TP1 AMS302 - Modélisation et Simulation du transport de particules neutres

Morgane STEINS et Etienne PEILLON

Version préliminaire pour le 14/10/2019

Nous cherchons à résoudre l'équation du transport neutronique en 1D sur l'intervalle $[0;1]$ et pour tout $\mu \in [1;1]$

$$\mu \frac{\partial \varphi}{\partial x}(x,\mu) + \Sigma_t \varphi(x,\mu) = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} \varphi(x,\mu')\ d\mu' + S(x,\mu) \tag{1}$$

1 Solveur Monte-Carlo

1.1 Préliminaires

Tout d'abord nous justifions la forme du libre parcours d'un neutron. Une surface efficace macroscopique Σ caractérise la probabilité d'intéraction sur un petit intervale δl

$$P_{\text{interaction}}([x; x+\delta l]) = \Sigma \delta l$$

Lorsque l'on projette cette distance sur l'axe des abscisses, on fait apparaitre le cosinus de l'angle entre le vecteur directeur du déplacement et $\vec{x}$ qui est définit par μ dans ce TP. D'où en 1D $P_{\text{interaction}}(x) = \frac{\Sigma}{\mu}\delta l$

On peut voir le libre parcours du neutron de deux manières différentes. La première est de considérer qu'il s'agit d'une sorte comme un "temps" de survie et utiliser le fait que ce genre de phénomène se modélise avec une loi exponentielle. On peut aussi utiliser faire une démonstration plus physique. On découpe l'intervalle $[0;1]$ en N sous-intervalles de longeur dx et on considère partir du point 0. La probabilité d'interaction au point $x = idx$ s'obtient en considérant qu'il y a une intercation dans l'intervalle i mais pas dans les précédents ce qui donne

$$P_{\text{interaction}}(x \in [idx; (i+1)dx]) = \frac{\Sigma}{\mu}(1 - \frac{\Sigma}{\mu}dx)^i$$

Le passage à la limite $N \to \infty$ donne la densité de probabilité d'interagir au point x et pas avant, donc la densité de probabilité du libre parcours f: $f(x) = \frac{\Sigma}{\mu}e^{-\frac{\Sigma}{\mu}x}$

On vérifie immédiatement que $\int_0^\infty f(x)\mathrm{d}x = 1$.

Pour échantillonner une variable aléatoire selon une loi, on peut inverser sa fonction de répartition si elle est connue. La fonction de répartition F du libre parcours moyen s'écrit

$$F(x) = \int_0^x f(t)\mathrm{d}t = \int_0^x \frac{\Sigma}{\mu}e^{-\frac{\Sigma}{\mu}t} = 1 - e^{-\frac{\Sigma}{\mu}x}$$

Pour l'inverser on résoud $y = F(x)$

$$y = 1 - e^{-\frac{\Sigma}{\mu}x} \iff x = \frac{\mu}{\Sigma}\log(1-y) = F^{-1}(y)$$

Pour tirer une variable aléatoire selon la loi F, on tire y selon une loi uniforme sur $[0; 1]$ et on calcule $F^{-1}(y)$.

La méthode Monte-Carlo consiste à simuler un grand nombre de trajectoires de neutrons et en déduire le flux neutronique par la loi des grands nombres.

- faire l'explication de l'estimateur du flux neutronique
- Cas homogène ponctuel
- Cas homogène uniforme
- Cas non homogène
- Cas scattering : le plus dur il faut coder les n rebonds des particules
- Etudier les temps de calcul
- Etudier la convergence ($\sqrt{N}$ théoriquement)
- Etudier la complexité ??
- blabla