Пусть имеется m нечетких классов, которые описываются нечеткими множествами:

$\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \ldots, \tilde{A}_m$

Носитель нечетких множеств – универсальное множество X.

Имеются образы, заданные векторами атрибутов

$\bar{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$,

где атрибуты $x_j \in [0; 1]$.

Необходимо отнести образы к нечетким классам.

Нужно найти функции принадлежности классам $\mu_{\tilde{A}_j}(\bar{x})$.

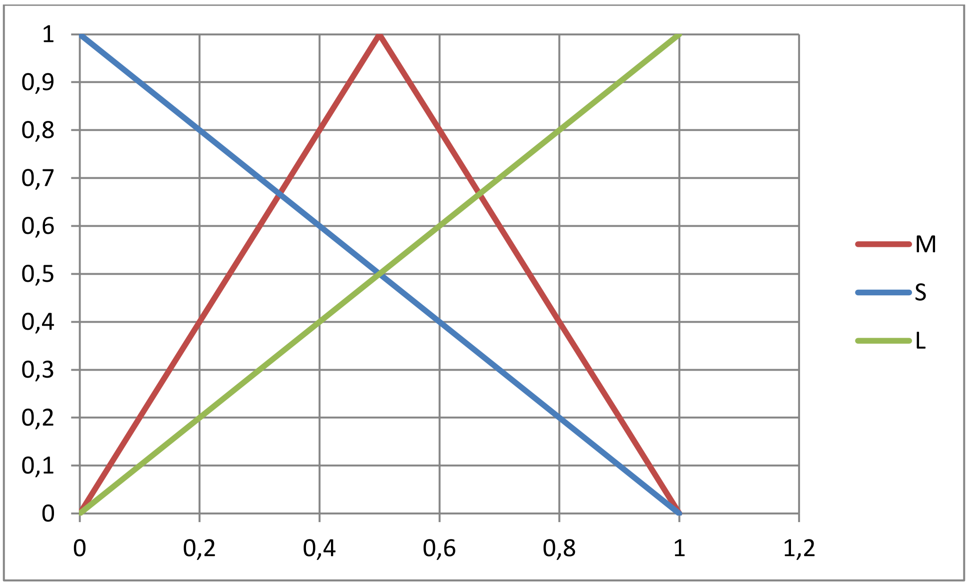
Нечеткая классификация предполагает, что для целей классификации важны не абсолютные значения атрибутов, а их качественные градации, например, малое значение, среднее, большое, очень большое и т.д.

Например, рассмотрим случай трех градаций: то есть значение атрибута может быть малым (small, S), средним (medium, M) и большим (large, L).

Каждый атрибут – нечеткое множество со своей функцией принадлежности:

$\mu_S(x_i)$, $\mu_M(x_i)$ и $\mu_L(x_i)$. (1)

Например,



Рассмотрим случай двух атрибутов $\bar{x} = (x_1, x_2)$.

Предположим, что у нас имеется 6 наблюдений

x_1	0,3	0,6	0,3	0,1	0,5	0,2
x_2	0,5	0,6	0,8	0,6	0,3	0,3

Для каждого образа определяем:

1) принадлежность каждого атрибута к градации S, M и L. Для этого подставляем значения x_1 и x_2 в функции принадлежности (1)

первый атрибут, x_1	Малое, S	0,7	0,4	0,7	0,9	0,5	0,8
	Среднее, M	0,6	0,8	0,6	0,2	1	0,4
	Большое, L	0,3	0,6	0,3	0,1	0,5	0,2
второй атрибут, x_2	Малое, S	0,5	0,4	0,2	0,4	0,7	0,7
	Среднее, M	1	0,8	0,4	0,8	0,6	0,6
	Большое, L	0,5	0,6	0,8	0,6	0,3	0,3

