静　电　场

第七讲 电势叠加原理

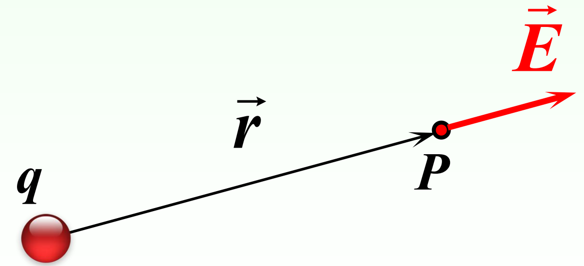
电势和电场强度的关系

§1 电势叠加原理

点电荷的电势、电势叠加原理：

1、点电荷的电势：

$$U_P = \int_P^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \int_r^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$



$q>0$，则$U_P>0$；$q<0$，则$U_P<0$。

2、电势叠加原理：任意带电体（点电荷系）的电场中某点的电势等于各点电荷单独存在时，在该点电势的代数和。

$$U_P = \int_P^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_P^{\infty} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} + \cdots + \int_P^{\infty} \vec{E}_n \cdot d\vec{l} = \sum_{i=1}^{n} U_{Pi}$$

点电荷系$\{q_1, q_2, \ldots, q_n\}$的电势：

$$U_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}$$

3、电荷连续分布带电体的电势：

$$\boxed{U_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint\frac{dq}{r}}$$

电势的计算：

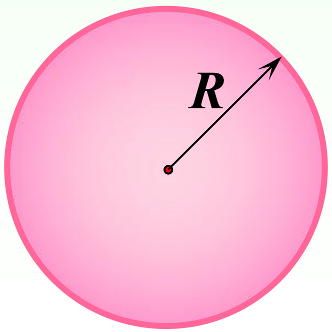
❶ 直接积分法： 点电荷电势 + 电势叠加原理；

❷ 场势法： 当电场分布已知时：

$$U_P = \int_P^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

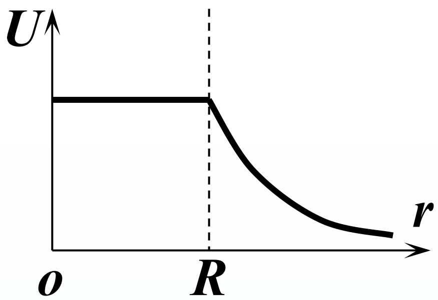
例1. 求均匀带电球面电场的电势。（R、q）

用场势法求解。



❶ 球面外：　$r > R$

$$U = \int_r^{\infty} \vec{E}_{外} \cdot d\vec{r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_r^{\infty}\frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$



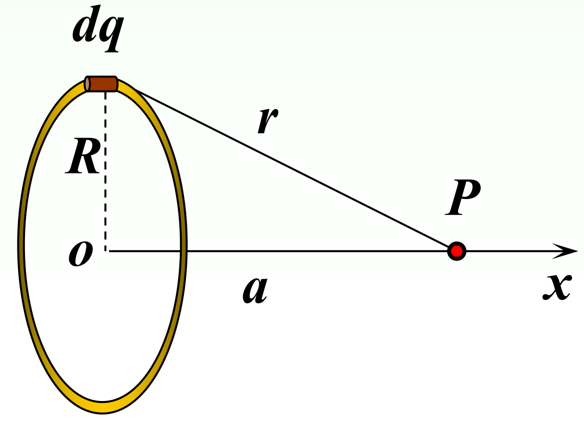
❷ 球面内：　$r < R$

$$U = \int_r^{R} \vec{E}_{内} \cdot d\vec{r} + \int_R^{\infty} \vec{E}_{外} \cdot d\vec{r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

➢ 均匀带电球面内、外场强不连续，但电势连续。

例2. 求均匀带电圆环轴线上一点的电势。（R、q）

直接积分法：



$$U=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r}\oint dq=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+a^2}}$$

场势法：

$$U=\int_a^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{x}=\int_a^{\infty}\frac{xq}{4\pi\varepsilon_0(R^2+x^2)^{3/2}}\cdot dx=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+a^2}}$$

