

Лабораторное занятие 12

Алгоритмы нечеткого вывода

1. Алгоритм нечеткого вывода Мамдани
2. Алгоритм нечеткого вывода Ларсена
3. Алгоритм нечеткого вывода Такаги-Сугено

Рассмотрим Алгоритм нечеткого вывода Мамдани:

База правил состоит из правил типа (например, когда два входа и один выход и два правила):

R₁: ЕСЛИ (x₁ = A₁₁) и (x₂ = A₁₂) ТО (y = B₁)

R₂: ЕСЛИ (x₁ = A₂₁) и (x₂ = A₁₂) ТО (y = B₂)

Отношение И в посылке правил реализуется с помощью min

$$\mu_{A_i} = \mu_{A_{i1} \times A_{i2}} = \min \left\{ \mu_{A_{i1}}, \mu_{A_{i2}} \right\}$$

Нечеткая импликация – с помощью min

Нечеткий вход для *i*-го правила (в нашем случае *i*=1,2):

$$\mu_{A_i^*} = \mu_{A_{i1}^* \times A_{i2}^*} = \min \left\{ \mu_{A_{i1}^*}, \mu_{A_{i2}^*} \right\}$$

Обобщенный Модус поненс – операция min

Нахождение μ_{res} – операция max.

Нечеткую модель и механизм нечеткого вывода можно представить в виде

$$\mu_{B^*} = \max_{i=1,2} \sup_{x \in X} \left\{ \min \left\{ \mu_{A_i^*}, \mu_{A_i \rightarrow B_i} \right\} \right\}$$

Для нашего примера:

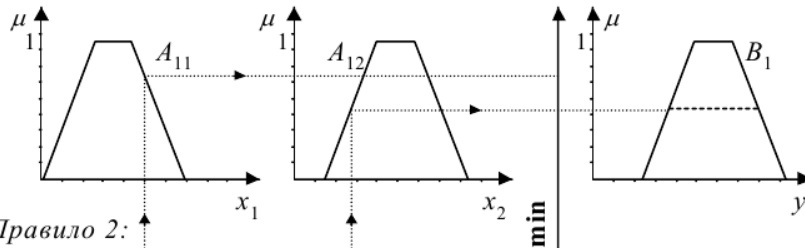
$$\mu_{B^*} = \max_{i=1,2} \sup_{x_1, x_2 \in X} \left\{ \min \left\{ \mu_{A_{i1}^*}(x_1), \mu_{A_{i2}^*}(x_2), \mu_{A_{i1}}(x_1), \mu_{A_{i2}}(x_2), \mu_{B_i}(y) \right\} \right\}$$

В алгоритме нечеткого вывода Мамдани, как правило, используется центроидный метод дефаззификации, при котором четкое значение выходной переменной y^* определяется как «центр тяжести» (center of gravity) для $\mu_{B^*}(y)$:

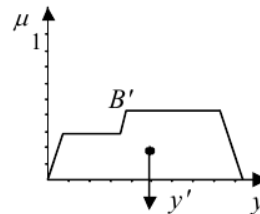
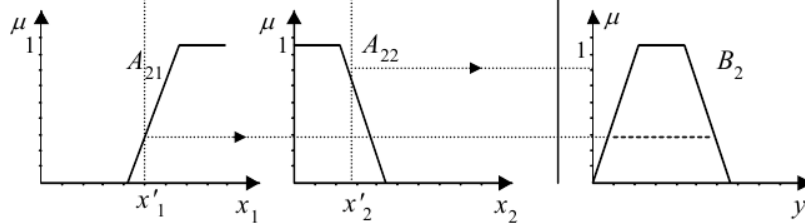
$$y^* = y_c = \frac{\int y \mu_{res}(y) dy}{\int \mu_{res}(y) dy}$$

В случае, если на вход подаются четкие значения, то алгоритм изображен на рисунке.

