苏州大学《线性代数》课程试卷库（第七卷）共 4 页

学院________________ 专业________________成绩____________

年级___________ 学号__________ 姓名___________日期______

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

一、（每题 3 分，共 30 分）单项选择题：

1、若$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = 6$，则$\begin{vmatrix} a_{12} & 2a_{11} & 0 \\ a_{22} & 2a_{21} & 0 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix} =$（　　）

(a) 12　(b) -12　(c) 18　(d) 0

2、设A, B都是n阶矩阵，且$AB = 0$，则下列一定成立的是（　　）

(a) $A = 0,$ 或 $B = 0$　(b) A, B 都不可逆

(c) A, B 中至少有一个不可逆　(d) $A + B = O$

3、已知向量组$\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_s$线性相关，则下列结论正确的是（　　）

(a) $\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_s$ 中一定含有零向量。

(b) $\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_s$ 中必有两个向量的对应分量成比例。

(c) $\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_s$ 中每一个向量都可用其余 $s-1$ 个向量线性表示。

(d) $\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_s$ 中至少有一个向量可用其余 $s-1$ 个向量线性表示。

4、设n阶矩阵A的秩$r < n$，则在A的n个行向量中（　　）

(a) 必有r个行向量线性无关 。

(b) 任意r个行向量均可构成极大线性无关组。

(c) 任意r个行向量均线性无关。

(d) 任一行向量均可由其他r个行向量线性表示。

5、设A, B为n阶矩阵，且A与B相似，I为n阶矩阵，则结论正确的是（　　）

(a) $\lambda I - A = \lambda I - B$　(b) A与B有相同的特征值和特征向量

(c) A与B都相似于一个对角矩阵　(d) $cI - A$与$cI - B$相似（c为任意常数）

6、设三阶矩阵$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ x & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 有三个线性无关的特征向量，则$x =$（　　）

(a) -1　(b) 0　(c) 1　(d) 2

是非题

7、若 A 和 B 都是 n 阶对称阵，则 AB 也是对称阵。 （　　）

8、若 n 阶矩阵 A 与 B 相似，则存在可逆矩阵 P ，使得 $P^T AP = B$ 。 （　　）

9、已知向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关，则向量组 $\alpha_1-\alpha_2,\alpha_2-\alpha_3,\alpha_3-\alpha_1$ 也线性无关

（　　）

10、若 A 为满秩方阵，则 A 的特征值不为零。 （　　）

二、（10 分） 计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2-n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 & 1-n \end{vmatrix}$

三、（10 分）已知 $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$，写出对应二次型，并化为标准型

四、（10 分）线性方程组$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 6x_3 + 4x_4 = -1 \\ 3x_1 + 2x_2 + ax_3 + 7x_4 = -1 \\ x_1 - x_2 - 6x_3 - x_4 = b \end{cases}$

（1） 讨论a,b取何值时，方程组有解？无解？

（2） 当有解时，试用其导出组的基础解系表示其全部解

五、（10 分） 已知向量$\alpha = (1, \quad k, \quad 1)^T$是矩阵$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$的逆矩阵$A^{-1}$的特征向量，求常数$k$的值

六、（10 分）已知向量组 A: $\alpha_1=(2,\ 1,\ 1,\ 1)$，$\alpha_2=(-1,\ 1,\ 7,\ 10)$，$\alpha_3=(3,\ 1,\ -1,\ -2)$，$\alpha_4=(8,\ 5,\ 9,\ 11)$，求：它的一个极大无关组，并将其余向量用此极大无关组线性表示。

七、（10 分）已知实对称矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 0\\ -2 & -2 & 0\\ 0 & 0 & -2\end{pmatrix}$，求正交阵 Q，对角阵 Λ，使得

$$Q^T AQ=\Lambda$$

八、（10 分）设正交矩阵 Q 的特征值为 λ，证明：$|\lambda|=1$