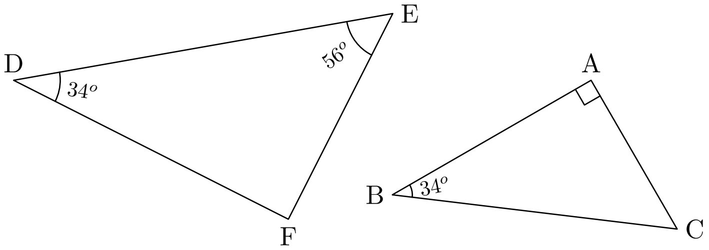
Théorème de Thalès

A. Triangles semblables

E.1 On considère les deux triangles ABC et DEF :



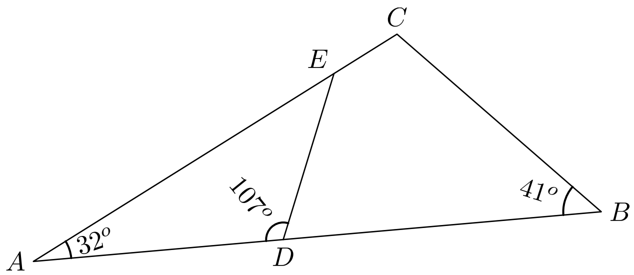
1. Montrer que les deux triangles ABC et DEF sont semblables.
2. Compléter le tableau ci-dessous :

	Côtés homologues		
Dans le triangle ABC	$[AB]$	$[BC]$	
Dans le triangle DEF			$[EF]$

E.2 On considère un triangle ABC tel que :

$\widehat{DAE} = 32^o$; $\widehat{ABC} = 41^o$

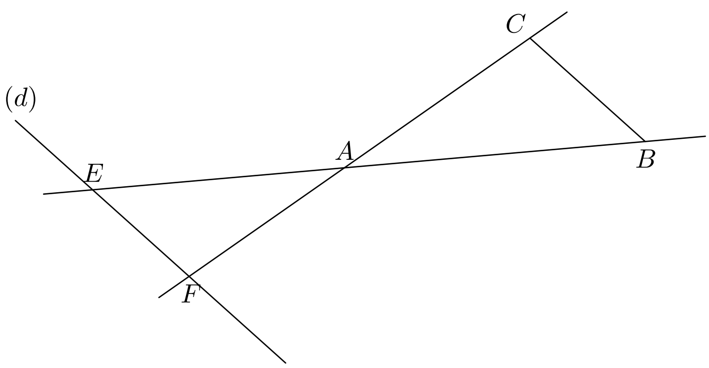
et les points D et E appartenant respectivement aux côtés $[AB]$ et $[AC]$ tels que : $\widehat{ADE} = 107^o$.



Montrer que les triangles ABC et ADE sont deux triangles semblables.

E.3 Dans le plan, on considère trois points A, B et C distincts.

Les droites (AB) et (AC) sont interceptées par une droite (d), parallèle à (BC), respectivement aux points E et F.

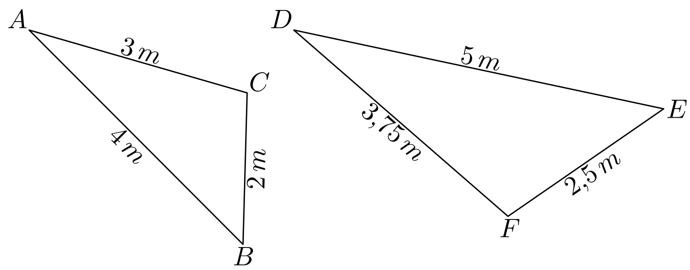


Justifier que les triangles ABC et AEF sont des triangles semblables.

E.4

Propositon : Si les côtés de deux triangles sont propositionnels entre eux alors ces deux triangles sont semblables.

On considère les deux triangles :



1. Compléter le tableau ci-dessous :

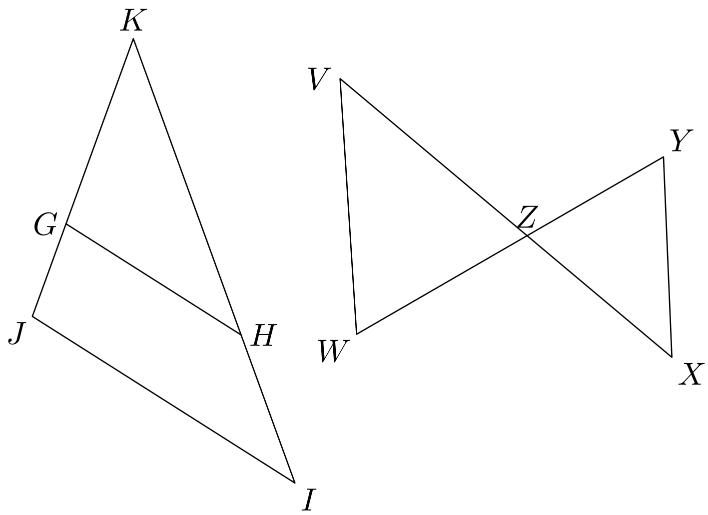
Le côté	le plus long	"moyen"	le plus court
Dans le triangle ABC			
Dans le triangle DEF			

