Лабораторная работа 10

Выполнил: Тимошинов Егор Борисович

Группа: 16

Цель работы

Для оставшихся двух студентов определить матрицу переходных вероятностей и решить векторно-матричное уравнение (10)-(11) для нахождения стационарного распределения.

Теоретические сведения

Для марковской цепи с матрицей переходных вероятностей M стационарное распределение $\overline{p}$ определяется из системы уравнений:

Уравнение (10): $\overline{p} \times (M - E) = 0$

где $\overline{p}$ *— вектор-строка установившихся состояний* $(\overline{p}_1; \overline{p}_2; \overline{p}_3; \overline{p}_4)$,

M — матрица переходов, E — единичная матрица.

Уравнение (11): $\Sigma_{j=1}^{4} \overline{p}_j = 1$

Уравнение (10) представляет собой систему линейных алгебраических уравнений, которая является линейно-зависимой. Уравнение (11) — нормировочное условие, используемое для дополнения системы.

Студент 1

Определим матрицу переходных вероятностей на основе данных о переходах между состояниями.

Состояния: S_1, S_2, S_3, S_4

M_1:

M_1 =

	S_1	S_2	S_3	S_4
S_1	0.6818	0.2273	0.0909	0.0000

S_2	*0.1500*	*0.6000*	*0.2000*	*0.0500*
S_3	*0.0714*	*0.2143*	*0.5714*	*0.1429*
S_4	*0.0000*	*0.1250*	*0.2500*	*0.6250*

Решение векторно-матричного уравнения (10)-(11)

Для нахождения стационарного распределения решаем систему уравнений:

Уравнение (10): $\overline{p}_1 \times (M_1 - E) = 0$

где $\overline{p}_1$ — вектор-строка установившихся состояний ($\overline{p}_{11}$; $\overline{p}_{12}$; $\overline{p}_{13}$; $\overline{p}_{14}$),

M_1 — матрица переходов, E — единичная матрица.

Уравнение (11): $\Sigma_{j=1}^{4} \overline{p}_{1j} = 1$

Преобразуем уравнение (10) в систему: $(M_1 - E)^T \overline{p}_1^T = 0$.

Система линейно-зависима, поэтому заменяем последнее уравнение на нормировочное условие (11).

Решая систему, получаем стационарное распределение:

$\overline{p}_1$ = [0.221583; 0.330935; 0.292086; 0.155396]

Проверка уравнения (11):

$\Sigma_{j=1}^{4} \overline{p}_{1j} = 1.000000 \approx 1,000$

Проверка уравнения (10) $\overline{p} \times (M - E) = 0$:

$\overline{p}_1 \times (M_1 - E)$ = [-0.000000; 0.000000; 0.000000; -0.000000]<

Максимальная абсолютная величина: 0.0000000000

Результаты для студента 1:

Состояние	Стационарная вероятность $\overline{p}_1$
S_1	0.221583
S_2	0.330935
S_3	0.292086

S_4	0.155396

Студент 2

Определим матрицу переходных вероятностей на основе данных о переходах между состояниями.

Состояния: S_1, S_2, S_3, S_4

M_2:

M_2 =

	S_1	S_2	S_3	S_4
S_1	*0.7826*	*0.1739*	*0.0435*	*0.0000*
S_2	*0.1905*	*0.6667*	*0.1429*	*0.0000*
S_3	*0.1250*	*0.2500*	*0.5625*	*0.0625*
S_4	*0.0000*	*0.2222*	*0.3333*	*0.4444*

Решение векторно-матричного уравнения (10)-(11)

Для нахождения стационарного распределения решаем систему уравнений:

Уравнение (10): $\overline{p}_2 \times (M_2 - E) = 0$

где $\overline{p}_2$ — вектор-строка установившихся состояний ($\overline{p}_{21}$; $\overline{p}_{22}$; $\overline{p}_{23}$; $\overline{p}_{24}$),

M_2 — матрица переходов, E — единичная матрица.

Уравнение (11): $\Sigma_{j=1}^{4} \overline{p}_{2j} = 1$

Преобразуем уравнение (10) в систему: $(M_2 - E)^T \overline{p}_2^T = 0$.

Система линейно-зависима, поэтому заменяем последнее уравнение на нормировочное условие (11).

Решая систему, получаем стационарное распределение:

$\overline{p}_2$ = [0.428791; 0.371681; 0.179351; 0.020177]

Проверка уравнения (11):

$\Sigma_{j=1}^{4} \overline{p}_{2j} = 1.000000 \approx 1{,}000$

Проверка уравнения (10) $\overline{p} \times (M - E) = 0$:

$\overline{p}_2 \times (M_2 - E) = [-0.000000; 0.000000; 0.000000; -0.000000]$<

Максимальная абсолютная величина: 0.0000000000

Результаты для студента 2:

Состояние	**Стационарная вероятность $\overline{p}_2$**
S_1	0.428791
S_2	0.371681
S_3	0.179351
S_4	0.020177

Выводы

Для обоих студентов были определены матрицы переходных вероятностей и решены векторно-матричные уравнения (10)-(11) для нахождения стационарных распределений.

Стационарное распределение показывает долгосрочные вероятности нахождения системы в каждом из состояний при бесконечном числе переходов.