2) принадлежность образа $\bar{x} = (x_1, x_2)$ элементам декартова произведения нечетких градаций:
$\{(S,S),(S,M),(S,L),(M,S),(M,M),(M,L),(L,S),(L,M),(L,L)\}$
с помощью

$$\mu_p = \mu_{p1}(x_1) \cdot \mu_{p2}(x_2)$$

(реализуется операция И, можно взять любую другую Т-норму),

где $\bar{p} = (p1, p2), \quad pi \in \{S, M, L\}$

$p = (p1, p2)$	1	1	1	2	2	2
(S,S)	0.7*0.5=0,35	0,16	0,14	0,36	0,35	0,56
(S,M)	0.7*1=0,7	0,32	0,28	0,72	0,3	0,48
(S,L)	0.7*0.5=0,35	0,24	0,56	0,54	0,15	0,24
(M,S)	0.6*0.5=0,3	0,32	0,12	0,08	0,7	0,28
(M,M)	0.6*1=0,6	0,64	0,24	0,16	0,6	0,24
(M,L)	0.6*0.5=0,3	0,48	0,48	0,12	0,3	0,12
(L,S)	0,15	0,24	0,06	0,04	0,35	0,14
(L,M)	0,3	0,48	0,12	0,08	0,3	0,12
(L,L)	0,15	0,36	0,24	0,06	0,15	0,06

Для каждого класса по обучающей выборке определяем суммарные степени того, что вектор значений нечетких атрибутов $\overline{p}$ характерен для данного класса $\tilde{A}_j$:

$$\beta_{\overline{p}}^{j} = \sum_{\overline{x} \in \tilde{A}_j} \mu_{\overline{p}}(x)$$

	1	1	1	2	2	2	β¹	β²
(S,S)	0,35	0,16	0,14	0,36	0,35	0,56	0,65	1,27
(S,M)	0,7	0,32	0,28	0,72	0,3	0,48	1,3	1,5
(S,L)	0,35	0,24	0,56	0,54	0,15	0,24	1,15	0,93
(M,S)	0,3	0,32	0,12	0,08	0,7	0,28	0,74	1,06
(M,M)	0,6	0,64	0,24	0,16	0,6	0,24	1,48	1
(M,L)	0,3	0,48	0,48	0,12	0,3	0,12	1,26	0,54
(L,S)	0,15	0,24	0,06	0,04	0,35	0,14	0,45	0,53
(L,M)	0,3	0,48	0,12	0,08	0,3	0,12	0,9	0,5
(L,L)	0,15	0,36	0,24	0,06	0,15	0,06	0,75	0,27

Если $\beta_{\overline{p}}^{1} < \beta_{\overline{p}}^{2}$, то вектор значений атрибутов $\overline{p}$ более характерен для второго класса, если $\beta_{\overline{p}}^{1} > \beta_{\overline{p}}^{2}$, то вектор значений атрибутов $\overline{p}$ более характерен для первого класса.

В таблице выше желтой заливкой выделены максимальные значения β_{p}^{j}.

Тогда совокупность пар атрибутов: $P_1 = \{(S,L),(M,M),(M,L),(L,M),(L,L)\}$ - более характерны для первого класса, а $P_2 = \{(S,S),(S,M),(M,S),(L,S)\}$ - для второго класса.

Замечание: если $\beta_{\overline{p}}^{1}$ и $\beta_{\overline{p}}^{2}$ близки друг к другу, то данный вектор нечетких атрибутов p будет иметь низкую разделяющую способность. Поэтому вводится величина, характеризующая степень доверия к тому, что вектор значений нечётких атрибутов $\overline{p}$ обладает большой разделяющей способностью:

$$c_{\overline{p}} = \frac{\left|\beta_{\overline{p}}^{1} - \beta_{\overline{p}}^{2}\right|}{\left|\beta_{\overline{p}}^{1} + \beta_{\overline{p}}^{2}\right|} \in [0;1]$$

Чем ближе $c_{\overline{p}}$ к 1, тем больше разделяющая способность у вектора значений нечетких атрибутов.

