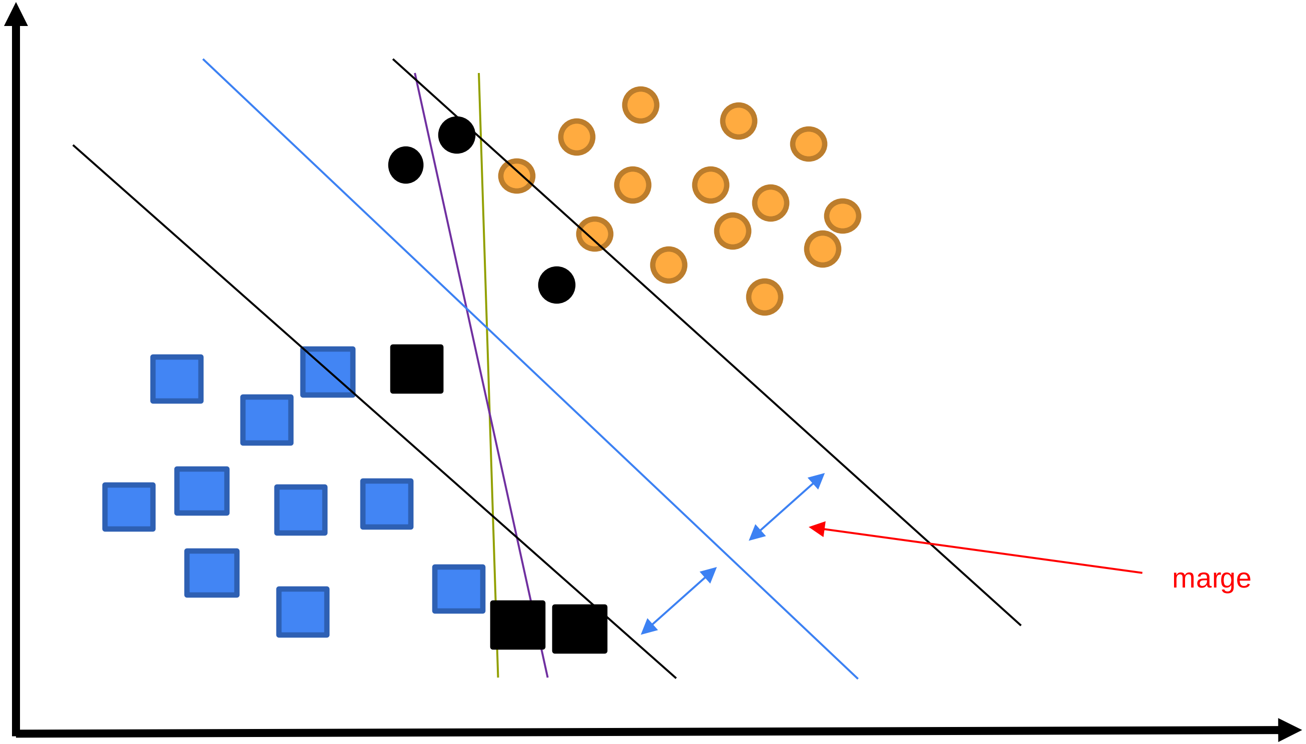
Tout savoir sur le support vector machine

