苏州大学《线性代数》课程试卷库（第八卷）共 4 页

学院_________________ 专业_________________成绩_____________

年级____________ 学号___________ 姓名____________日期______

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

一、填空题：（每题 3 分，共 30 分）

1、$\begin{vmatrix} 1 & 2a & a^2 \\ 1 & a+b & ab \\ 1 & 2b & b^2 \end{vmatrix} =$ ________________________。

2、若 n 阶矩阵 A,B,C，满足 $ABC=I$，则 $C^{-1}=$ ___________________。

3、设 A 为 2001 阶矩阵，且满足 $A^T=-A$，则 $|A|=$ ________________ 。

4、设 $A,\overline{A}$ 分别为线性方程组 $Ax=b$ 的系数矩阵与增广矩阵，则 $Ax=b$ 有解的充分必要条件是_________________________________。

5、设 A,B 均为 $m\times n$ 矩阵，若 A 的列向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 可由 B 的列向量组 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_n$ 线性表示，则 $r(A)$ 与 $r(B)$ 的关系为_________________________。

6、已知 $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} a_1+c_1 & 2b_1 & c_1 \\ a_2+c_2 & 2b_2 & c_2 \\ a_3+c_3 & 2b_3 & c_3 \end{pmatrix}$，则初等矩阵 $X=$_________________。

7、已知向量组 $\alpha_1=(1,\ -2,\ 3),\alpha_2=(0,\ t-1,\ 2),\alpha_3=(0,\ 0,\ 3)$ 的秩为 2 ，则 $t=$___________________。

8、若 3 阶矩阵 A 的 3 个特征值分别为 –1，1，8，则 $|A|=$__________________。

9、已知 $\lambda=2$ 是三阶矩阵 A 的一个特征值，$\alpha_1=(1,\ 2,\ 0)^T,\alpha_2=(1,\ 0,\ 1)^T$ 是对应于 λ 的特征向量，$\beta=\alpha_1-2\alpha_2$，则 $A\beta=$__________________________。

10、设 A 为实对称矩阵，α_1,α_2 分别为对应于两个不同特征值 λ_1,λ_2 的特征向量，则 α_1,α_2 的内积 $(\alpha_1,\alpha_2)=$______________。

二、（10 分）如果 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = m,$ 则求 $\begin{vmatrix} a_1+3b_1 & b_1+2c_1 & c_1+a_1 \\ a_2+3b_2 & b_2+2c_2 & c_2+a_2 \\ a_3+3b_3 & b_3+2c_3 & c_3+a_3 \end{vmatrix}$

三、（10 分）设矩阵 A, B 满足 $A^*BA = 2BA - 8I$，其中 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$， 求 B

四、（10 分）设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 4 & t & 3 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$，$B$ 是非零的 3 阶矩阵，且 $AB = 0$，求：t 的值

五、（10 分）线性方程组$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = 2 \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 + x_4 = -1 \\ 2x_1 + 6x_2 - 3x_3 - 3x_4 = a+1 \\ -x_1 - 11x_2 + 5x_3 + 4x_4 = -4 \end{cases}$

当a为何值时有解？在有解的情况下，利用基础解系求其全部解。

六、（10 分）给定向量组$A = (\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3 \quad \alpha_4) = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 3 & -3 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \\ -1 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$，求向量组的一个极大无关组，并将其余向量由此极大无关组表示；

七、（10 分）若矩阵 $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$，求可逆矩阵 P，使 $P^{-1}AP=\Lambda$。

八、证明题：（10 分）

设 A 为 $m\times n$ 矩阵，B 为 n 阶方阵，且 $r(A)=n$，试证：如果 $AB=A$，则 $B=I$