2. Montrer que ce tableau est un tableau de propositionnalité.
3. Que peut-on en déduire des triangles ABC et DEF?

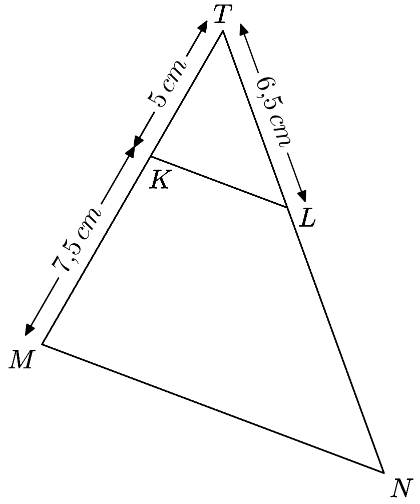
B. Théorème de Thalès

E.5 Nous avons représenté deux configurations de Thalès où $(GH)/\!/(IJ)$ et $(XY)/\!/(VW)$.

Dans chaque cas, citer les égalités de quotient de longueurs données par le théorème de Thalès :

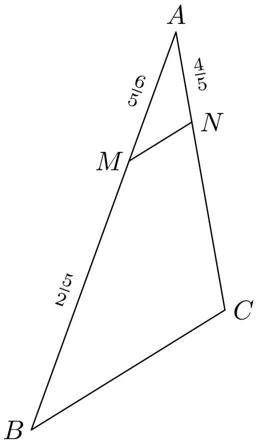


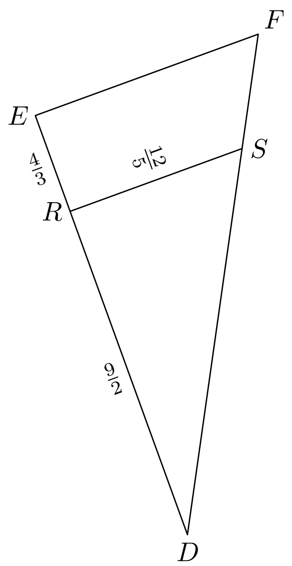
E.6 Dans le triangle TMN, la droite (KL) est parallèle à (MN). Déterminer la mesure du segment $[TN]$.



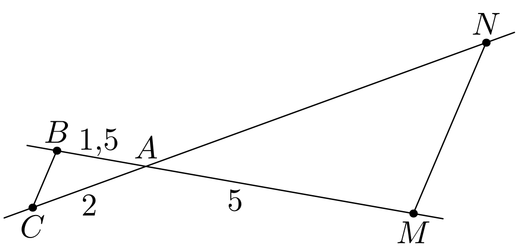
E.7

1. Dans le triangle ABC, les droites (MN) et (BC) sont parallèles entre elles. Déterminer la mesure du segment $[AC]$.
2. Dans le triangle DEF, les droites (RS) et (EF) sont parallèles entre elles. Déterminer la mesure du segment $[EF]$.





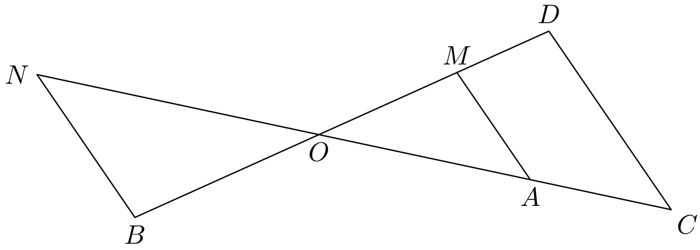
E.8 Dans le plan, on considère la configuration :



Les droites (BC) et (MN) sont respectivement parallèles entre elles.

À l'aide du théorème de Thalès, déterminer la longueur du segment $[AN]$.

E.9 On considère les droites (BD) et (CN) s'intersectant O avec A un point de (CN) et M un point de (BD) tel que : Les droites (BN), (AM) et (CD) sont parallèles entre elles.

