

# Calcul littéral

## A. Distributivité simple

C.1

- (a)  $3 \times (x + 2) = 3x + 3 \times 2 = 3x + 6$
- (b)  $5 \times (2x - 1) = 5 \times 2x - 5 \times 1 = 10x - 5$
- (c)  $3 \times (4x - 1) = 3 \times 4x - 3 \times 1 = 12x - 3$

C.2

- (a)  $2(x - 2) + 3(x + 2) = 2x - 4 + 3x + 6 = 5x + 2$
- (b)  $4(1 - x) + (3x + 1) = 4 - 4x + 3x + 1 = -x + 5$

C.3

- (a)  $2 \times (6 + x + 2) = 2 \times (8 + x) = 2 \times 8 + 2 \times x = 16 + 2x$
- (b)  $3 \times (5 + 2x) + 3x = 3 \times 5 + 3 \times 2x + 3x = 15 + 6x + 3x = 9x + 15$

## B. Factorisation 1

C.4

- (a)  $3x + 6 = 3x + 3 \times 2 = 3(x + 2)$
- (b)  $10x - 15 = 5 \times 2x - 5 \times 3 = 5(2x - 3)$

C.5

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} 5x^2 + 7x & \text{(b)} 14 - 21x & \text{(c)} 7x + 7x^2 \\ = x \times 5x + x \times 7 & = 7 \times 2 - 7 \times 3x & = 7x \times 1 + 7x \times x \\ = x \times (5x + 7) & = 7 \times (2 - 3x) & = 7x \times (1 + x) \end{array}$$

C.6

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & 5 \times (x + 2) + 5 \times (3x + 1) \\ &= 5 \times [(x + 2) + (3x + 1)] \\ &= 5 \times (x + 2 + 3x + 1) \\ &= 5 \times (4x + 3) \\ \text{(b)} \quad & x \times (4x - 2) + x \times (x + 5) \\ &= x \times [(4x - 2) + (x + 5)] \\ &= x \times (4x - 2 + x + 5) \\ &= x \times (5x + 3) \end{aligned}$$

C.7

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & x(x - 2) - x(7x - 5) = x[(x - 2) - (7x - 5)] \\ &= x(x - 2 - 7x + 5) = x(-6x + 3) \\ \text{(b)} \quad & x^2(3x + 2) - x^2 \times (3 - x) = x^2[(3x + 2) - (3 - x)] \\ &= x^2(3x + 2 - 3 + x) = x^2(4x - 1) \end{aligned}$$

## C. Opposé d'une somme

C.8

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & 3(2x - 1) - 3(5 - 2x) = 6x - 3 - 15 + 6x \\ &= 12x - 18 \\ \text{(b)} \quad & 2(1 - x) - 6(x + 2) = 2(1 - x) - 6(x + 2) \\ &= 2 - 2x - 6x - 12 = -8x - 10 \end{aligned}$$

C.9

- (a)  $3(2x - 5) - 2(x - 1) = 6x - 15 - 2x + 2 = 4x - 13$
- (b)  $3(3x - 2) - (2 - x) = 9x - 6 - 2 + x = 10x - 8$

C.10

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & -(x^2 - 3x + 2) + 2(2x + 1) = -x^2 + 3x - 2 + 4x + 2 \\ &= -x^2 + 7x \\ \text{(b)} \quad & x(2x - 1) - (x^2 + 11x + 2) = 2x^2 - x - x^2 - 11x - 2 \\ &= x^2 - 12x - 2 \\ \text{(c)} \quad & 2x \times (8 - x) - 5x \times (x + 1) \\ &= 2x \times 8 - 2x \times x - (5x \times x + 5x \times 1) \\ &= 16x - 2x^2 - 5x^2 - 5x = -7x^2 + 11x \end{aligned}$$

## D. Distributivité double

C.11

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & (x + 1)(2x + 1) = 2x^2 + x + 2x + 1 = 2x^2 + 3x + 1 \\ \text{(b)} \quad & (3x + 1)(2x + 2) = 6x^2 + 6x + 2x + 2 \\ &= 6x^2 + 8x + 2 \end{aligned}$$

C.12

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & (2 + x)(3x - 1) = 6x - 2 + 3x^2 - x = 3x^2 + 5x - 2 \\ \text{(b)} \quad & (5x - 1)(x + 2) = 5x^2 + 10x - x - 2 = 5x^2 + 9x - 2 \end{aligned}$$