Правило 1:



Правило 2:



Алгоритм нечеткого вывода Ларсена

Такой же, как алгоритм Мамдани, отличие только в реализации Обобщенного модуса поненс, с помощью алгебраического произведения

Нечеткую модель и механизм нечеткого вывода можно представить в виде

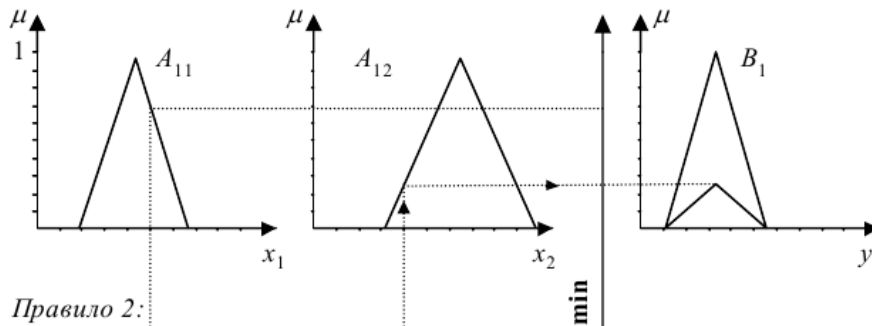
$$\mu_{B^*} = \max_{i=1,2} \sup_{x \in X} \left\{ \left\{ \mu_{A_i^*} \cdot \mu_{A_i \rightarrow B_i} \right\} \right\}$$

Для нашего примера:

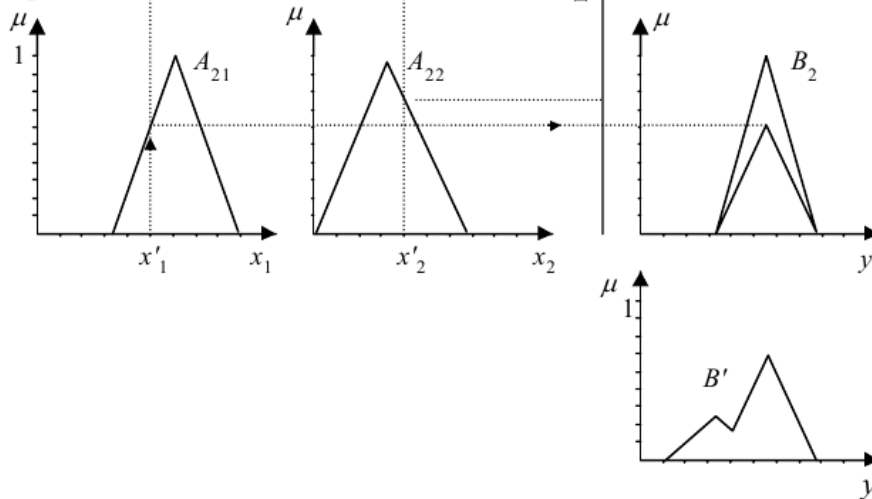
$$\mu_{B^*} = \max_{i=1,2} \sup_{x_1, x_2 \in X} \left\{ \mu_{B_i}(y) \cdot \min \left\{ \mu_{A_{i1}^*}(x_1), \mu_{A_{i2}^*}(x_2), \mu_{A_{i1}}(x_1), \mu_{A_{i2}}(x_2) \right\} \right\}$$

Алгоритм вывода для четких входных сигналов показан на рисунке

Правило 1:



Правило 2:



Алгоритм нечеткого вывода Цукамото

Правила задаются в виде

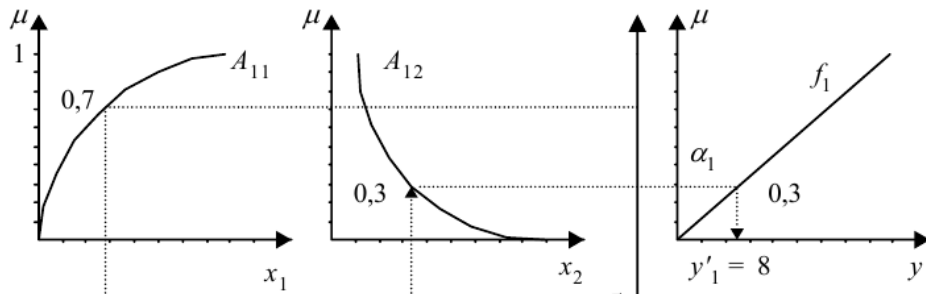
П_i: ЕСЛИ x_1 есть A_{i1} И ... И x_j есть A_{ij} И ... И x_m есть A_{im} ,
ТО $y = f_i^{-1}(\alpha_i)$, $i = 1, \dots, n$,

Модифицированных функций принадлежности заключений нет, так как на выходе получаем четкие значения выходных переменных в каждом правиле.

