刚体的运动

刚体

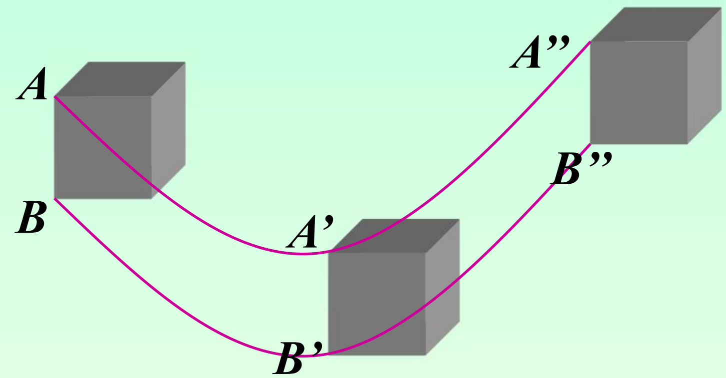
实际物体都是有形状、大小的。当需要研究物体的自身运动时，物体不能被看作质点。但很多情况下，可忽略物体在运动过程中的形变。

刚体： 物体内任意两点间的距离在运动中保持不变。

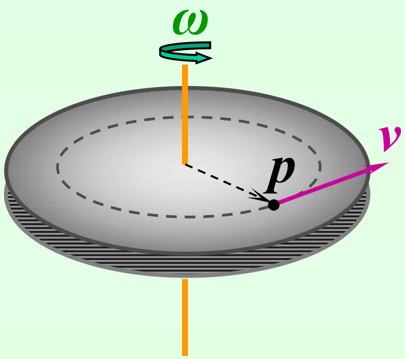
研究方法： 视刚体为无穷多质点组成的质点系。每一质点的运动服从牛顿定律。而整个刚体的运动规律是所有质点运动规律的叠加。

- 刚体的一般运动
  - 平动（可看作质点）
  - 转动
    - 定轴转动
    - 非定轴转动

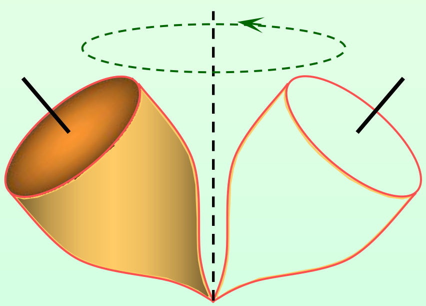
刚体的运动



平动：刚体内任意两点连线的方向在运动中保持不变。



定轴转动：刚体上所有质点均绕一固定直线作圆周运动，该直线称为**转轴**。



非定轴转动：刚体上所有质点绕一直线作圆周运动，该轴也在空间运动.

这里主要讨论刚体的定轴转动。

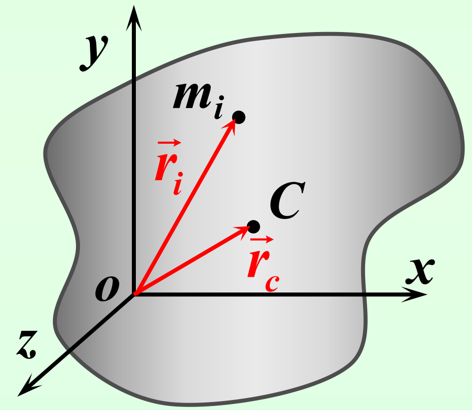
质心和质心运动定理

质心

在讨论质点系的运动时，引入质心（或质心参照系）的概念，常可简化计算。

设质点系各质点质量m_1、 m_2、… m_i、 … m_n，它们的位矢 r_1、 r_2、… r_i、 … r_n。

则质心的位矢定义为：



$$\boxed{\vec{r}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M}}$$

其中：$M = \sum m_i$ 为质点系总质量。

对质量连续分布的物体：

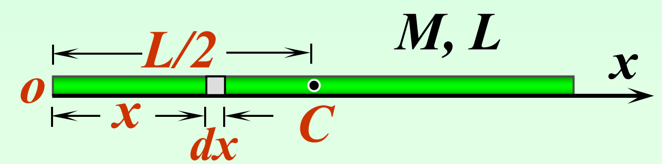
$$\boxed{\vec{r}_c = \frac{\int \vec{r} dm}{M}}$$

或： $x_c = \frac{\int x dm}{M}$， $y_c = \frac{\int y dm}{M}$， $z_c = \frac{\int z dm}{M}$

➢ 质心相对于质点系中各质点的位置是确定的，该位置不因坐标系的不同选择而不同。

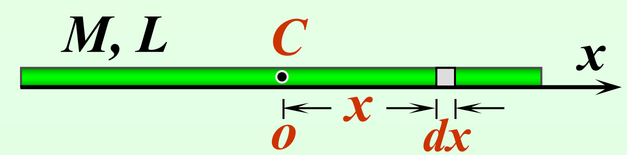
例：质量均匀的细杆，坐标原点选在一端。

$$x_c = \frac{\int x\,dm}{M} = \frac{1}{M}\int x\frac{M}{L}dx = \frac{1}{L}\int_0^L x\,dx = \frac{1}{2}L$$



例：质量均匀的细杆，坐标原点选在杆中央。

$$x_c = \frac{\int x\,dm}{M} = \frac{1}{M}\int x\frac{M}{L}dx = \frac{1}{L}\int_{-L/2}^{L/2} x\,dx = 0$$



➢ 对质量分布均匀，形状对称的物体，质心就在其几何中心。

➢ 质心、重心是两个不同的概念，但物体不太大时，质心和重心位置重合。

➢ 当以质心为参照系时，质点系总动量为零。

质心运动定理

由质点系的动量定理：

$$\vec{F}_{外}=\sum_{i=1}^{n}\frac{d\vec{p}_i}{dt}=\sum_{i=1}^{n}\frac{d^2}{dt^2}(m_i\vec{r}_i)=M\frac{d^2}{dt^2}(\sum_{i=1}^{n}\frac{m_i\vec{r}_i}{M})$$

$$=M\frac{d^2\vec{r}_c}{dt^2}=M\vec{a}_c$$

即： $\boxed{\vec{F}_{外}=M\vec{a}_c}$ 称为**质心运动定理**。

可见：一个质点系质心的运动，就好象一个质点的运动。该质点的质量等于质点系的总质量，而该质点所受的力等于整个质点系所受外力之和。

返回

实际物体

忽略各质点对质心的运动

忽略各质点对质心的运动

看作质点

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

质心运动定理

给出了质心加速度

整体规律

提供线索

进一步研究各质点相对质心的运动