

# 美赛培训：药物危机 (2019 C) (1.16-1.19)

王 奎

苏州大学

2022 年 1 月 16 日

# 目录.

## 1 美赛简介

## 2 建模实例：阿片类药物危机 ( 2019 美赛)

- 模拟题目
- 基本模型一：基本变化率模型
- 基本模型二：传染病模型
- 进一步思考的建议

## 3 论文写作要求

# 目录.

## 1 美赛简介

## 2 建模实例：阿片类药物危机 ( 2019 美赛)

- 模拟题目
- 基本模型一：基本变化率模型
- 基本模型二：传染病模型
- 进一步思考的建议

## 3 论文写作要求

## 什么是数学建模？

- 数学建模是对某一的实际问题, 经一些简化和假设, 转化成某一个具体的数学问题或结构, 并用适当的数学工具、方法来得到该实际问题的一个解.

## 数学建模题与传统的数学考试题的区别:

- 传统的数学题是一个具体的数学问题, 并且答案也是唯一的, 通常要求独立完成;
- 数模题是一个复杂的实际问题, 具有开放性, 其问题的解决一般是在**前人已有的工作基础上**, 抓住问题的某些主要部分, 借助于已有的数学工具来完成, 其解答一般也没有明确的对错之分.

# 美赛简介

## 比赛形式

- 它是一种团队比赛，由三位同学组成；
- 比赛是一种开放的模式，每个队参赛队自行选择合适的地方，在规定的时间内（四天）内完成赛题，期间学生可以上网查阅参考文献，小组成员互相讨论；
- 比赛的解答是一篇**结构完整的学术论文**，评审专家就是根据论文的质量来评价论文的等级；
- 论文写作语言：**英语**。

**2022 年的比赛时间：**2 月 18 日 6:00 am–2 月 22 日 09:00 am (北京时间)。

**正式报名截至时间：**2 月 18 日 4:00 am (北京时间)。报名以及比赛的相关通知 (包括论文的提交等) 可至 [www.comap.com](http://www.comap.com) 网站查找。 **建议**各位同学在培训结束以后找指导教师完成报名注册。

# 美赛赛题设置

- Mathematical Contest in Modeling (**MCM**), 2021 年选题队伍数: 10053

A 题 连续型问题 (高数、大物), 选题队伍数: 4487

B 题 离散型问题 (编程、概率统计等), 选题队伍数: 3105

C 题 数据分析题 (数据挖掘、机器学习), 选题队伍数: 2461

获奖 O: 17, F: 284, M: 697, H: 2414

- Interdisciplinary Contest in Modeling (**ICM**), 2021 年选题队伍数: 16059

D 题 运筹学/网络科学 (运筹、图论、网络优化), 选题队伍数: 5551

E 题 环境科学题 (化学、生物、环境等), 选题队伍数: 3521

F 题 政策题 (偏文科), 选题队伍数: 6987

获奖 O: 19, F: 301, M: 1191, H: 2909

**注** 比赛时只需完成其中任何一道题目即可. 由于每道题目的 O 奖数量是差不多的, 故选题队数较少的题目更容易获得顶奖.

## 建模考察的能力

- 团队合作的能力
- 搜索资料的能力
- 快速学习知识的能力
- 运用数学软件（如 MATLAB）数值计算与分析（可视化）以及编程的能力
- 论文写作的能力

# 评阅简介

- 1 初评 (Triage): 淘汰 65%, 重点看摘要 以及综述整篇文章. 特别地, 如果各节提供综述可能会有帮助. 初评时关注的要点:
  - ▶ 采用的方法和结果的完整性, 在摘要中建议将重要的方法和结果加粗.
  - ▶ 关键词要突出重点.
  - ▶ 除了模型的结果以后, 还要有模型的分析.
  - ▶ 论文的结构要完整 (建议论文正文的长度控制在 18-20 页).
- 2 甄别 (Screening): 各题分离评审组, 关注模型假设与依据、模型清晰、敏感性分析、明确的结论、层次分明的表达. 确定 H 奖、M 奖以及进入终评的论文.
3. 终评 (Final): 挑选优秀论文, 细节比较, 选出 O 奖. 最后一轮被刷下来的为 F 奖.



