

A. Probabilités

E.1 Anne et Jean ont acheté 630 dragées roses et 810 dragées blanches qu'ils ont mises dans un sachet. On suppose que les dragées sont indiscernables au toucher.

- 1 Combien Anne et Jean ont-ils acheté de dragées au total?
- 2 Anne prend au hasard une dragée dans le sachet. Quelle est la probabilité qu'elle obtienne une dragée blanche? On donnera la probabilité sous la forme d'une fraction irréductible.

E.2

On rappelle qu'un jeu de 32 cartes est composé de quatre familles (*trèfles, carreau, coeur, pique*). Chaque famille est composée de huit cartes: 7, 8, 9, 10, valet, dame, roi et as.

L'expérience aléatoire consiste à tirer une carte au hasard dans ce jeu 32 cartes.

- 1 Quelle est la probabilité d'obtenir le 8 de pique? Justifier votre réponse.
- 2 Quelle est la probabilité d'obtenir un roi ou un coeur? Justifier votre réponse.

	♥	♦	♠	♣
As	As	As	As	As
R	R	R	R	R
D	D	D	D	D
V	V	V	V	V
10	10	10	10	10
9	9	9	9	9
8	8	8	8	8
7	7	7	7	7

E.3 Des élèves organisent, pour leur classe, un jeu au cours duquel il est possible de gagner des lots. Pour cela, ils placent dans une urne trois boules noires numérotées de 1 à 3, et quatre boules rouges numérotées de 1 à 4, toutes indiscernables au toucher.

On pioche au hasard une boule dans l'urne.

- 1 Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge?
- 2 Quelle est la probabilité de tirer une boule dont le numéro est un nombre pair?

E.4 Dans la vitrine d'un magasin A sont présentés au total 45 modèles de chaussures. Certaines sont conçues pour la ville, d'autres pour le sport et sont de trois couleurs différentes: noire, blanche ou marron.

- 1 Compléter le tableau suivant:

Modèle	Pour la ville	Pour le sport	Total
Noir		5	20
Blanc	7		
Marron		3	
Total	27		45

- 2 On choisit un modèle de chaussures au hasard dans cette vitrine.
 - a Quelle est la probabilité de choisir un modèle de couleur noire?
 - b Quelle est la probabilité de choisir un modèle de sport?
 - c Quelle est la probabilité de choisir un modèle pour la ville de couleur marron?
- 3 Dans la vitrine du magasin B, on trouve 54 modèles de chaussures dont 30 de couleur noire.

On choisit au hasard un modèle de chaussures dans la vitrine du magasin A puis dans celle du magasin B. Dans laquelle des deux vitrines a-t-on le plus de chance d'obtenir un modèle de couleur noire? Justifier.

E.5 La direction d'un établissement scolaire fait le point sur les élèves inscrits en demi-pension:

- L'établissement compte 852 élèves;
- Au total, il y a 213 élèves inscrits au régime "externe";
- Pour les filles, 123 filles sont inscrites au régime "externe" et 312 sont en demi-pension

- 1 Recopier et compléter le tableau ci-dessous:

	Garçons	Filles	Total
Externe			
Demi-pension			
Total			

Indication: les probabilités seront arrondies au millième près.

- 2 On choisit un élève au hasard dans cet établissement:
 - a Quelle est la probabilité de choisir un garçon inscrit au régime externe?
 - b Quelle est la probabilité de choisir un garçon?
- 3 En choisissant une fille au hasard, quelle est la probabilité que cette fille soit inscrite au régime "demi-pension"?

E.6 Un bijoutier achète un lot de 220 perles de Tahiti. Un contrôleur qualité s'intéresse à leurs formes (*ronde ou baroque*) et à leurs couleurs (*grise ou verte*).

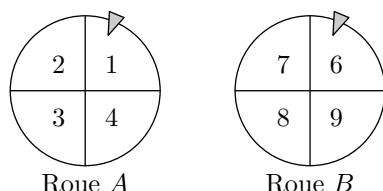
- 77 perles sont de couleur verte, et parmi celles-ci 13 sont de forme ronde;
- Il y a 176 perles de forme baroque.