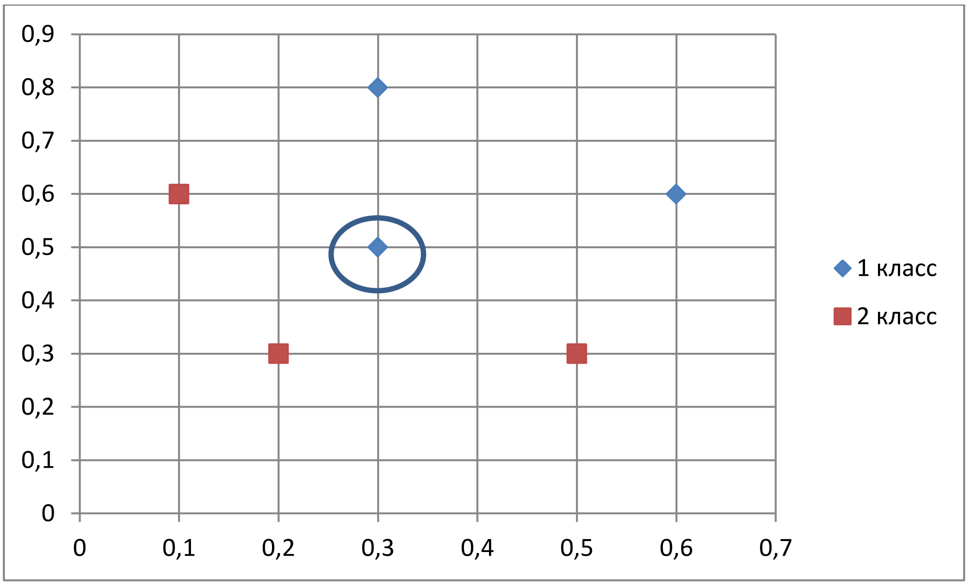
	1	1	1	2	2	2	β^1	β^2	c_p	
(S,S)	**0,35**	**0,16**	**0,14**	**0,36**	**0,35**	**0,56**	**0,65**	**1,27**	**0,323**	**A2**
(S,M)	**0,7**	**0,32**	**0,28**	**0,72**	**0,3**	**0,48**	**1,3**	**1,5**	0,071	**A2**
(S,L)	**0,35**	**0,24**	**0,56**	**0,54**	**0,15**	**0,24**	**1,15**	**0,93**	0,106	**A1**
(M,S)	**0,3**	**0,32**	**0,12**	**0,08**	**0,7**	**0,28**	**0,74**	**1,06**	0,178	**A2**
(M,M)	**0,6**	**0,64**	**0,24**	**0,16**	**0,6**	**0,24**	**1,48**	**1**	0,194	**A1**
(M,L)	**0,3**	**0,48**	**0,48**	**0,12**	**0,3**	**0,12**	**1,26**	**0,54**	**0,400**	**A1**
(L,S)	**0,15**	**0,24**	**0,06**	**0,04**	**0,35**	**0,14**	**0,45**	**0,53**	0,082	**A2**
(L,M)	**0,3**	**0,48**	**0,12**	**0,08**	**0,3**	**0,12**	**0,9**	**0,5**	0,286	**A1**
(L,L)	**0,15**	**0,36**	**0,24**	**0,06**	**0,15**	**0,06**	**0,75**	**0,27**	**0,471**	**A1**

Красным выделены c_p, превышающие 0,3

Тогда значения функции принадлежности каждого наблюдения к определенному классу будут определяться как произведения степени принадлежности наблюдения определенному вектору атрибутов, характерных для данного класса, на степень разделяющей способности данного вектора атрибутов на классы, определяемую с помощью $c_{\overline{p}}$. Потом среди этих произведений находится максимальное значение:

$$\mu_{\tilde{A}_j}(\overline{x}) = \max_{\overline{p}\in P_j} c_{\overline{p}}\mu_{\overline{p}}(\overline{x})$$

	номер наблюдения					
классу 1	1	2	3	4	5	6
	max(0.35*0.106; 0.6*0.194; 0.3*0.4; 0.3*0.286; 0.15*0.471)=0,6	0,64	0,56	0,54	0,6	0,470588
классу 2	1	2	3	4	5	6
	0,7	0,32	0,28	0,72	0,7	0,56


0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
1 класс
2 класс