苏州大学《线性代数》课程试卷库（第二卷）共　　页

学院________________专业________________成绩__________

年级_________学号______________姓名____________日期_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

一、　（每题 3 分，共计 30 分）单项选择：

1、设 $f(x)=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 \\ 1 & 1 & 2-x \end{vmatrix}\neq 0$ 的充要条件是　　　　　　　　[　　　]

(a) $x\neq 0$ 或 $x\neq 1$　(b) $x\neq 0$ 且 $x\neq 1$　(c) $x\neq 1$ 或 $x\neq 2$　(d) $x\neq 1$ 且 $x\neq 2$

2、已知 A,B 均为 n 阶方阵，I 为单位阵，$BCA=I$，则　　　[　　　]

(a) $ABC=I$　(b) $ACB=I$　(c) $BAC=I$　(d) $CBA=I$

3、已知 $m\times n$ 阶矩阵 A 的秩为 $n-1$，α_1,α_2 是非齐次线性方程组 $Ax=b$ 的两个不同的解，k 为任意常数，则方程组 $Ax=0$ 的通解可表示为　　[　　　]

(a) $\alpha_1+k\alpha_2$　(b) $\alpha_2+k\alpha_1$　(c) $k(\alpha_1+\alpha_2)$　(d) $k(\alpha_1-\alpha_2)$

4、n 阶方阵 A 与对角矩阵相似的充分必要条件是　　　　　　[　　　]

(a) 矩阵 A 有 n 个特征值　(b) 矩阵 A 有 n 个线性无关的特征向量

(c) $|A|\neq 0$　　　　　　　(d) 矩阵 A 为实对称矩阵

填空题

5、二次型 $f=2x^2+3y^2-2xy+4yz$ 对应的矩阵为[　　　　　　　　　　]

6、设 $A=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \end{vmatrix}$，则 $A^{-1}=$[　　　　　　　　]。

7、若 A,B 均为 n 阶矩阵，且有 $|A|=-2, |B|=3,$ 则 $|-A^*B^{-1}|=$[　　　　　　]。

8、已知 $\beta=(1,\ 1,\ 2)$ 不能由 $\alpha_1=(2,\ 2,\ -1), \alpha_2=(0,\ 4,\ 8), \alpha_3=(-1,\ k,\ 3)$ 线性表出，则 $k=$[　　　　　　]。

9、设 n 阶方阵 A 满足每行元素之和都是 0，如果秩 $r(A)=n-1$，则齐次方程组 $Ax=0$ 的通解是[　　　　　　]。

10、设 3 阶矩阵 A 的特征值是 1，2，-1，设矩阵 $B=A^3-5A^2$，则 $|B|=$[　　　]。

二、　（10 分）计算行列式：$D_n=\begin{vmatrix} a & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & a & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & a \end{vmatrix}$

三、（10 分）讨论k为何值时，非齐次线性方程组$\begin{cases} -x_1+x_2-kx_3=k \\ x_1+kx_2-x_3=1 \\ kx_1+x_2+x_3=k \end{cases}$

有唯一解，无解或有无穷多解？并在有无穷多解时利用基础解系求其全部解。

四、（10 分）设向量组 $A:\alpha_1=(1,\ \ 1,\ \ 1,\ \ 1)^T,\alpha_2=(0,\ \ 2,\ \ 2,\ \ 2)^T$，

$\alpha_3=(0,\ \ 0,\ \ 3,\ \ 1)^T$，$\alpha_4=(1,\ \ 3,\ \ 6,\ \ 4)^T$，

求：（1） A 的秩，　　　　（2）求 A 的一个极大线性无关组

五、（10 分）设：$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & -3 & 4\\ 0 & 4 & 3\end{pmatrix}$，试求：

（1） A 的特征值和特征向量

（2）求可逆矩阵 P 及对角矩阵 Λ，使 $P^{-1}AP=\Lambda$

六、（10 分）如果 A 为非奇异矩阵，且 $AB=C, BA=D$，求证：$r(B)=r(C)=r(D)$

七、（10 分）已知 $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$，写出对应二次型，并化为标准型

八、 （10 分）设 A 的伴随矩阵 $A^{*}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 8 \end{pmatrix}$ 且 $ABA^{-1}=B\ A^{-1}+3I$

求：B