

Лабораторное занятие 12

Алгоритмы нечеткого вывода

1. Алгоритм нечеткого вывода Мамдани
2. Алгоритм нечеткого вывода Ларсена
3. Алгоритм нечеткого вывода Такаги-Сугено

Рассмотрим Алгоритм нечеткого вывода Мамдани:

База правил состоит из правил типа (например, когда два входа и один выход и два правила):

R₁: ЕСЛИ ($x_1 = A_{11}$) и ($x_2 = A_{12}$) ТО ($y = B_1$)

R₂: ЕСЛИ ($x_1 = A_{21}$) и ($x_2 = A_{12}$) ТО ($y = B_2$)

Отношение И в посылке правил реализуется с помощью \min

$$\mu_{A_i} = \mu_{A_{i1} \times A_{i2}} = \min \left\{ \mu_{A_{i1}}, \mu_{A_{i2}} \right\}$$

Нечеткая импликация – с помощью \min

Нечеткий вход для i -го правила (в нашем случае $i=1,2$):

$$\mu_{A_i^*} = \mu_{A_{i1}^* \times A_{i2}^*} = \min \left\{ \mu_{A_{i1}^*}, \mu_{A_{i2}^*} \right\}$$

Обобщенный Модус поненс – операция \min

Нахождение μ_{res} – операция \max .

Нечеткую модель и механизм нечеткого вывода можно представить в виде

$$\mu_{B^*} = \max_{i=1,2} \sup_{x \in X} \left\{ \min \left\{ \mu_{A_i^*}, \mu_{A_i \rightarrow B_i} \right\} \right\}$$

Для нашего примера:

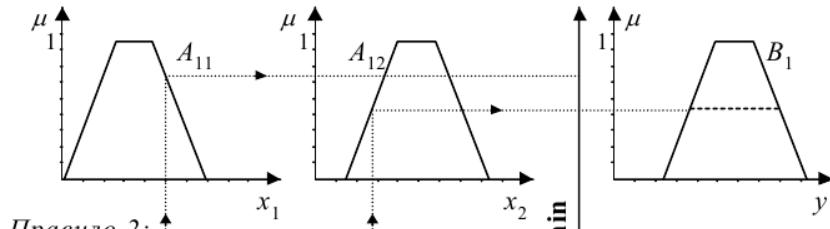
$$\mu_{B^*} = \max_{i=1,2} \sup_{x_1, x_2 \in X} \left\{ \min \left\{ \mu_{A_{i1}^*}(x_1), \mu_{A_{i2}^*}(x_2), \mu_{A_{i1}}(x_1), \mu_{A_{i2}}(x_2), \mu_{B_i}(y) \right\} \right\}$$

В алгоритме нечеткого вывода Мамдани, как правило, используется центроидный метод дефазификации, при котором четкое значение выходной переменной y^* определяется как «центр тяжести» (center of gravity) для $\mu_{B^*}(y)$:

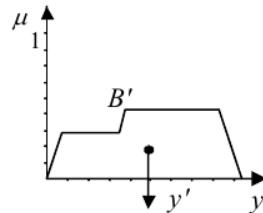
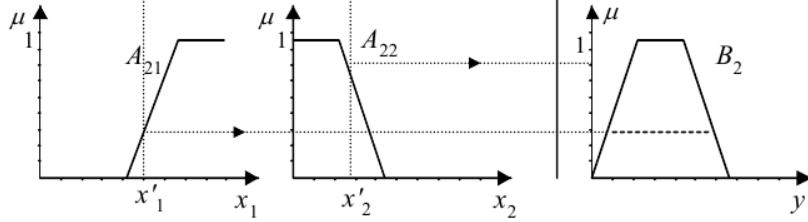
$$y^* = y_c = \frac{\int y \mu_{res}(y) dy}{\int \mu_{res}(y) dy}$$

В случае, если на вход подаются четкие значения, то алгоритм изображен на рисунке.