C.13

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & 3(x - 1) + (x + 1)(2x + 1) \\ &= 3x - 3 + (2x^2 + x + 2x + 1) = 2x^2 + 6x - 2 \\ \text{(b)} \quad & (2 - x)(1 + x) - 3(5 - 2x) \\ &= (2 + 2x - x - x^2) - 15 + 6x \\ &= (-x^2 + x + 2) - 15 + 6x = -x^2 + 7x - 13 \end{aligned}$$

C.14

- (1) On a le développement de l'expression  $A$  :
- $$\begin{aligned} A &= (2x + 1)(x + 2) - 2x(x - 1) \\ &= (2x^2 + 4x + x + 2) - 2x^2 + 2x \\ &= 2x^2 + 4x + x + 2 - 2x^2 + 2x = 7x + 2 \end{aligned}$$
- (2) Évaluons l'expression initiale de  $A$  pour  $x = 10\ 000$ , on a :
- $$\begin{aligned} A &= (2x + 1)(x + 2) - 2x(x - 1) \\ &= (2 \times 10\ 000 + 1)(10\ 000 + 2) - 2 \times 10\ 000(10\ 000 - 1) \\ &= (20\ 000 + 1) \times 10\ 002 - 20\ 000 \times 9\ 999 \\ &= 20\ 001 \times 10\ 002 - 20\ 000 \times 9\ 999 \\ &= B \end{aligned}$$

On remarque qu'il suffit d'évaluer  $A$  pour  $x = 10\ 000$  pour obtenir la valeur de  $B$ . De la forme factorisée de  $A$ , on en déduit :

$$A = 7x + 2 = 7 \times 10\ 000 + 2 = 70\ 000 + 2 = 70\ 002$$

## E. Factorisation 2

C.15

a)  $(4x + 3)(2 - 3x) - (2 - 3x)(x - 1)$   
 $= (2 - 3x)(4x + 3) - (2 - 3x)(x - 1)$   
 $= (2 - 3x)[(4x + 3) - (x - 1)]$   
 $= (2 - 3x)(4x + 3 - x + 1) = (2 - 3x)(3x + 4)$

b)  $(x + 1)^2 + (x + 1)(2x - 3)$   
 $= (x + 1)[(x + 1) + (2x - 3)]$   
 $= (x + 1)(3x - 2)$

C.16

a)  $3(x + 2) + (x + 1)(x + 2) = [3 + (x + 1)](x + 2)$   
 $= (x + 4)(x + 2)$

b)  $(2 - x)(x + 1) - (2 - x) = (2 - x)(x + 1) - (2 - x) \times 1$   
 $= (2 - x)[(x + 1) - 1] = x(2 - x)$

## F. Problèmes

C.17 La piscine a pour dimension :

Longueur:  $7 - 2x$  ; Largeur:  $4 - 2x$

Ainsi, la piscine a pour aire :

$$\begin{aligned} A &= (7 - 2x)(4 - 2x) \\ &= 7 \times 4 + 7 \times (-2x) + (-2x) \times 4 + (-2x) \times (-2x) \\ &= 28 - 14x - 8x + 4x^2 = 4x^2 - 22x + 28 \end{aligned}$$

Ainsi, il fallait choisir la réponse (d).

C.18 Déterminer l'expression développée et réduite du carré de chacune des longueurs du triangle  $ABC$ :

- $AC^2 = (3x + 6)(3x + 6)$   
 $= 9x^2 + 18x + 18x + 36$   
 $= 9x^2 + 36x + 36$
- $AB^2 = (5x + 10)(5x + 10)$   
 $= 25x^2 + 50x + 50x + 100$   
 $= 25x^2 + 100x + 100$
- $BC^2 = (4x + 8)(4x + 8)$   
 $= 16x^2 + 32x + 32x + 64$   
 $= 16x^2 + 64x + 64$

De plus, on remarque l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} BC^2 + AC^2 &= (16x^2 + 64x + 64) + (9x^2 + 36x + 36) \\ &= 25x^2 + 100x + 100 \\ &= AB^2 \end{aligned}$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en déduit que le triangle  $ABC$  est rectangle en  $C$ .