# 美赛特点

1. 美赛强调数学建模的整体过程, 而不是最终结果 (国赛就比较看重结果).
2. 美赛的英语写作非常重要, 可读性强的论文在评审中占有极大的优势.
3. 美赛将从外部资源获取信息的能力加入考察内容。

# 目录.

## 1 美赛简介

## 2 建模实例：阿片类药物危机 ( 2019 美赛)

- 模拟题目
- 基本模型一：基本变化率模型
- 基本模型二：传染病模型
- 进一步思考的建议

## 3 论文写作要求

# 题目背景

美国正在经历关于使用合成和非合成阿片类药物的国家危机, 无论是治疗和管理疼痛 (法律, 处方用途) 还是用于娱乐目的 (非法, 非处方用途). 美国疾病控制中心 (CDC) 等联邦组织正在努力“拯救生命并预防这种流行病对健康的负面影响, 例如阿片类药物使用障碍, 肝炎和艾滋病毒感染以及新生儿戒断综合症.” 简单地执行现行法律对于联邦调查局 (FBI) 和美国缉毒局 (DEA) 等来说, 这是一项复杂的挑战. 对美国经济的重要部门也有影响. 例如, 如果阿片类药物危机扩散到美国人口的所有横截面 (包括受过大学教育的人和具有高级学位的人), 那么企业需要精确的劳动技能, 高技术组件装配以及与客户敏感信任或安全关系. 户可能难以填补这些职位. 此外, 如果老年人中阿片类药物成瘾的比例增加, 医疗保健费用和辅助生活设施的人员配置也将受到影响.

Remark. 主要阐述阿片类药物使用的危险.

# 题目数据

我们关注位于美国五（5）个州的个别县：俄亥俄州，肯塔基州，西弗吉尼亚州，弗吉尼亚州和田纳西州。

- 第一份文件包 2010-2017 年麻醉镇痛药（合成阿片类药物）和海洛因的药物鉴定计数，这些药物来自这五个州的每个县，由各州的犯罪实验室向 DEA 报告。
- 其他七个文件是压缩文件夹，其中包含美国人口普查局的摘录，这些摘录代表了 2010-2016 每年中为这五个州的县收集第 2 页（共 2 页）的一组共同的社会经济因素。（注：2017 年没有相同的数据。）每个数据集都有一个代码表，用于定义所记录的每个变量。虽然您可以使用其他资源进行研究和背景信息，但提供的数据集包含您应该使用的数据来解决以下问题。

## 问题一

- 使用提供的 NFLIS 数据, 建立一个数学模型来描述五个州及其县之间和之间报告的合成阿片类药物和海洛因事件 (病例) 的传播和特征.
- 使用您的模型, 确定在五种状态中每种状态下可能已开始使用特定阿片类药物的任何可能位置. 如果您的团队确定的模式和特征继续存在, 那么美国是否存在任何具体问题. 政府应该可以有哪些策略? 在这些药物识别阈值水平发生这些情况? 您的模型何时何地预测它们将来会发生?

## 问题二

使用美国人口普查提供的社会经济数据, 解决以下问题: 有许多相互竞争的假设被提供作为阿片类药物使用如何达到目前水平的解释, 使用/滥用阿片类药物, 促使阿片类药物使用和成瘾增长的原因, 以及为什么阿片类药物的使用仍然存在已知的危险. 是否使用或使用趋势与提供的任何美国人口普查社会经济数据有关? 如果是这样, 请从第 1 部分修改模型以包含此数据集中的任何重要因素.

## 问题三

最后, 结合您的第 1 部分和第 2 部分结果, 确定可能的对抗阿片类药物危机的策略. 使用您的模型来测试该策略的有效性; 识别成功 (或失败) 所依赖的任何重要参数界限.

