

Выполнил: Тимошинов Егор Борисович

Группа: 16

Лабораторная работа

Нечеткая классификация

Цель работы

Создание процедуры нечеткой классификации по обучающей выборке и классификация нового наблюдения.

Исходные данные

Обучающая выборка состоит из 7 наблюдений с двумя признаками x_1, x_2 и известными классами:

Наблюдение	x_1	x_2	Класс
1	0.1	0.7	1
2	0.4	0.9	1
3	0.3	0.6	1
4	0.5	0.7	2
5	0.4	0.5	2
6	0.2	0.4	2
7	0.3	0.1	2

Требуется определить, к какому классу относится новое наблюдение: 0.3, 0.8.

Метод нечеткой классификации

Процедура нечеткой классификации основана на следующих шагах:

1. Определение функций принадлежности для градаций атрибутов: малое S , среднее M , большое L .
2. Вычисление принадлежности каждого атрибута к градациям для всех наблюдений обучающей выборки.
3. Вычисление принадлежности образов к элементам декартона произведения нечетких градаций.
4. Вычисление суммарных степеней $\beta_{\bar{p}}^j$ для каждого класса.
5. Вычисление степени доверия $c_{\bar{p}}$ к разделяющей способности векторов атрибутов.
6. Определение классов для векторов значений нечетких атрибутов.
7. Вычисление функции принадлежности нового наблюдения к классам.

Функции принадлежности для градаций

Для каждого атрибута используются три градации: малое S , среднее M , большое L . Функции принадлежности имеют следующий вид:

$$\mu_S(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 0 \\ 1 - 2x, & 0 < x < 0.5 \\ 0, & x \geq 0.5 \end{cases}$$

$$\mu_M(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \text{ или } x \geq 1 \\ 2x, & 0 < x \leq 0.5 \\ 2(1 - x), & 0.5 < x < 1 \end{cases}$$

$$\mu_L(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0.5 \\ 2(x - 0.5), & 0.5 < x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