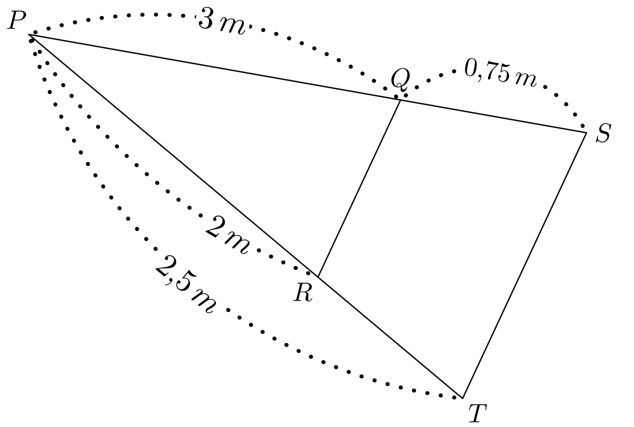


1. Donner tous les rapports de longueurs égaux à :
   a. $\dfrac{OM}{OD}$ b. $\dfrac{OB}{OM}$
2. On nous donne les mesures suivantes :
   $NO = 5\,cm$; $OA = 4\,cm$; $OM = 3\,cm$
   $AC = 2\,cm$; $CD = 3\,cm$
   a. Déterminer la mesure du segment $[BO]$.
   b. Déterminer la longueur AM.
   Puis, en déduire la longueur BN.

C. *Réciproque*

E.10 On considère le triangle PST représenté ci-dessous et les deux points Q et R appartenant respectivement aux segments $[PS]$ et $[PT]$.

On a les mesures suivantes :
$PR = 2\,m$; $PT = 2{,}5\,m$; $PQ = 3\,m$; $QS = 0{,}75\,m$

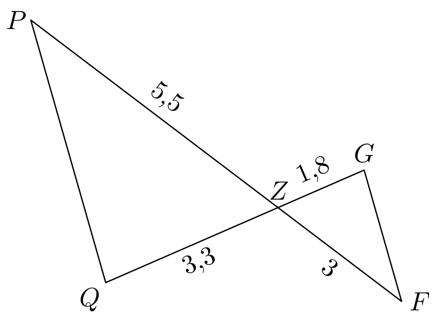


Montrer que les droites (QR) et (ST) sont parallèles.

E.11

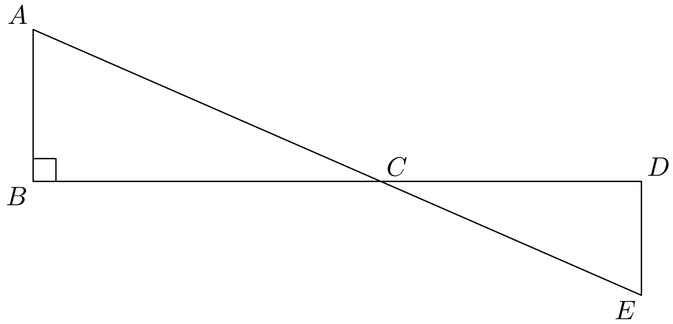
On considère la configuration ci-dessous représentant des configurations de Thalès.

Montrer que les droites (FG) et (PQ) sont parallèles.



D. Problèmes

E.12 *La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur. On ne demande pas de la reproduire.*

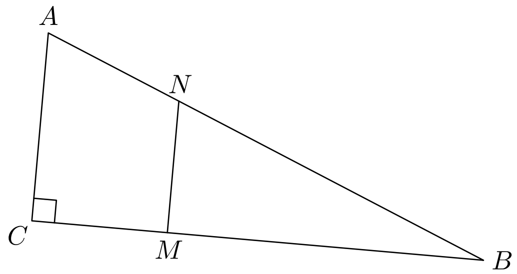


Les points A, C et E sont alignés, ainsi que les points B, C et D.
Le triangle ABC est rectangle en B.
Les longueurs suivantes sont exprimées en centimètres :

$BC = 12$; $CD = 9{,}6$; $DE = 4$; $CE = 10{,}4$

1. Montrer que le triangle CDE est rectangulaire en D.
2. En déduire que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
3. Calculer la longueur AB.