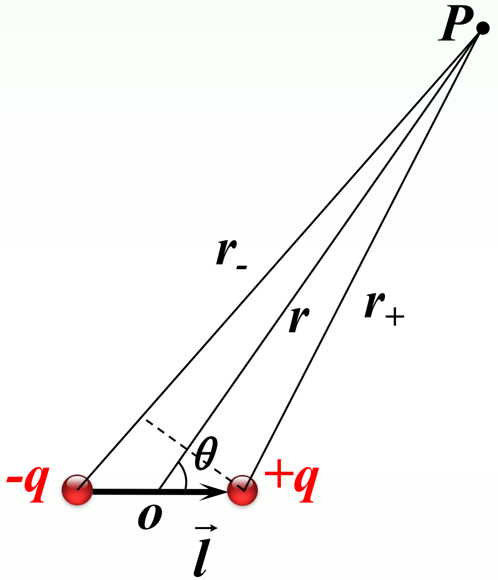
➢ $a=0$ 时，$U_0=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$，但 $E_0=0$ 。

例3. 求电偶极子电场中的电势分布。

电势叠加法：

$$U = U_+ + U_- = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_+} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_-}$$

$$= \frac{q(r_- - r_+)}{4\pi\varepsilon_0 r_+ r_-}$$



当$r >> l$时：$r_+ r_- \approx r^2$，$r_- - r_+ \approx l\cos\theta$

$$\therefore \quad U = \frac{ql\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