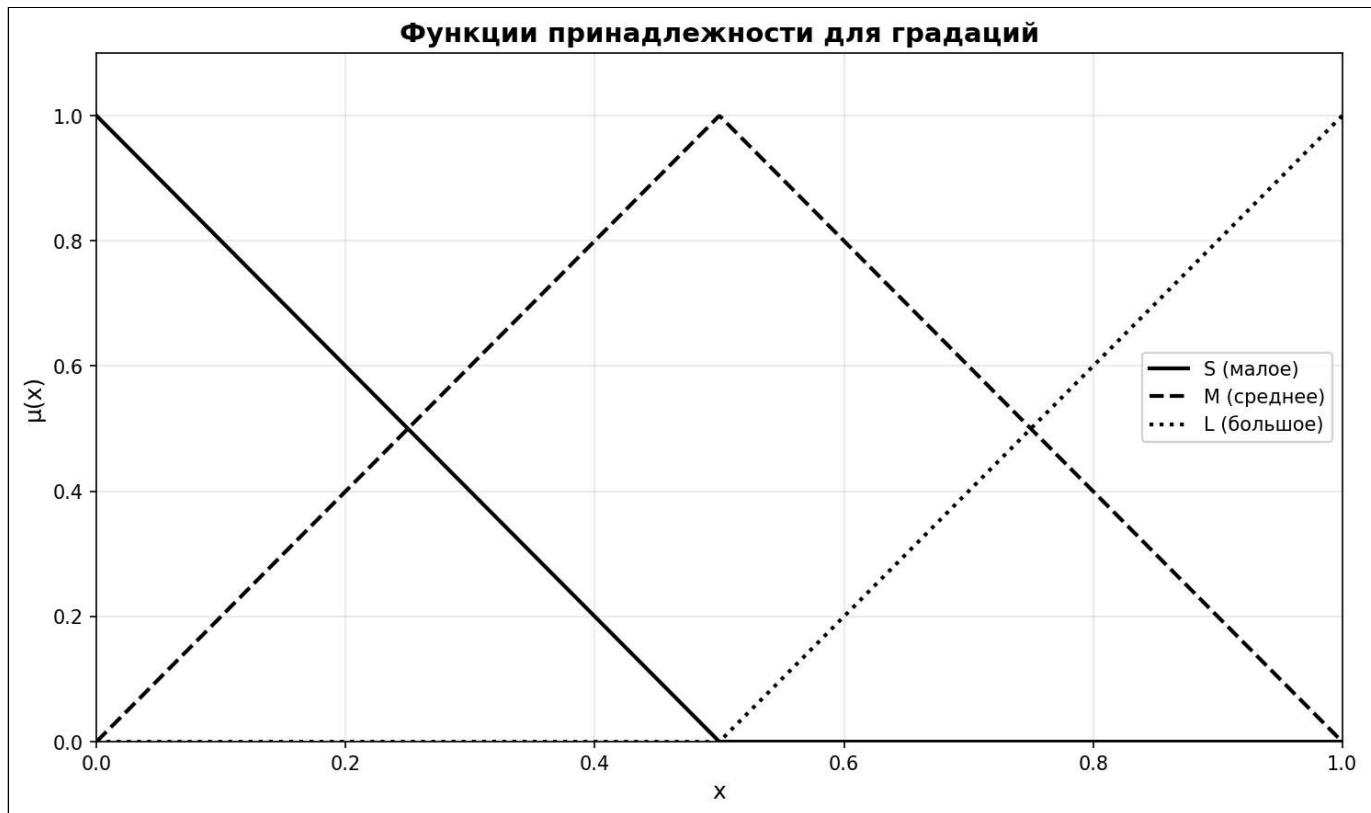


Рисунок 1. Функции принадлежности для градаций S , M , L

Принадлежность атрибутов к градациям

Для каждого наблюдения вычислена принадлежность атрибутов к градациям:

Первый атрибут x_1

Наблюдение	Малое S	Среднее M	Большое L
1	0.800	0.200	0.000
2	0.200	0.800	0.000
3	0.400	0.600	0.000

4	0.000	1.000	0.000
5	0.200	0.800	0.000
6	0.600	0.400	0.000
7	0.400	0.600	0.000

Второй атрибут x_2

Наблюдение	Малое S	Среднее M	Большое L
1	0.000	0.600	0.400
2	0.000	0.200	0.800
3	0.000	0.800	0.200
4	0.000	0.600	0.400
5	0.000	1.000	0.000
6	0.200	0.800	0.000
7	0.800	0.200	0.000

Принадлежность к декартову произведению градаций

Для каждого образа вычислена принадлежность к элементам декартова произведения нечетких градаций с помощью операции И произведение:

$$\mu_p = \mu_{p1}(x_1) \cdot \mu_{p2}(x_2)$$

где $\bar{p} = (p1, p2)$, $pi \in \{S, M, L\}$.

$\bar{p} = (p1, p2)$	1	2	3	4	5	6	7
'S', 'S'	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.120	0.320
'S', 'M'	0.480	0.040	0.320	0.000	0.200	0.480	0.080
'S', 'L'	0.320	0.160	0.080	0.000	0.000	0.000	0.000
'M', 'S'	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.080	0.480
'M', 'M'	0.120	0.160	0.480	0.600	0.800	0.320	0.120
'M', 'L'	0.080	0.640	0.120	0.400	0.000	0.000	0.000
'L', 'S'	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
'L', 'M'	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
'L', 'L'	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Вычисление $\beta_{\bar{p}}^j$ для каждого класса

Для каждого класса определяются суммарные степени того, что вектор значений нечетких атрибутов \bar{p} характерен для данного класса:

$$\beta_{\bar{p}}^j = \sum_{\bar{x} \in \tilde{A}_j} \mu_{\bar{p}}(\bar{x})$$

Также вычисляется степень доверия к разделяющей способности:

$$c_{\bar{p}} = \frac{|\beta_{\bar{p}}^1 - \beta_{\bar{p}}^2|}{|\beta_{\bar{p}}^1 + \beta_{\bar{p}}^2|} \in [0; 1]$$

$\bar{p} = (p1, p2)$	1	2	3	4	5	6	7	β^1	β^2	c_p	Класс
'S', 'S'	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.120	0.320	0.000	0.440	1.000	A2
'S', 'M'	0.480	0.040	0.320	0.000	0.200	0.480	0.080	0.840	0.760	0.050	A1
'S', 'L'	0.320	0.160	0.080	0.000	0.000	0.000	0.000	0.560	0.000	1.000	A1
'M', 'S'	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.080	0.480	0.000	0.560	1.000	A2
'M', 'M'	0.120	0.160	0.480	0.600	0.800	0.320	0.120	0.760	1.840	0.415	A2
'M', 'L'	0.080	0.640	0.120	0.400	0.000	0.000	0.000	0.840	0.400	0.355	A1
'L', 'S'	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
'L', 'M'	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
'L', 'L'	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	

Векторы, характерные для класса 1: $P_1 = [('S', 'M'), ('S', 'L'), ('M', 'L)]$

Векторы, характерные для класса 2: $P_2 = [('S', 'S'), ('M', 'S'), ('M', 'M)]$

Классификация нового наблюдения

Для нового наблюдения 0.3, 0.8 вычислена принадлежность к градациям:

Первый атрибут: S = 0.400, M = 0.600, L = 0.000

Второй атрибут: S = 0.000, M = 0.400, L = 0.600

Принадлежность к декартову произведению градаций:

