

Séquence 3 : Probabilités

1. Expérience aléatoire

Définitions :

- Une **expérience** est **aléatoire** lorsqu'elle a plusieurs résultats connus et que l'on ne peut pas prévoir celui qui se produira.
- Les **issues** sont les résultats possibles d'une expérience.
- Un **événement** est un ensemble d'issues.
- Un **événement élémentaire** est un événement constitué d'une seule issue.
- L'ensemble de toutes les issues est appelé l'**univers**.

Exemple :

"Lancer un dé et regarder la face obtenue" est une expérience aléatoire.

Les issues sont :

"Obtenir un nombre pair" est un événement qui regroupe les issues :

..... est un événement élémentaire.

2. Probabilités

2.1. Notion de probabilité

Propriété :

La probabilité d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1.

Un événement dont la probabilité est égale à 0 est **impossible**.

Un événement dont la probabilité est égale à 1 est **certain**.

Exemple :

Si on lance un dé à 6 faces :

- L'événement est impossible.
- L'événement est certain.

Remarque :

On peut exprimer une probabilité sous plusieurs formes : nombre décimal, fraction, pourcentage...

2.2. Calculer une probabilité

Définition :

Si toutes les issues d'une expérience ont la même probabilité, l'expérience est **équiprobable**.

Propriété :

Dans une expérience aléatoire où toutes les issues sont équiprobables, la probabilité d'un événement E est :

$$P(E) = \frac{\text{Nombre d'issues favorables}}{\text{Nombre d'issues total}}$$

Exemple :

On lance un dé à 6 faces **équilibré**.

Quelle est la probabilité de l'événement A : "obtenir un nombre strictement supérieur à 4" ?

Propriété :

La probabilité d'un événement est égale à la **somme des probabilités** des issues favorables.

Exemple :

On lance un dé **truqué** pour lequel on a :

Face	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0,1	0,2	0,1	0,3	0,1	0,2

Quelle est la probabilité de l'événement B : "Obtenir un nombre pair" ?

Définition :

L'événement **contraire** d'un événement A est l'événement qui se réalise quand A ne se réalise pas. On le note \bar{A} .

Exemple :

On écrit chaque lettre du mot "MATHEMATIQUES" sur des papiers indiscernables au toucher.

Donner un événement et son événement contraire.

Propriété :

La somme des probabilités d'un événement et de son événement contraire est 1.

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

On en déduit : $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

Exemple :

Avec l'exemple précédent, calculer la probabilité de l'événement puis celle de son événement contraire.

3. Lien entre fréquence et probabilité

Propriété :

Si on répète un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence d'apparition d'une issue se rapproche de la probabilité de cette issue.

Exemple :

Chaque élève lance 20 fois un dé à 6 faces équilibré :

Face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectif							
Fréquence							

Calcul des fréquences :

4. Expérience aléatoire à deux épreuves

Définition :

Une **expérience aléatoire à deux épreuves** est une succession de deux expériences aléatoires. Une issue est un **couple** formé par les deux issues obtenues lors de chaque expérience.

Exemple :

Une urne contient 4 boules rouges et 2 boules vertes indiscernables au toucher. On tire deux fois de suite, avec remise, une boule dans l'urne et on note les couleurs obtenues.

Quelle est la probabilité que les boules soient de la même couleur ?

Pour résoudre ce problème, on utilise un tableau à double entrée :

	Rouge	Rouge	Rouge	Rouge	Verte	Verte
Rouge						
Rouge						
Rouge						
Rouge						
Verte						
Verte						

La probabilité que les boules soient de la même couleur regroupe les issues :

Il y a issues favorables sur issues au total. La probabilité est donc