苏州大学《线性代数》课程试卷库（第九卷）共 4 页

学院_________________ 专业_________________成绩_____________

年级____________ 学号___________ 姓名____________日期______

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

一、（每题 3 分，共 30 分，）单项选择题：

1、行列式 $A=\begin{vmatrix}0 & 1 & 0 & 5\\0 & 2 & 2 & 6\\3 & 3 & 0 & 7\\0 & 4 & 0 & 8\end{vmatrix}=$ （ ）

(a) -12 (b) -24 (c) -36 (d) -72

2、设 A,B 都是 n 阶可逆矩阵，则 AB 的伴随矩阵 $(AB)^*=$ （ ）

(a) A^*B^* (b) $|AB|A^{-1}B^{-1}$ (c) $B^{-1}A^{-1}$ (d) B^*A^*

3、向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_s\,(s\geq 2)$ 线性相关，该向量组的秩为 r，则必有（ ）

(a) $r=s$ (b) $r>s$ (c) $s=r+1$ (d) $r<s$

4、n 阶矩阵 A,B 均为可逆矩阵，若 $C=\begin{pmatrix}O & B\\A & O\end{pmatrix}$，则 $C^{-1}=$ （ ）

(a) $\begin{pmatrix}A^{-1} & O\\O & B^{-1}\end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix}O & B^{-1}\\A^{-1} & O\end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix}O & A^{-1}\\B^{-1} & O\end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix}B^{-1} & O\\O & A^{-1}\end{pmatrix}$

5、n 阶矩阵 A 可与对角矩阵 Λ 相似的充分必要条件是 （ ）

(a) A 有 n 个线性无关的特征向量 (b) A 有 n 个不同的特征值

(c) A 的 n 个列向量线性无关 (d) A 有 n 个非零的特征值

6、设 A 的特征多项式 $|\lambda I-A|=(\lambda+1)(\lambda+4)(\lambda-1)$，则 $|A|=$（ ）

(a) 4 (b) 1 (c) -1 (d) -4

是非题

7、线性方程组 $Ax=0$ 只有零解，则 $Ax=b(b\neq 0)$ 有唯一解。 （ ）

8、若存在一组数 $k_1=k_2=\cdots=k_m=0$，使得 $k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_m\alpha_m=0$ 成立，则向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_m$ 线性无关。 （ ）

9、设 n 阶矩阵 A 是奇异阵，则 A 中必有一列向量是其余列向量的线性组合。（ ）

10、设 A,B 都是 n 阶矩阵，且 $|A|\neq 0$，则 AB 与 BA 必相似。 （ ）

二、（10 分）计算 n 阶行列式 $\begin{vmatrix} x & y & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & x & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & x & y \\ y & 0 & \cdots & 0 & x \end{vmatrix}$

三、（10 分）设 A,B 为 3 阶矩阵，且满足方程 $A^{-1}BA = 6A + BA,\ A = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{7} \end{bmatrix}$，

求 B

四、（10 分）线性方程组$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=2 \\ 2x_1+3x_2+x_3+x_4-3x_5=0 \\ x_1+2x_3+2x_4+6x_5=6 \\ 4x_1+5x_2+3x_3+3x_4-x_5=4 \end{cases}$

利用其导出组的基础解系求出方程组的全部解。

五、（10 分）已知向量组$A:\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\1\\1\\3\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}-1\\-3\\5\\1\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}3\\2\\-1\\p+2\end{pmatrix},\alpha_4=\begin{pmatrix}-2\\-6\\10\\p\end{pmatrix}$

求（1） p 为何值时，向量组线性相关？

（2）此时求向量组的一个极大无关组，并将其余向量由该极大无关组线性表出。

六、（10 分） 设 3 阶矩阵 A 的特征值分别为 $\lambda_1=-1,\lambda_2=1,\lambda_3=3$，对应的特征向量依次为 $\xi_1=(1,\quad -1,\quad 0)^T$，$\xi_2=(1,\quad -1,\quad 1)^T$，$\xi_3=(0,\quad 1,\quad -1)^T$

求：矩阵 A

七、（10 分）设二次型 $f=2y^2+3z^2+4xy-2yz$，（1）表示为矩阵形式，（2）将其化为标准型。

八、（10 分）设 $A^2=I$，但 $A\neq I$，证明：$|A+I|=0$