第一章

1-11. (1) $x^2=4t^2$ $2y=38-4t^2$

$2y=38-x^2$

$x^2+2y=38$

∴运动轨道为曲线 $x^2+2y=38$

(2) $t=1$ 时 $x=2$ $y=17$ $\therefore \vec{r}_1=2\vec{i}+17\vec{j}$

$t=2$ 时 $x=4$ $y=11$ $\vec{r}_2=4\vec{i}+11\vec{j}$

$\bar{v}=\frac{|\Delta\vec{r}|}{t}=\frac{2\vec{i}-6\vec{j}}{1}=2\vec{i}-6\vec{j}$ m/s

(3) $v_x=\frac{dx}{dt}=2$ m/s.

$v_y=\frac{dy}{dt}=-4t$ m/s.

$t=1$ 时 $v_y=-4$ m/s

$v=2\vec{i}-4\vec{j}$ $\vec{a}=-4\vec{j}$

$t=2$ 时 $v_y=-8$ m/s

$v=2\vec{i}-8\vec{j}$ $\vec{a}=-4\vec{j}$

(4) 位置矢量: $\vec{r}=2t\vec{i}+(19-2t^2)\vec{j}$.

速度矢量: $\vec{v}=2\vec{i}-4t\vec{j}$

$\vec{r}\cdot\vec{v}=4t-76t+8t^3=0$

解得 $t=0$ $t=3$ (负舍)

$t=0$ 时 $x=0$ $y=19$ $v_x=2$ $v_y=0$

$t=3$ 时 $x=6$ $y=1$ $v_x=2$ $v_y=-12$

(5) $|\vec{r}|=\sqrt{4t^2+19^2-19\cdot2\cdot2t^2+4t^4}$

当 $t^2=9$. 即 $t=3$ 时 $|\vec{r}|$ 最小

$|\vec{r}|_{min}=\sqrt{37}$ m

1-13 $a=\frac{dv}{dt}$ $v=\int a\,dt=4t-\frac{1}{3}t^3+C$

$t=3$ 时 $v=12-9+C=2$ $\therefore C=-1$

$\therefore v=-\frac{1}{3}t^3+4t-1$

$v=\frac{ds}{dt}$ $s=\int v\,dt$

$=\int -\frac{1}{3}t^3+4t-1\,dt$

$=-\frac{1}{12}t^4+2t^2-t+C$

$t=3$ 时 $s=9$ $\therefore C=\frac{3}{4}$

$\therefore s=-\frac{1}{12}t^4+2t^2-t+\frac{3}{4}$

1-15 (1) $t=1$ s 时 小球A: $s=v_0t-\frac{1}{2}at^2=12\cdot1-5=7$ m

$v=v_0-at=2$ m/s 竖直向上

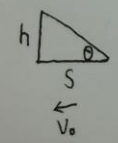
∵两小球加速度相等. ∴可以看成相对运动. 速度为 $v'=16-2=14$ m/s. $t'=\frac{s}{v'}=\frac{47}{14}=0.5$ s

$\therefore t=1+t'=1.5$ s.

(2) 小球B运动0.5 s时高度: $s=v_0t+\frac{1}{2}at^2=16\cdot0.5+\frac{1}{2}\cdot10\cdot0.5^2=6.75$ m

(3) 上升. 下降

1-17

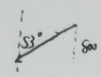


设 $\tan\theta=\frac{h}{s}$

$\cos\theta=\frac{s}{\sqrt{h^2+s^2}}$

水平方向 $v=v_0\cdot\cos\theta$

$=\frac{v_0s}{\sqrt{h^2+s^2}}$

1-22 

(1) 设速度为 V，则竖直方向分量为 $V_y = V\cdot\cos 53° = 0.6V$

$S = V_0t + \frac{1}{2}at^2$

$800 = 0.6V\cdot 5 + \frac{1}{2}\cdot 10\cdot 25$

$V = 225\ m/s$

(3) ~~$V_0^2 - V_t^2 = 2as$~~

~~$(0.6\cdot 225)^2 - V_x^2 = 2\cdot 10\cdot 800$~~

$V_x = 180\ m/s$

$V_y = V_0 + at = 135 + 10\cdot 5 = 185\ m/s$

(2) 水平方向速度 $V_x = V\cdot\sin 53° = 225\cdot 0.8 = 180\ m/s$ $\therefore V = 180i + 185j$

$S = V_x\cdot t = 180\cdot 5\ m = 900\ m$

1-26 (1) $V = 2\ m/s$ (2) $a = \frac{V^2}{R} = 1\ m/s^2$ (3) $W = \frac{V}{R} = \frac{\pi/2}{4} = 0.5$ $T = \frac{2\pi}{W} = 4\pi s$

1-31 (1) $W = \frac{d\theta}{dt} = 12t^2$ $V = WR = 1.2t^2$ $a_t = \frac{dv}{dt} = 2.4t$

$\beta = \frac{dw}{dt} = 24t$ $a_n = \frac{V^2}{R} = \frac{1.44t^4}{0.1} = 14.4t^4$ $t=2$ 时 $a_n = 230.4\ m/s^2$

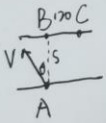
$a_t = 4.8\ m/s^2$

(2) $a = \sqrt{a_n + a_t}$

$\frac{1}{2}a_t = \sqrt{a_n + a_t}$ 解得 $t \approx 0.66\ s$.

此时 $\theta = 3.15$ rad

(3) $a_n = a_t$ $14.4t^4 = 2.4t$ 解得 $t \approx 0.55\ s$.

1-34 

设小船速率为 V，水流速度为 V'，水平向右，河宽为 S m，第二次出发方向与 AB 夹角为 θ

第2次 $t = \frac{S}{V\cos\theta} = 12.5$ 第1次 $t = \frac{S}{V} = 10$ $\therefore \cos\theta = \frac{4}{5}$

由此可得 $V' = \sin\theta\cdot V = 0.6V$ 第1次水平方向为 V'：$S = V't$

$120 = V'\cdot 10$

$V' = 12\ m/min$

$\therefore V = 20\ m/min$ $S = 200\ m$

(1) 河宽为 200 m

(2) 速度为 20 m/min，方向与竖直方向夹角为 $\arccos\frac{4}{5}$

(3) 水流速度为 12 m/min.