苏州大学《线性代数》课程试卷库(第一卷)共 4 页

题号	 <u> </u>	=	四	五	六	七	八
得分							

一、 填空题 (每小题 3 分,共计 30 分)

2、设
$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 5 & 1 & -1 & 6 \end{vmatrix}$$
,则 $4A_{41} + 3A_{42} + 2A_{43} + A_{44} =$ ______。

$$3$$
、若二次型 f 的矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$,则它的正惯性指数为_____。

4、设三阶方阵
$$A$$
 的行列式 $|A|=3$,其伴随阵为 A^* ,则 $|A^*|=$ _____。

5、设
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$
,则 $(A + 3E)^{-1}(A^2 - 9E) = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

6、已知向量组 $\alpha_1 = (1, 2, -1, 1), \alpha_2 = (2, 0, t, 0), \alpha_3 = (0, -4, 5, -2)$ 的 秩为 2,则 t =______。

7、设
$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$
 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} + a_{13} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} + a_{23} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} + a_{33} & a_{33} \end{pmatrix}$,则初等矩阵 $A =$ ______。

8、已知 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关,若 $\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3+k\alpha_1$ 也线性无关,则k为

9、设三阶矩阵 A 的特征值为 1、2、3,则矩阵 $B = A^2 - 3A + E$ 的特征值为 _____。

10、若矩阵
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & x \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} y & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
相似,则 $y = \underline{\qquad}$ 。

二、 计算行列式
$$(10 \, \text{分})$$
 $D = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$

三、(10 分) 已知线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 1 \\ -x_2 + (a-3)x_3 - 2x_4 = b \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + ax_4 = -1 \end{cases}$$

- 求(1) a,b 为何值时,方程组有唯一解?
 - (2) *a*,*b* 为何值时,方程组有无穷多组解,并用其导出组的基础解系求出其全部解。

四、(10分)设
$$B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$
, 且 $AB - B = A$, 求: A

五、(10 分)设二次型 $f = 2x^2 + 4y^2 + 4xy + 4yz$, 试写出对应的矩阵,并利用配方法化为标准型。

六、(10分) 证明: n 维正交向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 线性无关。

七、(10分) 设
$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$
, 试求:

(1) A 的特征值和特征向量 (2) 正交矩阵 Q, 使 Q^TAQ 为对角阵

八、(10 分) 设 4 阶方阵 A 满足条件 |3I+A|=0, |A|<0,且 $AA^T=2I$,求: A^* 的一个特征值(A^* 为 A 伴随阵)。