Правило 1:



Правило 2:



Алгоритм нечеткого вывода Ларсена

Такой же, как алгоритм Мамдани, отличие только в реализации Обобщенного модус поненс, с помощью алгебраического произведения

Нечеткую модель и механизм нечеткого вывода можно представить в виде

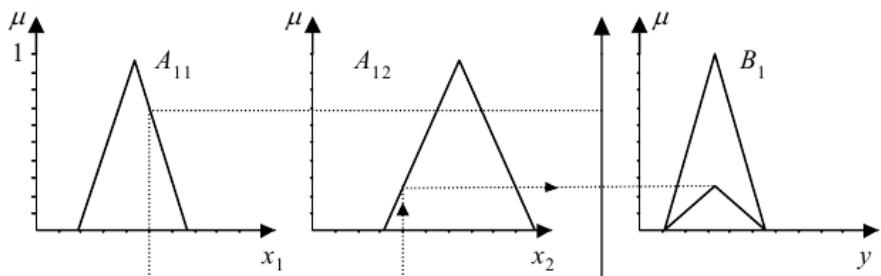
$$\mu_{B^*} = \max_{i=1,2} \sup_{x \in X} \left\{ \left\{ \mu_{A_i^*} \cdot \mu_{A_i \rightarrow B_i} \right\} \right\}$$

Для нашего примера:

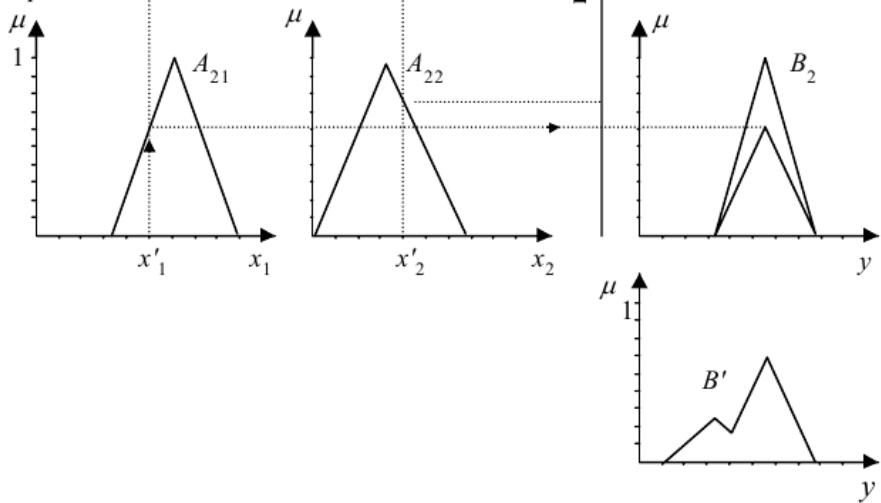
$$\mu_{B^*} = \max_{i=1,2} \sup_{x_1, x_2 \in X} \left\{ \mu_{B_i}(y) \cdot \min \left\{ \mu_{A_{i1}^*}(x_1), \mu_{A_{i2}^*}(x_2), \mu_{A_{i1}}(x_1), \mu_{A_{i2}}(x_2) \right\} \right\}$$

Алгоритм вывода для четких входных сигналов показан на рисунке

Правило 1:



Правило 2:



Алгоритм нечеткого вывода Цукамото

Правила задаются в виде

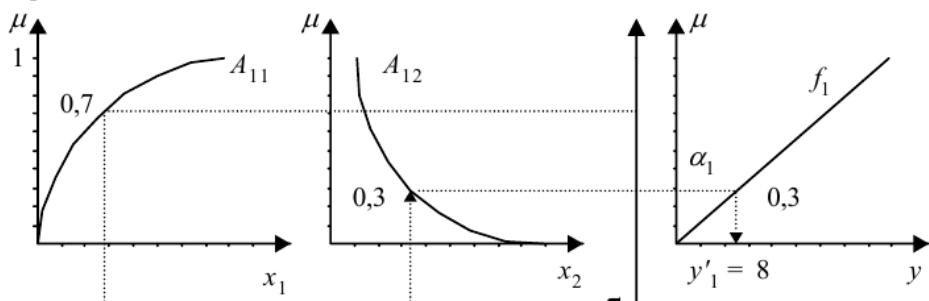
$\Pi_i: \text{ЕСЛИ } x_1 \text{ есть } A_{i1} \text{ И } \dots \text{ И } x_j \text{ есть } A_{ij} \text{ И } \dots \text{ И } x_m \text{ есть } A_{im},$
ТО $y = f_i^{-1}(\alpha_i), i = 1, \dots, n,$

Модифицированных функций принадлежности заключений нет, так как на выходе получаем четкие значения выходных переменных в каждом правиле.