$\bar{p} = (p1, p2)$	$\mu_{\bar{p}}(\bar{x})$
'S', 'S'	0.000
'S', 'M'	0.160
'S', 'L'	0.240
'M', 'S'	0.000
'M', 'M'	0.240
'M', 'L'	0.360

$'L', 'S'$	0.000
$'L', 'M'$	0.000
$'L', 'L'$	0.000

Функция принадлежности к классам вычисляется по формуле:

$$\mu_{\tilde{A}_j}(\bar{x}) = \max_{\bar{p} \in P_j} c_{\bar{p}} \mu_{\bar{p}}(\bar{x})$$

Результаты:

$$\mu_{\tilde{A}_1}(0.3, 0.8) = 0.240000$$

$$\mu_{\tilde{A}_2}(0.3, 0.8) = 0.099692$$

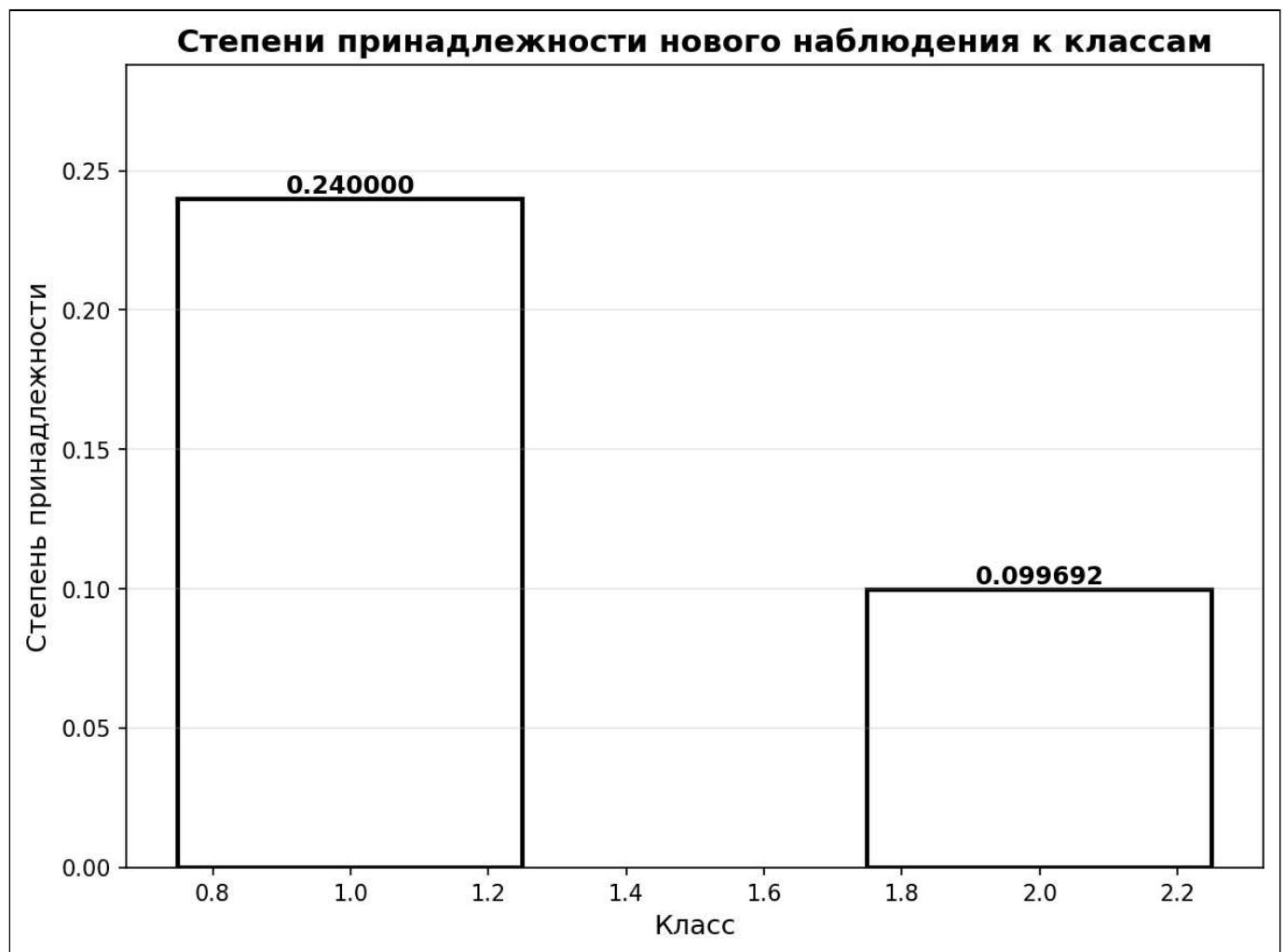


Рисунок 2. Степени принадлежности нового наблюдения к классам

Визуализация данных

На следующем рисунке представлены точки обучающей выборки и новое наблюдение:

