苏州大学《线性代数》课程试卷库（第二十卷）共 4 页

学院________________ 专业________________成绩____________

年级___________ 学号__________ 姓名___________日期______

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

一、填空题：（每题 3 分，共 30 分）

1、设 A,B 都是 3 阶矩阵，且 $A=\begin{pmatrix}\alpha\\2\gamma_1\\3\gamma_2\end{pmatrix}$ ，$B=\begin{pmatrix}\beta\\\gamma_1\\\gamma_2\end{pmatrix}$，其中 $\alpha,\beta,\gamma_1,\gamma_2$ 均为 3 维行向量，$|A|=15,|B|=3$，则行列式 $|A-B|=$____________。

2、已知方阵 A 满足 $aA^2+bA+cE=0$（其中 a,b,c 为常数，且 $c\neq 0$），则 $A^{-1}=$ __________________。

3、设 $\begin{vmatrix}1&1&0&0\\1&k&1&0\\0&0&k&2\\0&0&2&k\end{vmatrix}\neq 0$，则 k 应满足_______________ 。

4、设 β,α_1,α_2 线性相关，β,α_2,α_3 线性无关，则 $\beta,\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性_______________。

5、设 $\alpha_1=(1,\ 1,\ 1), \alpha_2=(a,\ 0,\ b), \alpha_3=(1,\ 3,\ 2)$ 线性相关，则 a,b 应满足关系式_______________。

6、设 A 满足 $A^2+2A+E=0$，则 A 的特征值为_______________。

7、设 A 为 n 阶方阵，$r(A)=n-3$，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是齐次线性方程组 $Ax=0$ 的三个线性无关的解向量，则 $Ax=0$ 的一个基础解系为 ________________________。

8、设 A 是 3×4 阶矩阵，$r(A)=2$，$B=\begin{pmatrix}0&2&-1\\1&1&2\\-1&-1&-1\end{pmatrix}$，则 $r(BA)=$_____________。

9、设方阵 $A=\begin{pmatrix}1&-2&-4\\-2&4&-2\\-4&-2&1\end{pmatrix}$ 相似于对角矩阵 $\begin{pmatrix}5&&\\&t&\\&&-4\end{pmatrix}$，则 $t=$____________。

10、设有一个四元非齐次线性方程组 $Ax=b$，$r(A)=3$，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 为其解向量，且 $\alpha_1=(1,\ 9,\ 9,\ 7)^T$，$\alpha_2+\alpha_3=(1,\ 9,\ 9,\ 8)^T$，则此方程组的一般解为 ________________。

二、（10 分）计算 n 阶行列式 $\begin{vmatrix} -n & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & -n & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & -n & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & -n \end{vmatrix}$

三、（10 分）设矩阵 $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 矩阵 X 满足 $X(E-C^{-1}B)^T C^T=E$，求：矩阵 X

四、（10 分）设矩阵 $A=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 2a & 1 \\ -1 & \sqrt{2} & 2b \\ \sqrt{2} & 2c & -\sqrt{2} \end{pmatrix}$，问当 a,b 为何值时，A 为正交矩阵；此时利用正交矩阵性质，求解线性方程组 $Ax=(1,\ \ 1,\ \ 1)^T$.

五、（10 分）给定线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_2+(2-\lambda)x_3=1 \\ (3-2\lambda)x_1+(2-\lambda)x_2+x_3=\lambda \\ (2-\lambda)x_1+(2-\lambda)x_2+x_3=1 \end{cases}$

讨论 λ 取何值时，方程组无解？有唯一解？有无穷多解？在有解时，求出其解。

六、（10 分）设向量组：$\alpha_1=(1,\ \ 1,\ \ 3,\ \ 1)^T$，$\alpha_2=(-1,\ \ 1,\ \ -1,\ \ 3)^T$

$\alpha_3=(5,\ \ -2,\ \ 8,\ \ -9)^T$，$\alpha_4=(-1,\ \ 3,\ \ 1,\ \ 7)^T$，求向量组的秩和一个极大线性无关组。

七、（10 分）设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&1\\0&1&5\end{pmatrix}$，求 A 的特征值和特征向量

八、证明题：（10 分）设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关，$\beta_1=\alpha_1-\alpha_2$，

$\beta_2=2\alpha_1+3\alpha_2+2\alpha_3$，$\beta_3=\alpha_1+3\alpha_2+2\alpha_3$，证明：$\beta_1,\beta_2,\beta_3$ 线性无关.