**总结.** 预测问题 (利用已有的数据, 得到发展规律, 从而预测今后几年的情形) .

## 问题分析

- 1 建立数学模型研究阿片药物服用人数的变化规律（不同地区、不同职业、不同年龄等）
- 2 根据历史数据以及建立的数学模型预报药物服用人数的变换规律
- 3 分析解释药物服用人数的变化现象（结合经济等因素）
- 4 按照传播过程的一般规律，用机理分析方法建立策略模型
- 5 其他要求



## 基本模型的假设与符号说明

- $x(t)$  表示  $t$  时刻服用某个地区药物的人数， $N$  为该地区的总人数。由于人口数量大，我们近似认为  $x(t)$  是时刻的连续函数。
- 该地区的人数我们将成两类：服用药物人数和未服用药物人数  $y(t)$ ，并且我们假设在一定的时间内该地区的总人数保持不变，则有

$$x(t) + y(t) = N.$$

- $\lambda$  表示单位时间内未服用药物的人群变为服用药物人群的比例（每年未服用药物的人群中有比例为  $\lambda$  会变成服用药物人群）。
- $\mu$  表示单位时间内服用药物人群经治愈成为不服用药物人群的比例。

因此在  $[t, t + \Delta t]$  内有

$$\begin{aligned}x(t + \Delta t) - x(t) &= \lambda y(t) \Delta t - \mu x(t) \Delta t \\&= (N - x(t)) \Delta t \lambda - \mu x(t) \Delta t.\end{aligned}$$

故而有离散模型：

$$x(i + 1) - x(i) = \lambda(N - x(i)) - \mu x(i);$$

连续型模型

$$\frac{d}{dt}x(t) = \lambda(N - x(t)) - \mu x(t).$$

**Remark:** 问题的关键在于研究比例  $\lambda$  和  $\mu$ .

## 传染病模型

**假设.** 假设每个服用药物的人单位时间内有效接触的人数为  $\lambda_1$ , 且使没有服用药物的接触的人服药. 则我们有

$$x(t + \Delta t) - x(t) = \lambda_1 \frac{y(t)}{N} x(t) \Delta t - \mu x(t) \Delta t,$$

因此

$$x(i + 1) - x(i) = \lambda_1 \left( \frac{N - x(i)}{N} \right) x(i) - \mu x(i),$$

或

$$\frac{d}{dt} x(t) = \lambda_1 \left( \frac{N - x(t)}{N} \right) x(t) - \mu x(t),$$

离散的传染病模型 (DSIS) 或传染病模型 (SIS)

# 模型总结

## 定理 (基本 SIS 模型)

$$\frac{d}{dt}x(t) = \lambda_1 \left( \frac{N - x(t)}{N} \right) x(t) - \mu x(t)$$

以及初值条件

$$x(0) = x_0.$$

# 模型总结

## 定理 (基本 SIS 模型)

$$\frac{d}{dt}x(t) = \lambda_1 \left( \frac{N - x(t)}{N} \right) x(t) - \mu x(t)$$

以及初值条件

$$x(0) = x_0.$$

## 定理 (离散 SIS 模型)

$$x(i+1) - x(i) = \lambda_1 \left( \frac{N - x(i)}{N} \right) x(i) - \mu x(i).$$

# 模型总结

## 定理 (基本 SIS 模型)

$$\frac{d}{dt}x(t) = \lambda_1 \left( \frac{N - x(t)}{N} \right) x(t) - \mu x(t)$$

以及初值条件

$$x(0) = x_0.$$

## 定理 (离散 SIS 模型)

$$x(i+1) - x(i) = \lambda_1 \left( \frac{N - x(i)}{N} \right) x(i) - \mu x(i).$$

**Remark.** 该题中  $\lambda_1$ ,  $\mu$  就是由经济发展水平、以及政府的调控程度等有关的。接下来就是研究这些参数.

## 进一步思考的建议

**Step 1.** 数据处理. 要求得到各个年份的数据 (模型中需要的参数, 比如说每个地区的服药总人数、分三个年龄段的总人数), 观察这些数据的特点 (周期性等), 同时也可以直接用直接拟合的办法得到后面的数据.

**Step 2.** 根据第一步中得到的数据, 利用基本的 SIS 模型, 得到不同年份的调控指数  $\lambda$  和  $\mu$ , 在调控政策不变的情况下, 预测后几年的发展趋势 (解 ODE).

**Step 3.** 考虑经济因素、地域因素对调控指数  $\lambda$  和  $\mu$  的影响 (分区域讨论, 也可分年龄段).

**Step 4.** 进一步改进模型, 尽量回答题目中所有的问题.

# 目录.

## 1 美赛简介

## 2 建模实例：阿片类药物危机 ( 2019 美赛)

- 模拟题目
- 基本模型一：基本变化率模型
- 基本模型二：传染病模型
- 进一步思考的建议

## 3 论文写作要求



# 论文的排版

- 写作推荐 `ctex`. 若用 `word` 写作要确保公式的位置和大小合适.
- 论文中所有的符号以及数字都应该用数学公式的环境中打出来, 包括一些键盘上可以直接输入的字母.