- 1 Recopier et compléter le tableau ci-dessous:

	Rondes	Baroques	Total
Grises			
Vertes			
Total			

- 2 Le contrôleur tire au hasard une perle dans le lot de perles achetées
 - a Quelle est la probabilité pour que cette perle soit de forme baroque?
 - b Quelle est la probabilité de tirer une perle baroque verte?
- 3 Parmi les perles rondes, quelle est la probabilité pour que le contrôleur choisisse une perle de couleur verte?

E.7 🎲 Mathilde fait tourner deux roues de loterie A et B comportant chacune quatre secteurs numérotés comme sur le schéma ci-dessous :



La probabilité d'obtenir chacun des secteurs d'une roue est la même. Les flèches indiquent les deux secteurs obtenus.

L'expérience de Mathilde est la suivante : elle fait tourner les deux roues pour obtenir un nombre à deux chiffres. Le chiffre obtenu avec la roue A est le chiffre des dizaines et celui avec la roue B est le chiffre des unités.

Dans l'exemple ci-dessous, elle obtient le nombre 27 (Roue A : 2 et roue B : 7)

- 1 Écrire tous les nombres possibles issus de cette expérience.
- 2 Prouver que la probabilité d'obtenir un nombre supérieur à 40 est 0,25.
- 3 Quelle est la probabilité que Mathilde obtienne un nombre divisible par 3?

B. Expérience à deux épreuves

E.8 🎲 On lance simultanément deux dés bien équilibrés à six faces, un rouge et un vert. On appelle "score" la somme des numéros obtenus sur chaque dé.

- 1 Quelle est la probabilité de l'événement C : "le score est 13"? Comment appelle-t-on un tel événement?
- 2 Dans le tableau à double entrée donné ci-dessous, on remplit chaque case avec la somme des numéros obtenus sur chaque dé.

Dé vert \ Dé rouge	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3				7		
4		6				
5						
6						

- a Compléter, sans justifier, le tableau donné ci-dessus.
- b Donner la liste des scores possibles.
- 3 a Déterminer la probabilité de l'événement D : "le score est 10".
- b Déterminer la probabilité de l'événement E : "le score est un multiple de 4".
- c Démontrer que le score obtenu a autant de chance d'être un entier premier qu'un nombre strictement plus grand que 7.

E.9 🎲 On étudie l'expérience aléatoire suivante : on jette deux dés de six faces et note la valeur de chacun des deux dés.

- 1 Compléter le tableau suivant :

Dé vert \ Dé rouge	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

- 2 a Événement D : "les deux dés ont la même valeur".
- b Événement E : "on obtient 6 et 4".
- c Événement F : "un des dés a la valeur 3 et l'autre a une valeur paire".

C. Calculer un effectif

E.10 🎲 Un sac contient des jetons portant chacun une consonne ou une voyelle de l'alphabet. Ces jetons sont indiscernables au toucher. L'expérience aléatoire consiste à choisir un jeton au hasard dans le sac et de noter la lettre portée par le jeton.

On sait que le sac contient 12 voyelles et que l'événement "tirer une voyelle" a pour probabilité $\frac{1}{5}$.

On note n le nombre de jetons portant une consonne.

- 1 Justifier que l'entier n est solution de l'équation :
$$\frac{12}{12+n} = \frac{1}{5}$$
- 2 Déterminer le nombre de jetons présents dans le sac et portant une consonne.

E.11 🎲 Un sac contient 6 jetons rouges et 2 jetons jaunes. On tire au hasard, chacun des jetons ayant la même probabilité d'être tiré.

- 1 Calculer la probabilité de tirer un jeton rouge.
- 2 Calculer la probabilité de tirer un jeton jaune.
- 3 On ajoute dans ce sac des jetons verts. Le sac contient alors 6 jetons rouges, 2 jetons jaunes et les jetons verts. On tire au hasard un jeton au hasard.

Sachant que la probabilité de tirer un jeton vert est égale à $\frac{1}{2}$, calculer le nombre de jetons verts.

E.12 Une urne contient 8 boules rouges et 12 boules vertes indiscernables au toucher. On considère l'expérience aléatoire consistant à tirer une boule au hasard dans cette urne.