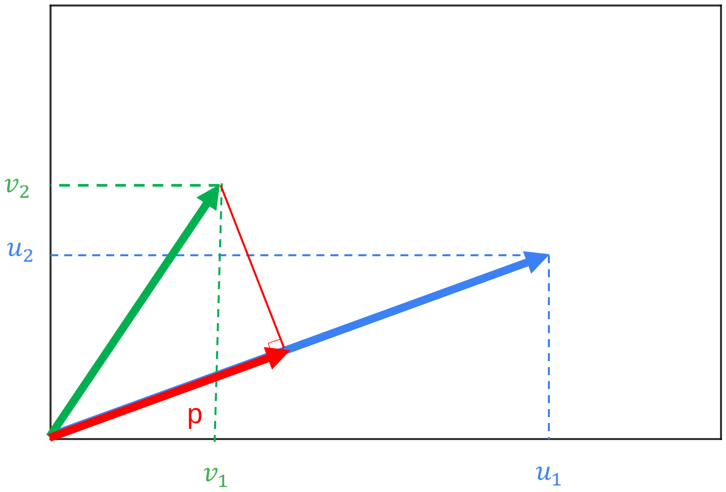
Partie 5

Présenté par **Morgan Gautherot**

Classifieur à marge maximale



Produit scalaire



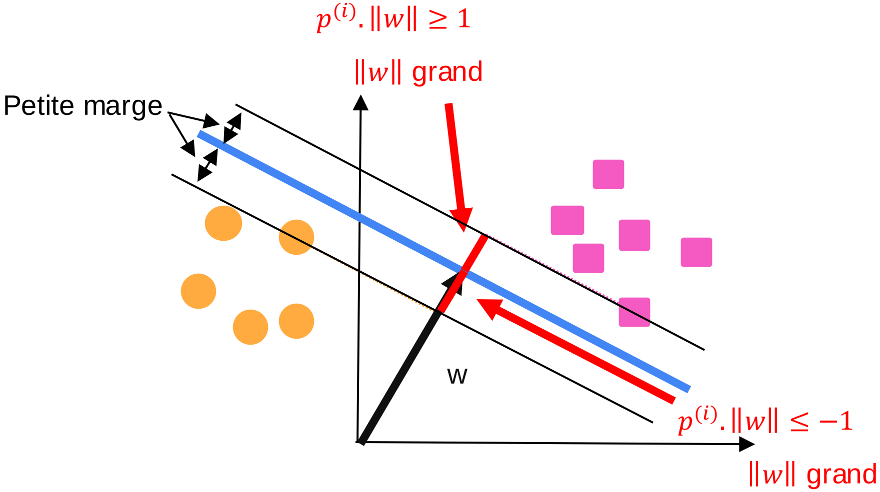
$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \; ; \quad v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

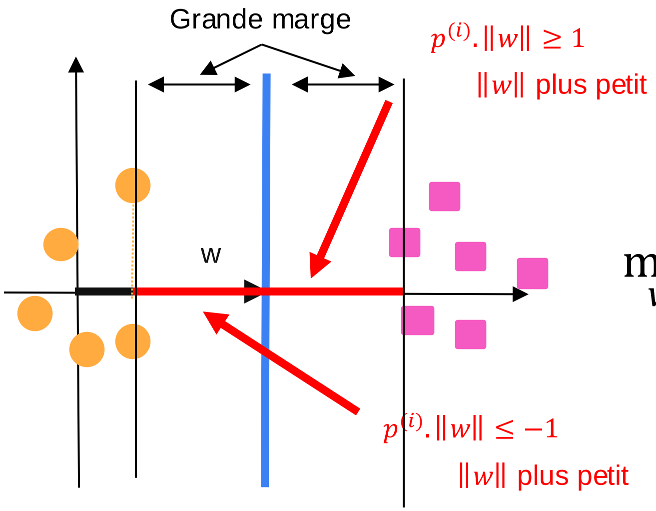
$$\|u\| = longueur\ du\ vecteur\ u$$
$$= \sqrt{{u_1}^2 - {u_2}^2} \ \in \mathbb{R}$$

