

力矩 刚体转动定理

1、刚体的角动量定理：

外力矩持续作用一段时间后，刚体的角速度才会改变。

由转动定理： $\vec{M} dt = d\vec{L}$

$$\therefore \int_{t_1}^{t_2} \vec{M} dt = \int_{\vec{L}_1}^{\vec{L}_2} d\vec{L} = \vec{L}_2 - \vec{L}_1 = I\vec{\omega}_2 - I\vec{\omega}_1$$

式中 $\int_{t_1}^{t_2} \vec{M} dt$ 称为合外力矩在 $\Delta t = t_2 - t_1$ 内的冲量矩 ($N \cdot m \cdot s$)。

角动量定理：刚体所受合外力矩的冲量矩等于刚体在同一时间内角动量的增量。

➤ 角动量定理对非刚体也成立，此时：

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{M} dt = I_2 \vec{\omega}_2 - I_1 \vec{\omega}_1$$

2、角动量守恒定律：

当物体所受合外力矩为零时，有：

$$\vec{L} = I\vec{\omega} = \text{常矢量} \quad (\text{当 } \vec{M} = 0 \text{ 时})$$

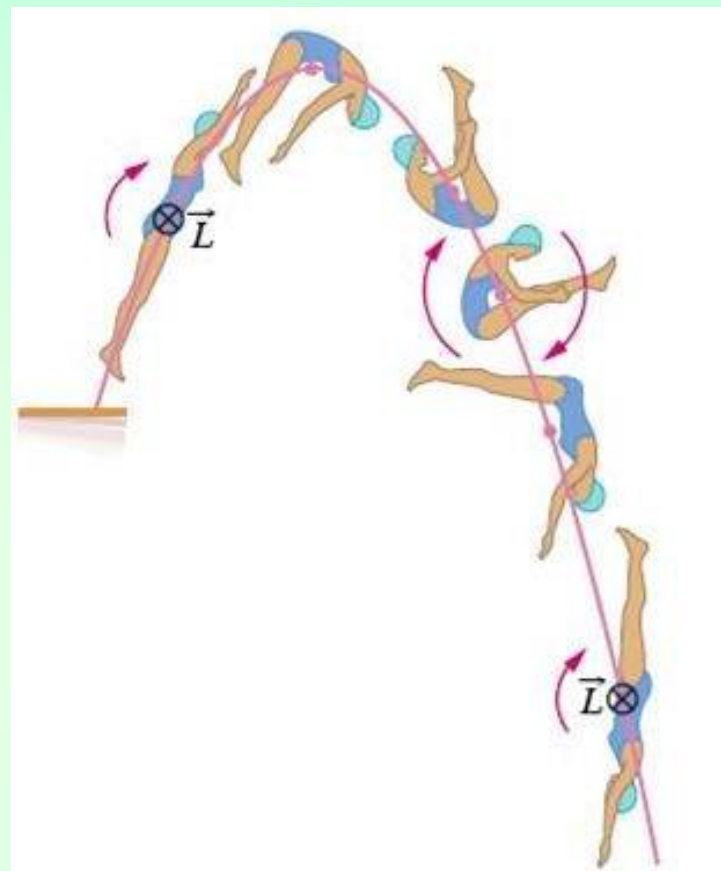
即：当物体所受合外力矩为零时，物体的角动量保持不变。

➤ 角动量守恒的两种情况：

- (1) 转动惯量和角速度都不变；
- (2) 转动惯量和角速度都改变，但两者的乘积保持不变。



花样滑冰



跳水

例题 4-6

质量为 M ，半径为 R 的转台，可绕垂直中心轴无摩擦地转动，质量为 m 的人站在台边。开始时，人与转台都静止。若人沿台边走动一周。求：转台和人相对地面各转动了多少角度？

设人对地角速度 ω' ，转台对地角速度 ω ，人对转台角速度 ω_{rel} ，则：

$$\omega' = \omega_{rel} + \omega$$

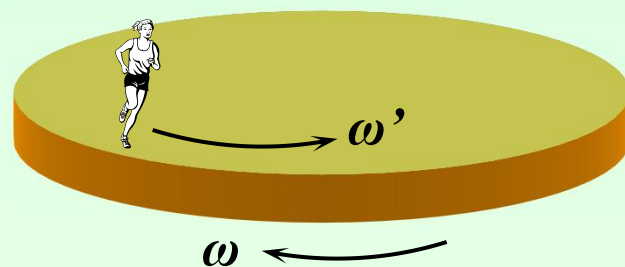
人与转台系统地角动量守恒：

$$\frac{1}{2}MR^2\omega + mR^2\omega' = 0$$

$$\therefore \omega' = -\frac{M}{2m}\omega = -\frac{M}{2m}\omega_{rel} - \frac{M}{2m}\omega'$$

得：

$$\omega' = \frac{M}{M + 2m}\omega_{rel}$$



$$\omega' = -\frac{M}{2m}\omega \qquad \omega' = \frac{M}{M+2m}\omega_{rel}$$

所以人对地转过的角度：（设 T 为人沿转台走一周所需时间）

$$\theta' = \omega' T = \frac{M}{M+2m}\omega_{rel} \cdot T = \frac{2\pi M}{M+2m}$$

转台对地转过的角度：

$$\theta = \omega T = -\frac{2m}{M}\omega' \cdot T = -\frac{4\pi M}{M+2m}$$

负号表示人与转台的转动方向相反。