E.13 On considère le triangle rectangle ABC en C représenté ci-dessous et les points M et N appartenant respectivement aux segments $[BC]$ et $[BA]$:



On a les mesures suivantes :

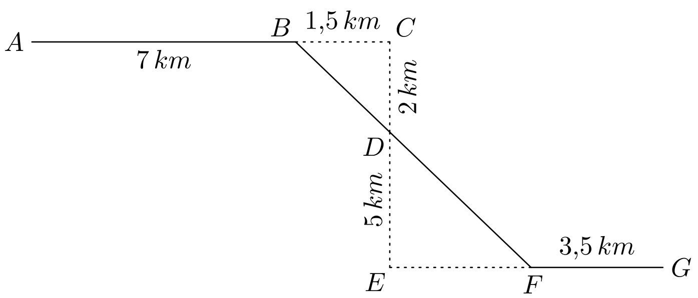
$BM = 2{,}4\,cm$; $MC = 1{,}2\,cm$; $AC = 1{,}5\,cm$

$BN = 2{,}6\,cm$; $BA = 3{,}9\,cm$

1. Démontrer que le triangle BMN est rectangle en M.
2. a. Déterminer la longueur du segment $[MN]$.

   b. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{MNB}$ arrondie au degré près.

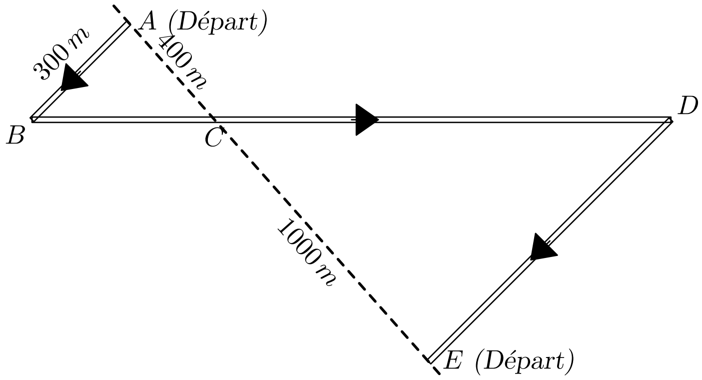
E.14 Michel participe à un rallye VTT sur un parcours balisé. Le trajet est représenté en traits pleins.



- Le dessin n'est pas à l'échelle.
- Les points A, B et C sont alignés.
- Les points C, D et E sont alignés.
- Les points B, D et F sont alignés.
- Les points E, F et G sont alignés.
- Le triangle BCD est rectangle en C.
- Le triangle DEF est rectangle en E.

1. Montrer que la longueur BD est égale à $2{,}5\,km$.
2. Justifier que les droites (BC) et (EF) sont parallèles.
3. Calculer la longueur DF.
4. Calculer la longueur totale du parcours.
5. Michel roule à une vitesse moyenne de $16\,{}^{km}/_{h}$ pour aller du point A au point B.
   Combien de temps mettra-t-il pour aller du point A au point B. Donner votre réponse en minutes et secondes.

E.15 Des élèves participent à une course à pied. Avant l'épreuve, un plan leur a été remis. Il est représenté par la figure ci-dessous :



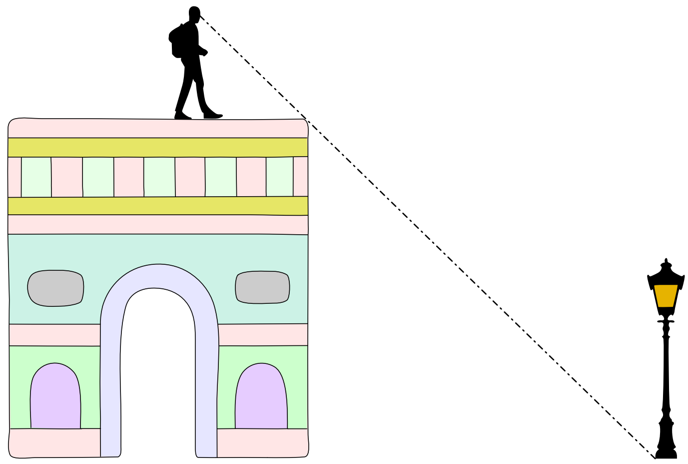
On convient que :

- Les droites (AE) et (BD) se coupent en C.
- Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
- ABC est un triangle rectangle en A.

Calculer la longueur réelle du parcours $ABCDE$.

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

E.16 Un touriste monte tout en haut de l'arc de triomphe à Paris :



En se reculant de $2\,m$ du bord de l'arc de triomphe, il se rend compte qu'il a aligné parfaitement sa vision avec le bord du monument et le pied d'un lampadaire se trouvant au même niveau que le monument. On estime que ces yeux sont à une hauteur de $1m\,70$ du sol.

Une fois redescendu, il mesure que l'écart entre le bord du monument et le bord du lampadaire est de $58{,}2\,m$.

Déterminer la hauteur du monument, arrondie au décimètre près.

Indication : toute trace de recherche et de rédaction seront prises en compte lors de l'évaluation.