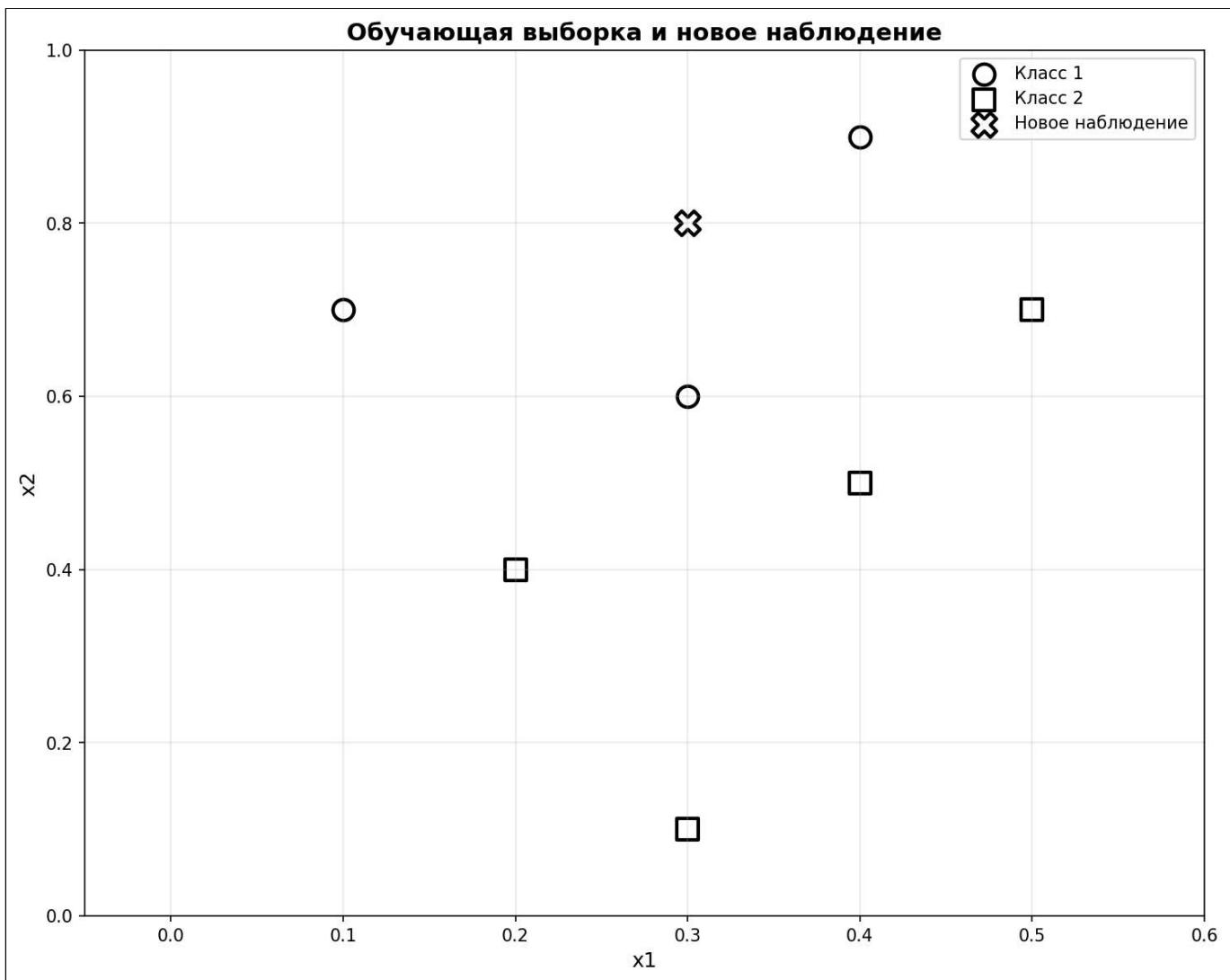


Рисунок 3. Обучающая выборка и новое наблюдение

Результат классификации

Наблюдение 0.3, 0.8 относится к КЛАССУ 1.

Степень принадлежности к классу 1: 0.240000

Выводы

В результате выполнения лабораторной работы была создана процедура нечеткой классификации по обучающей выборке. Процедура основана на использовании градаций атрибутов *малое, среднее, большое*, вычислении принадлежности к декартову произведению градаций, определении характеристик классов и вычислении функции принадлежности нового наблюдения к классам.

Для нового наблюдения 0.3, 0.8 были вычислены степени принадлежности к обоим классам. Максимальная степень принадлежности соответствует классу 1, поэтому наблюдение было отнесено к этому классу.

Метод нечеткой классификации позволяет не только определить класс наблюдения, но и оценить уверенность в классификации через значения степеней принадлежности.