}$, arrondi au dixième de degrés près :



E.8 On considère le triangle ABC rectangle en B représenté ci-dessous :



Déterminer les mesures des angles $\widehat{BCA}$ et $\widehat{CAB}$ arrondies au dixième de degré près.

D. Problèmes

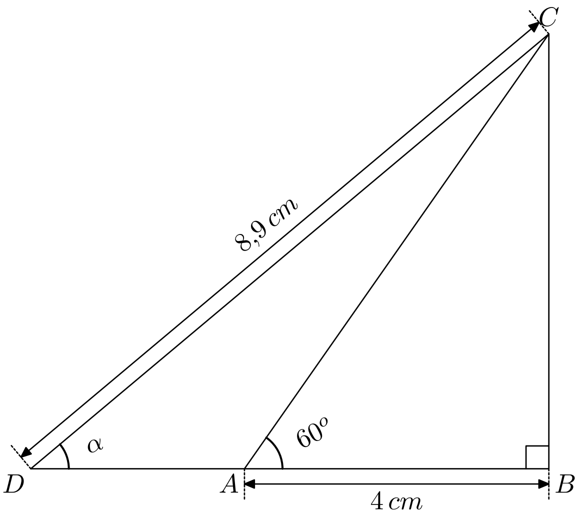
E.9

1. Tracer le triangle REC tel que :

   $RE = 7{,}5\,cm \quad ; \quad RC = 10\,cm \quad ; \quad EC = 12{,}5\,cm$

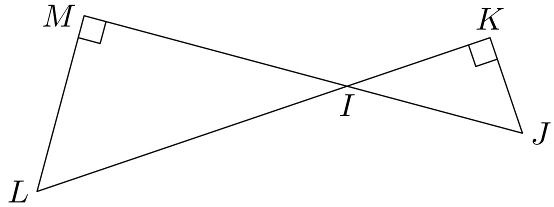
2. Montrer que le triangle REC est rectangle en R.
3. Donner les mesures des angles de ce triangle, arrondie au degré près.

E.10 On considère le triangle ABC rectangle en B représenté ci-dessous :



1. Déterminer la longueur du segment $[BC]$ arrondie au millimètre près.
2. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{CDB}$ arrondie au degré près.

E.11 On considère la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur :



- Les segments $[KL]$ et $[JM]$ se coupent au point I ;
- $IK = 4\,cm \quad ; \quad JK = 2{,}4\,cm \quad ; \quad LM = 4{,}2\,cm.$
- Le triangle IJK est rectangle en K ;
- Le triangle LIM est rectangle en M.

1. Calculer la valeur exacte de la tangente de l'angle $\widehat{KIJ}$.
2. Pourquoi les angles $\widehat{KIJ}$ et $\widehat{LIM}$ sont-ils égaux?
3. Donner l'expression de la tangente de l'angle $\widehat{LIM}$ en fonction de IM.
4. En s'aidant des réponses aux questions précédentes, prouver que la longueur IM en centimètres est un nombre entier.
5. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{KIJ}$, arrondi au degré près.

E.12

La figure ci-contre est composée des triangles ABC et BDC rectangle respectivement en B et D.

Donner la valeur de l'angle α, arrondie au dixième près.