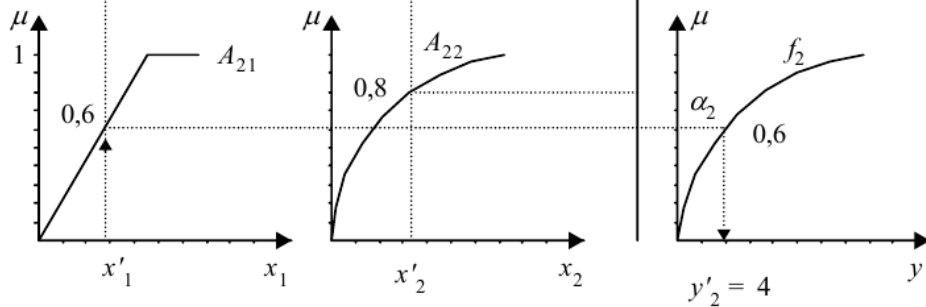
В качестве метода дефазификации в алгоритме Цукамото используется разновидность метода центра тяжести для одноточечных множеств

$$y^* = \frac{\alpha_1 y'_1 + \alpha_2 y'_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$$

Правило 1:



Правило 2:



Алгоритм нечеткого вывода Такаги-Сугено

В алгоритме нечеткого вывода Такаги–Сугэно база нечетких правил формируется на основе правил типа (для двух входов и одного выхода):

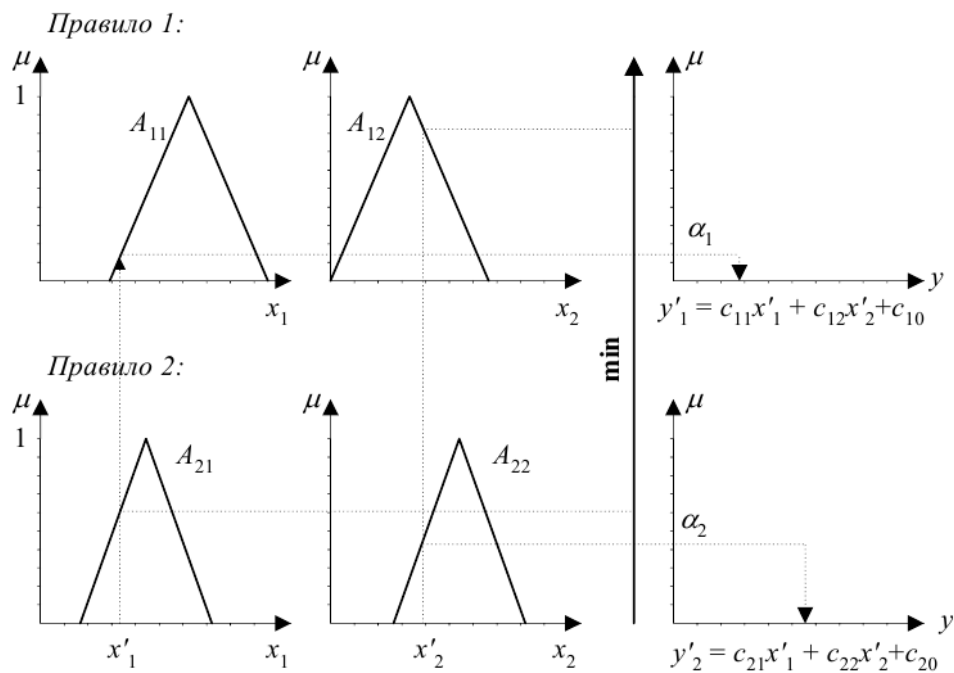
П1: ЕСЛИ x_1 есть A_{11} И x_2 есть A_{12} , ТО $y = c_{11} x_1 + c_{12} x_2 + c_{10}$,

П2: ЕСЛИ x_1 есть A_{21} И x_2 есть A_{22} , ТО $y = c_{21} x_1 + c_{22} x_2 + c_{20}$,

где c_{ij} ($i, j = 1, 2$) – коэффициенты компонентов вектора; c_{i0} – смещение.

Нечеткая импликация – операция \min .

На рисунке показан пример выполнения алгоритма Такаги–Сугэно.



Пример

Первая (входная) лингвистическая переменная – «разница между текущим и заданным объемом продаж», обозначение - D , терм-множество = {заметно отрицательная (DO); приблизительно равная нулю (DZ); заметно положительная (DP)}.