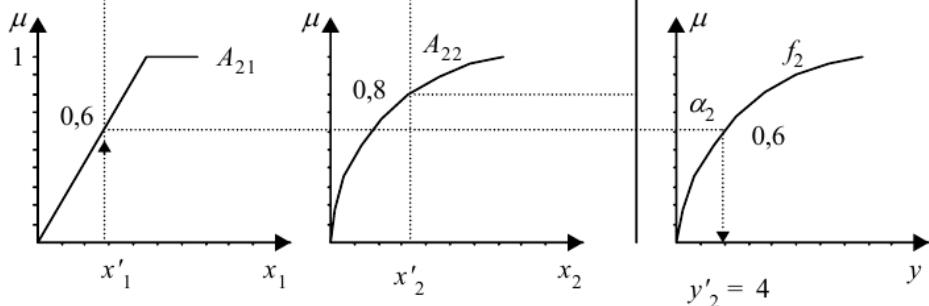
В качестве метода дефазификации в алгоритме Цукамото используется разновидность метода центра тяжести для одноточечных множеств

$$y^* = \frac{\alpha_1 y'_1 + \alpha_2 y'_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$$

Правило 1:



Правило 2:



Алгоритм нечеткого вывода Такаги-Сугено

В алгоритме нечеткого вывода Такаги–Сугэно база нечетких правил формируется на основе правил типа (для двух входов и одного выхода):

П1: ЕСЛИ x_1 есть A_{11} И x_2 есть A_{12} , ТО $y = c_{11} x_1 + c_{12} x_2 + c_{10}$,

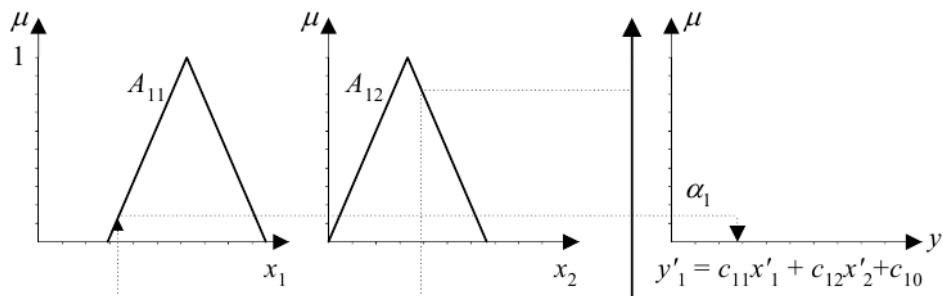
П2: ЕСЛИ x_1 есть A_{21} И x_2 есть A_{22} , ТО $y = c_{21} x_1 + c_{22} x_2 + c_{20}$,

где c_{ij} ($i, j = 1, 2$) – коэффициенты компонентов вектора; c_{i0} – смещение.

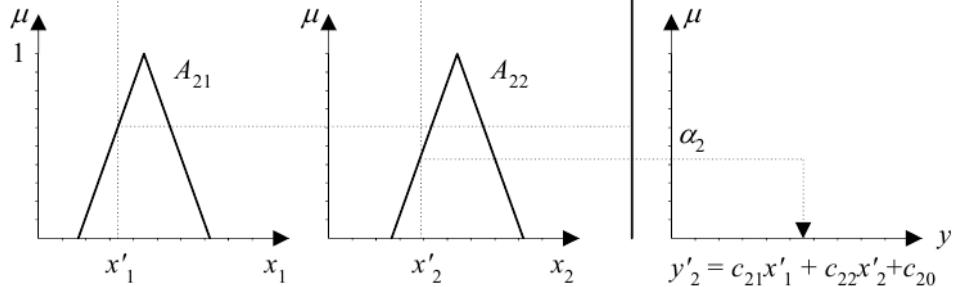
Нечеткая импликация – операция \min .

На рисунке показан пример выполнения алгоритма Такаги–Сугэно.

Правило 1:



Правило 2:



Пример

Первая (входная) лингвистическая переменная – «разница между текущим и заданным объемом продаж», обозначение - D , терм-множество = {заметно отрицательная (DO); приблизительно равная нулю (DZ); заметно положительная (DP)}.

