

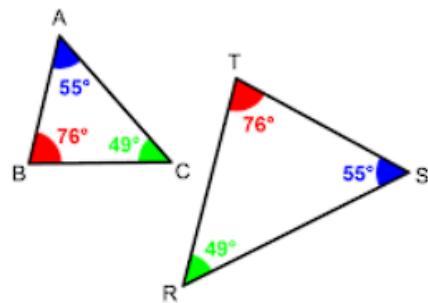
Séquence 5 : Théorème de Thalès

1. Triangles semblables

Définition :

Deux triangles sont **semblables** lorsque leurs angles sont deux à deux de même mesure.

Exemple :



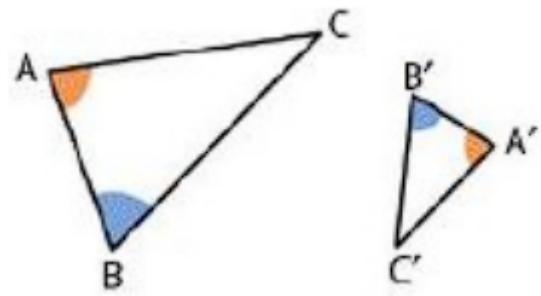
Remarque :

Si deux triangles sont **égaux**, alors ils sont **semblables**. Deux triangles semblables ne sont pas toujours égaux.

Méthode :

Pour montrer que deux triangles sont semblables, il suffit de montrer qu'ils ont deux paires d'angles deux à deux de même mesure.

Exemple : Démontrer que les triangles sont égaux.



Propriété :

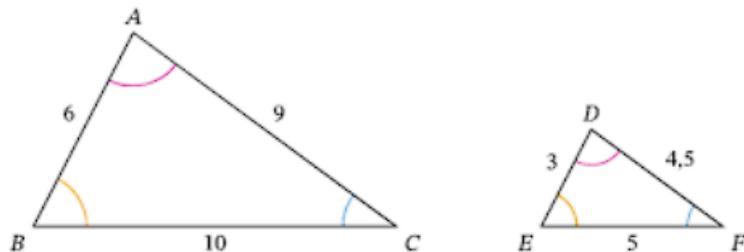
Si deux triangles ABC et A'B'C' sont semblables, alors les longueurs des côtés opposés aux angles égaux sont proportionnelles.

Triangle ABC	AB	BC	AC
Triangle A'B'C'	A'B'	B'C'	A'C'

- Si $k < 1$, alors A'B'C' est une **réduction** de ABC de rapport k.
- Si $k > 1$, alors A'B'C' est un **agrandissement** de ABC de rapport k.

Exemple :

Démontrer que les triangles sont semblables grâce aux mesures des côtés et donner le coefficient de proportionnalité. Dire s'il s'agit d'une réduction ou d'un agrandissement en donnant son rapport.



Triangle ABC			
Triangle DEF			

2. Théorème de Thalès

Théorème de Thalès :

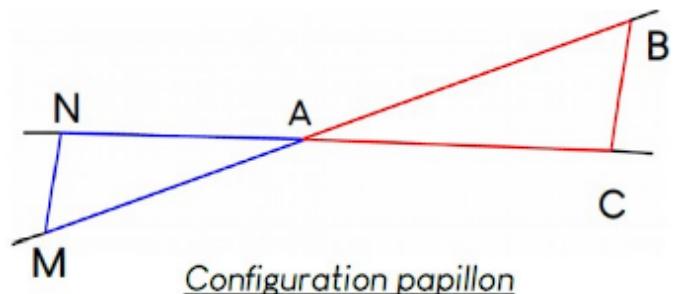
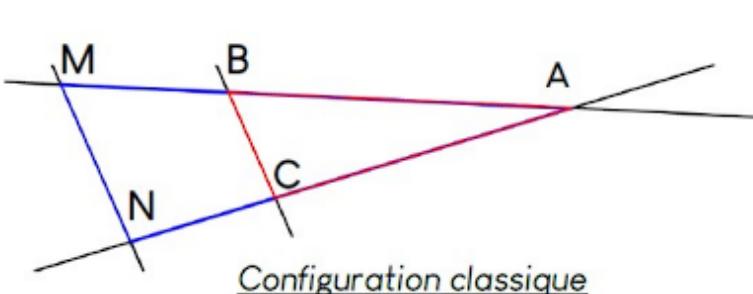
Si les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part sont alignés et si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors on a l'**égalité de Thalès** :

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$$

Remarques :

- On a aussi l'égalité : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.
- Les triangles ABC et AMN sont semblables.

Deux configurations :

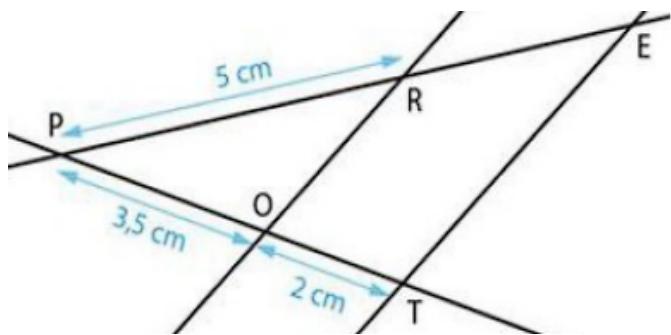


Les deux figures précédentes sont appelées "configurations de Thalès". A chaque fois, on a $M \in (AB)$, $N \in (AC)$ et $(MN) \parallel (BC)$.

Exemples :

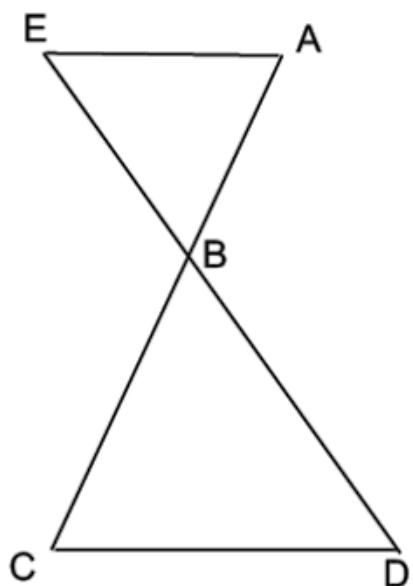
Configuration classique :

Les droites (OR) et (TE) sont parallèles. Calculer PE.



Configuration papillon :

Les droites (AE) et (CD) sont parallèles. BE=2 cm ; BD = 5cm et CD = 6 cm. Calculer AE.



3. Réciproque du théorème de Thalès

Réciproque du théorème de Thalès :

Si les points A, B, M et A, C, N sont alignés dans cet ordre et si $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$ alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Remarque :

Pour montrer que deux droites sont parallèles avec la réciproque du théorème de Thalès, il suffit de montrer que deux quotients sont égaux.

Méthode :

Les points A, C, E et B, C, D sont alignés. Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles ?