- 1 Déterminer la probabilité de l'événement "la boule tirée est rouge".
- 2 On rajoute n boules vertes dans l'urne.
 - a Exprimer le nombre de boules contenues dans l'urne en fonction de n .
 - b Déterminer la valeur de n pour que l'événement "la boule tirée est rouge" ait une probabilité de 1 chance sur 6 de se réaliser.

E.13 Trois personnes, Aline, Bernard et Claude ont chacune un sac contenant des billes. Chacune tire au hasard une bille de son sac.

- 1 Le contenu des sacs est le suivant :

Sac d'Aline :	Sac de Bernard :	Sac de Claude :
5 billes rouges	10 billes rouges et 30 billes noires	100 billes rouges et 3 billes noires

Laquelle de ces personnes a la probabilité la plus grande de tirer une bille rouge?

- 2 On souhaite qu'Aline ait la même probabilité que Bernard de tirer une bille rouge. Avant le tirage, combien de billes noires faut-il ajouter pour cela dans le sac d'Aline?

D. Probabilité et arithmétique

E.14 Un sac contient 20 boules ayant chacune la même probabilité d'être tirée. Ces 20 boules sont numérotées de 1 à 20. On tire une boule au hasard dans le sac. Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

- 1 Quelle est la probabilité de tirer la boule numérotée 13?
- 2 Quelle est la probabilité de tirer une boule portant un numéro pair?
- 3 A-t-on plus de chances d'obtenir une boule portant un numéro multiple de 4 que d'obtenir une boule portant un numéro diviseur de 4?
- 4 Quelle est la probabilité de tirer une boule portant un numéro qui soit un entier premier?

E.15 Damien a fabriqué trois dés à six faces parfaitement équilibrés, mais un peu particuliers.

Sur les faces du premier dé sont écrits les six plus petits nombres pairs strictement positifs :

2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12

Sur les faces du deuxième dé sont écrits les six plus petits nombres impairs positifs.

Sur les faces du troisième dé sont écrits les six plus petits entiers premiers.

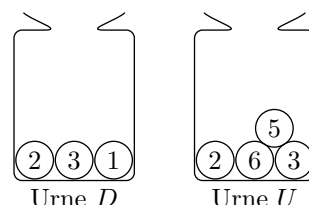
Après avoir lancé un dé, on note le nombre obtenu sur la face du dessus.

- 1 Quels sont les six nombres figurant sur le deuxième dé? Quels sont les six nombres figurant sur le troisième dé?
- 2 Zoé choisit le troisième dé et le lance. Elle met au carré le nombre obtenu. Léo choisit le premier dé et le lance. Il met au carré le nombre obtenu.

- a Zoé a obtenu un carré égal à 25. Quel était le nombre lu sur le dé qu'elle a lancé?
 - b Quelle est la probabilité que Léo obtienne un carré supérieur à celui obtenu par Zoé?
- 3 Mohamed choisit un des trois dés et lance quatre fois de suite. Il multiplie les quatre nombres obtenus et obtient 525.
 - a Peut-on déterminer les nombres obtenus lors des quatre lancers? Justifier.
 - b Peut-on déterminer quel est le dé choisi par Mohamed? Justifier.

E.16

Deux urnes contiennent des boules numérotées indiscernables au toucher. Le schéma ci-dessous représente le contenu de chacune des urnes.



On forme un nombre entier à deux chiffres en tirant au hasard une boule dans chaque urne :

- le chiffre des dizaines est le numéro de la boule issue de l'urne D ;
- le chiffre des unités est le numéro de la boule issue de l'urne U.

Exemple : en tirant la boule ① de l'urne D et ensuite la boule ⑤ de l'urne U, on forme le nombre 15.

- 1 A-t-on plus de chance de former un entier pair que de former un nombre impair?
- 2 a Sans justifier, indiquer les entiers premiers qu'on peut former lors de cette expérience.
 - b Montrer que la probabilité de former un entier premier est égale à $\frac{1}{6}$.
- 3 Définir un événement dont la probabilité de réalisation est égale à $\frac{1}{3}$.