Вторая (выходная) лингвистическая переменная – «приращение отпускной цены», обозначение – C , терм-множество = {отрицательное (CO); приблизительно равное нулю (CZ); положительное (CP)}.

Правила:

- «если текущее значение объема продаж заметно меньше заданного значения, то отпускную цену необходимо несколько снизить»;
- «если текущее значение объема продаж примерно равно заданному значению, то отпускную цену следует оставить практически неизменной»;
- «если текущее значение объема продаж заметно больше заданного значения, то отпускную цену необходимо несколько повысить».

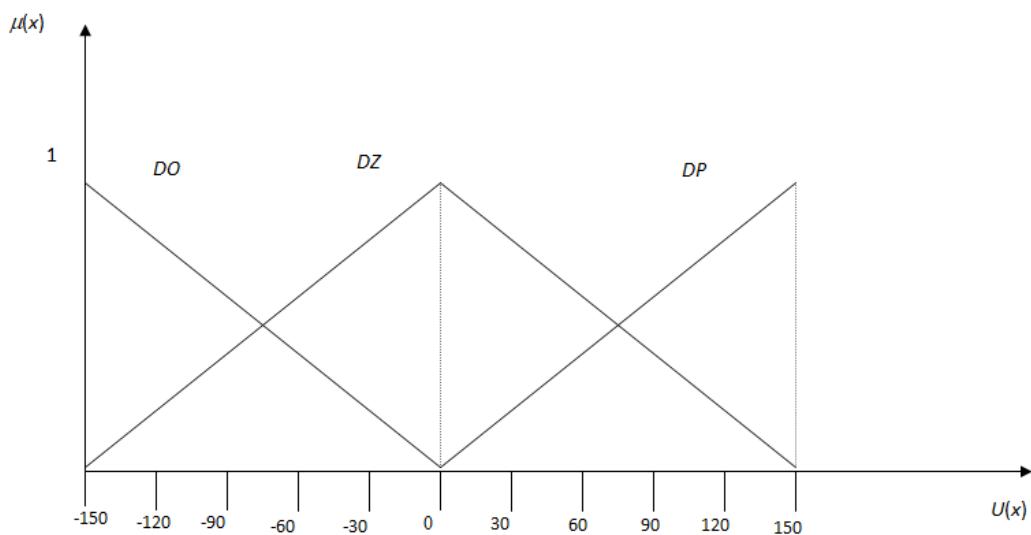


Рис. 4. Функции принадлежности нечетких множеств DO, DZ, DP

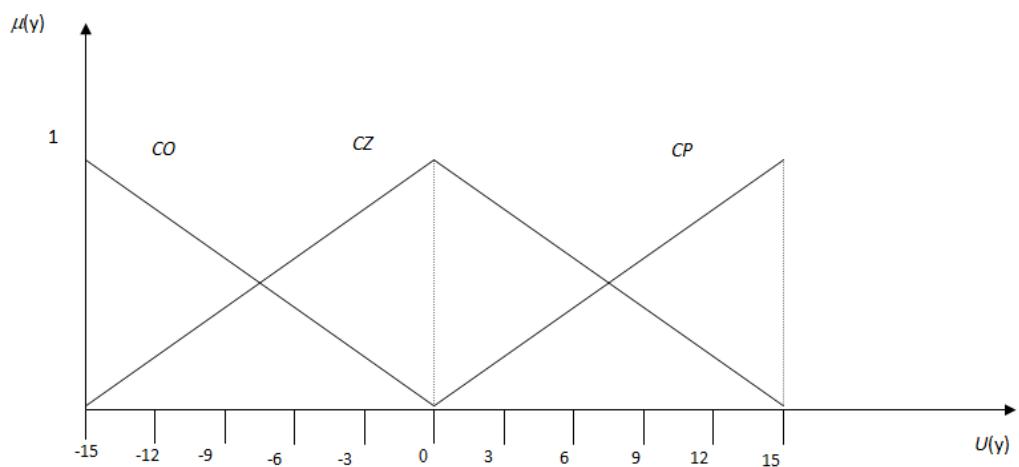


Рис. 5. Функции принадлежности нечетких множеств CO, CZ, CP

Набор производственных правил нечеткого регулирования

Разница между текущим и заданным объемами продаж	Приращение отпускной цены
Если DO	то CO
Если DZ	то CZ
Если DP	то CP