§2　电势和电场强度的关系

等势面：

引入等势面的目的，也是为了形象描绘静电场。

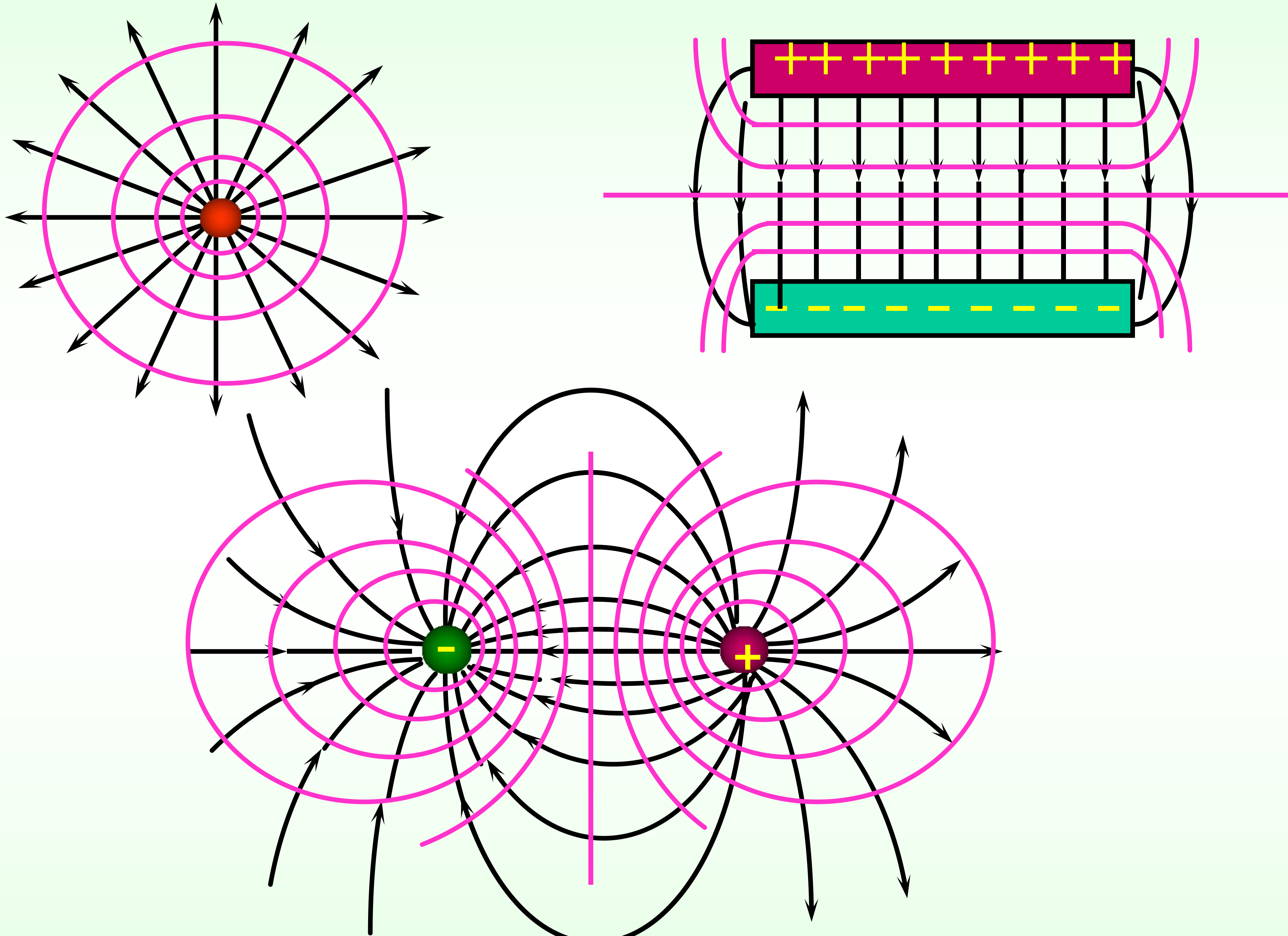
定义：电场中电势相等的点所组成的曲面
— 等势面

规定：任意两相邻等势面间的电势差相等。

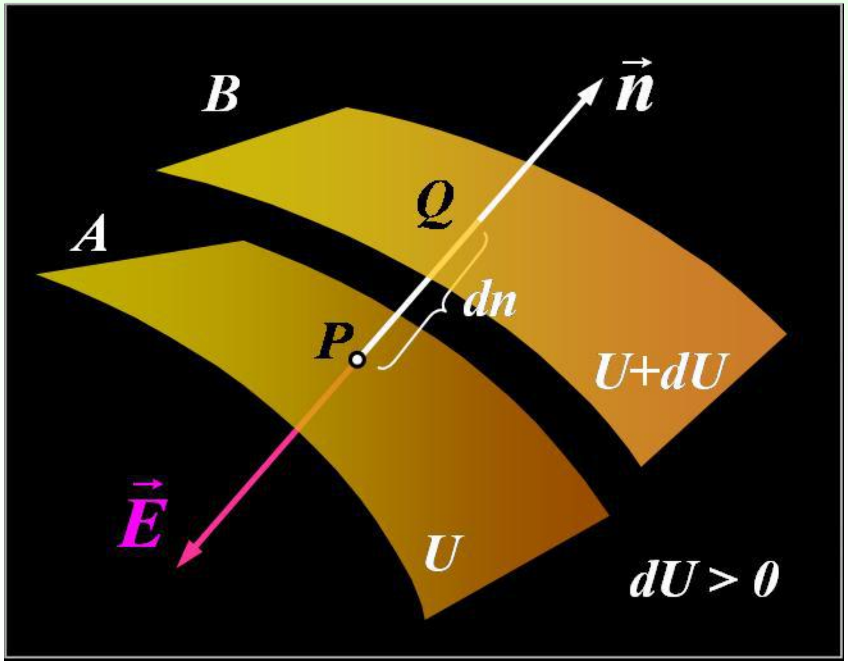
⇨ 等势面较密处电场较强。（图*9-16*）

性质：❶沿等势面移动电荷时，电场力不作功；

❷电场线与等势面处处正交。



电势梯度：



A、B为电势相差 dU 的两个等势面，过P点作等势面A的单位法线矢量（指向电势增大的方向），则：

$$dU = \left|E_P\right| dn \quad \text{或} \quad \left|E_P\right| = \frac{dU}{dn}$$

场强的方向总是由高电势指向低电势，所以：

$$\vec{E} = -\frac{dU}{dn}\vec{n}$$

式中：$\frac{dU}{dn}\vec{n}$ 称为P点的电势梯度，以$gradU$或 ∇U表示：

$$\vec{E} = -gradU = -\nabla U = -\frac{dU}{dn}\vec{n}$$

思考题：

如何利用电场强度和电势的关系求均匀带电圆环轴线上任一点的场强大小