$$P = longueur\ de\ la\ projection\ de\ v\ sur\ u$$

$$u^T v = p\,.\|u\|$$
$$= u_1 v_1 + \ u_2 v_2$$

Les vecteurs de support

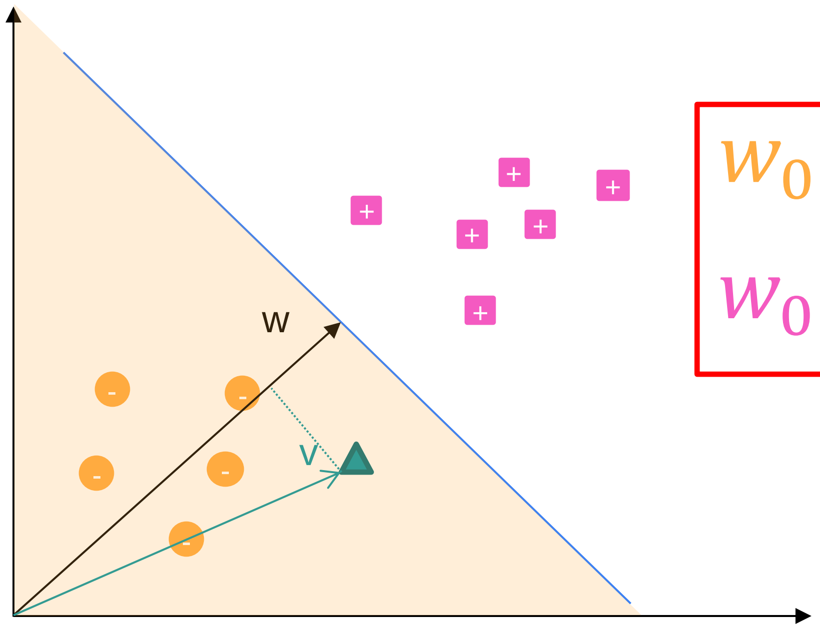




$$\min_{w} \frac{1}{2}\|w\|^2$$

Frontière de décision

$$w_0 + v.w$$



$$\boxed{w_0} + v_{-}.\boxed{w} \leq -1$$

$$\boxed{w_0} + v_{+}.\boxed{w} \geq 1$$

Calcul de l'erreur

$$w_0 + v_-.w \leq -1$$

$$y_-(w_0 + v_-.w) \geq 1$$

$$y_-(w_0 + v_-.w) - 1 \geq 0$$

$$y \begin{cases} y_- = -1 \\ y_+ = 1 \end{cases}$$

$$w_0 + v_+.w \geq 1$$

$$y_+(w_0 + v_+.w) \geq 1$$

$$y_+(w_0 + v_+.w) - 1 \geq 0$$

$$y_i(w_0 + v_i.w) - 1 \geq 0$$

$i = [-1,1]$

$$min\frac{1}{m}\sum \min(y_i(w_0 + v_i.w) - 1, 0)$$

$$-y_i(w_0 + v_i.w) + 1 \leq 0$$

$i = [-1,1]$

$$\boxed{min\frac{1}{m}\sum max(1 - y_i(w_0 + v_i.w), 0)}$$

Fonction de coût

$$\min_{w} \frac{1}{2}\|w\|^2$$

$$\min_{w} \frac{1}{m}\sum max(1 - y_i(w_0 + v_i.w), 0)$$

$$\min_{w} \frac{1}{2}\|w\|^2 + \frac{1}{m}\sum max(1 - y_i(w_0 + v_i.w), 0)$$

Hinge loss

$$\min_{w} J(w) = \frac{1}{2}\|w\|^2 + C\frac{1}{m}\sum max(1 - y_i(w_0 + v_i.w), 0)$$

Paramètre de régularisation

Gradient descent

Soit n le nombre de variables

Répéter ce processus jusqu'à la convergence :

$$w_j \coloneqq w_j - \alpha \frac{\partial}{\partial w_j} J(W)$$

$$\mathrm{J}(w) = \frac{1}{2}\|w\|^2 + C\frac{1}{m}\sum \max(1 - y_i(w_0 + v_i.w), 0)$$

$$\frac{\partial}{\partial w_j} J(W) = \begin{cases} w, & si\ 1 - y_i(w_0 + v_i.w) \leq 0 \\ w - \sum \frac{c}{m} y_i v_i, & sinon \end{cases}$$