Вторая (выходная) лингвистическая переменная – «приращение отпускной цены», обозначение – C , терм-множество = {отрицательное (CO); приблизительно равное нулю (CZ); положительное (CP)}.

Правила:

- «если текущее значение объема продаж заметно меньше заданного значения, то отпускную цену необходимо несколько снизить»;
- «если текущее значение объема продаж примерно равно заданному значению, то отпускную цену следует оставить практически неизменной»;
- «если текущее значение объема продаж заметно больше заданного значения, то отпускную цену необходимо несколько повысить».

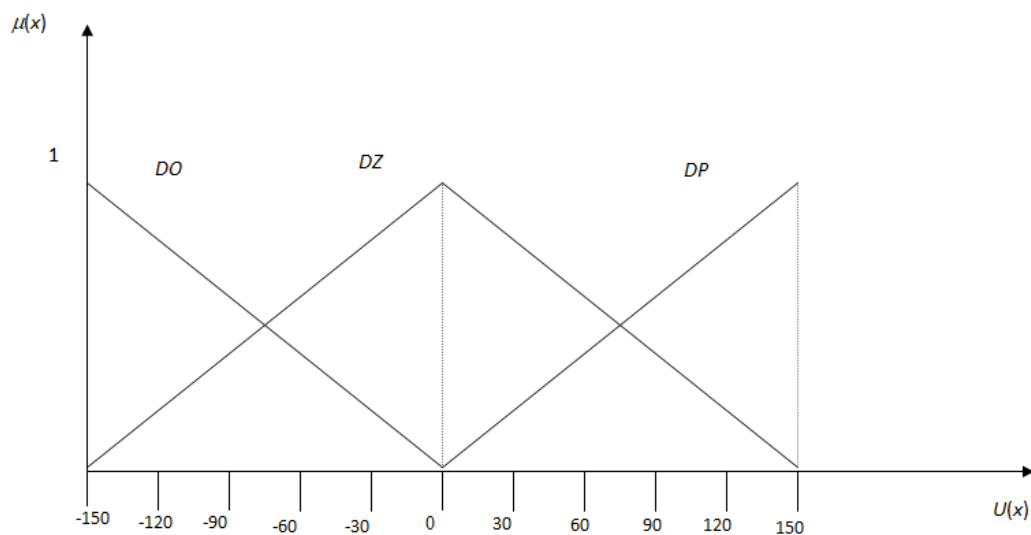


Рис. 4. Функции принадлежности нечетких множеств DO , DZ , DP

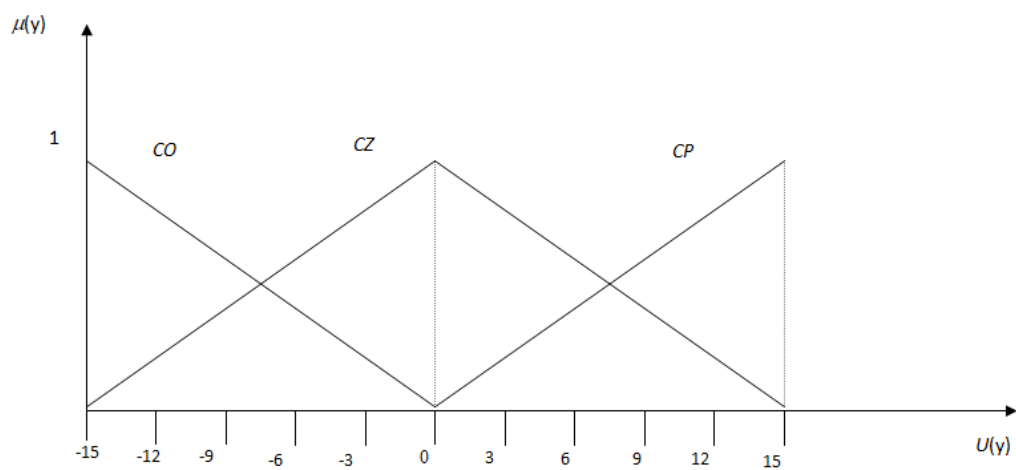


Рис. 5. Функции принадлежности нечетких множеств CO , CZ , CP

Набор продукционных правил нечеткого регулирования

Разница между текущим и заданным объемами продаж	Приращение отпускной цены
Если DO	to CO
Если DZ	to CZ
Если DP	to CP