# 论文篇幅要求

- 正文部分（问题重述开始到参考文献前的部分）页数应该控制在 17 – 19 页.
- 正文部分建议不要出现任何算法或计算的代码, 算法可以用流程图表示.
- 正文部分不要出现大量凑篇幅的图表. 图表是为了帮你更好地描述模型的结果, 不是用来凑篇幅的.
- 图表在论文中也是必要的, 特别是在结果分析时, 比如说图表可以更直观地描述参数对模型结果的影响. 但是论文中每张图表, 都应附有至少两行的文字说明.

# 摘要写作要求

- 摘要正文的长度应该控制在 3/4 页左右, 再加上论文标题和关键词.
- 摘要第一段格式通常两句话: 第一句话题目背景核心的描述; 第二句话是这篇文章用什么基本模型处理什么问题.

# 摘要写作要求

- 第二段开始到倒数第二段为摘要的主要部分，一般一个模型用一段，包括：用了什么模型、处理什么问题、模型的创新点、模型的结果以及结果简单的分析。注意这部分必须要正面回答题目所提出的问题，并且尽可能地突出主要模型。
- 摘要最后一段：模型推广、与优点分析等说明（需要指出模型在哪里推广，模型的优点体现在哪里）。

# 正文写作注意事项

- **问题重述.** 不能直接 copy 题目.
- **问题分析.** 主要写针对这个问题别人怎么做的, 我们打算怎么做, 再说别人怎么做的时候, 需要列参考文献.
- **模型假设.** 假设不要太写了直接简单, 最好能给出你作这种假设的理由.
- **符号说明.** 建议列表格. 为了避免整个论文中符号的混乱, 符号的选取应当有一定的标准, 如用英文单词首字母.

# 正文写作注意事项

- **模型的建立.** 需要有一定的推导过程, 不能直接凭空冒出一个公式出来, 甚至连你自己都不知道的公式. 若实在要用, 一定要有参考文献做支撑, 并且引用要具体到文献的页码.
- **模型求解.** 所有模型都需要运用相关数据来求解, 如果有一些参数你无法知道确定, 可以用一个经验值来代替.
- **模型结果.** 模型的结果可以是表格形式的, 也可以是图形式的. 如果结果较多, 就挑主要能说明问题的. 并且每一个结果都应该有相关的分析和说明.

# 正文写作注意事项

- **模型推广**. 模型的推广部分一定要把推广后的模型写出来. 通常就写你想到的复杂, 但是暂时你又没法能算出来的模型.
- **优缺点**. 模型的缺点都要解释一下这个缺点的原因, 并且最好能把这个缺点说成优点. 比方说由于数据较少, XX 变量看成了常数, 但是这个基本不影响模型的应用. 模型的优点写出好在哪里, 比如说你们的模型中哪点比别人的好.
- **灵敏度**. 灵敏度主要是分析模型的稳定性以及参数对结果的重要性. 应该结合图表对比等方式说明.

- **参考文献.** 格式要规范, 建议仿照别人标准的格式.
- **附录.** 包含一些算法的代码 (但不需要 MATLAB 简单的计算代码), 基本模型简单的推导过程及较长的模型结果等.



# 作业要求

- 请大家按照比赛的要求完成案例（药物危机）的论文，可参考已有的论文，但不能完全 copy.
- 请在 19 日 20:00 前将完成好的论文（必须是 PDF 格式）发给指导教师审阅。如果是 word 写的，请转化成 PDF 格式再提交！

# 赛前准备

- 认真阅读官网 ([www.comap.com](http://www.comap.com)) 的参赛通知, 特别是最终论文的提交截止时间以及论文提交后在报名网站上所需要完成的操作.
- 熟悉基本的数学模型.
- 练习使用 MATLAB 等软件进行数值计算、做图以及分析结果; 有能力的同学, 可锻炼编程.
- 阅读优秀论文, 学习优秀论文的写作技巧, 仔细研究论文的每一部分是怎么写, 学会包装论文.

Thanks for your attentions!