苏州大学《线性代数》课程试卷库（第十一卷）共 4 页

学院________________专业________________成绩___________

年级__________学号______________姓名____________日期______

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九
得分									

一、选择题：（本题 15 分，每小题 3 分）

1．设 $A=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\0&1&-1&3&2\\0&0&0&3&2\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$，则矩阵 A 的秩为　　　[　　]

（A） 0　　（B） 2　　（C） 3　　（D） 4

2．行列式 $\begin{vmatrix}0&0&\cdots&0&\lambda_1\\0&0&\cdots&\lambda_2&0\\\vdots&\vdots&&\vdots&\vdots\\\lambda_n&0&\cdots&0&0\end{vmatrix}$ 的值为　　　[　　]

（A）0　（B）$\lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_n$　（C）$(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}\lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_n$　（D）$-\lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_n$

3．假设 A 是 3 阶方阵，特征值分别为 0，1，2，则　　　[　　]

（A）矩阵 A 的秩 $r(A)=3$　　（B）行列式 $|A^TA|=1$

（C）行列式 $|A+E|=0$　　（D）矩阵 $(A+E)^{-1}$ 的特征值分别为 $1,\frac{1}{2},\frac{1}{3}$

4．已知 n 维向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m(m>2)$ 线性无关，则　　　[　　]

（A） 对任意一组数 $k_1,k_2,\cdots,k_m$ 都有 $k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_m\alpha_m=0$。

（B） $m>n$ 。

（C） 对任意 n 维向量 β，有 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m,\beta$ 线性相关。

（D） $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m(m>2)$ 中任意两个向量均为线性无关。

5．设矩阵 $A_{m\times n}$ 的秩 $r(A)=m<n$， B 为 n 阶方阵，则　　　[　　]

（A） $A_{m\times n}$ 的任意 m 阶子式均不为零。　（B）当秩 $r(B)=n$ 时有秩 $r(AB)=m$。

（C） $A_{m\times n}$ 的任意 m 个列向量均线性无关。（D） $|A^TA|\neq 0$

二、**填空题：**（本题 15 分，每小题 3 分）

1．设 $f(x)=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x & a & b & c \\ x^2 & a^2 & b^2 & c^2 \\ x^3 & a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix}$，且 $a\neq b\neq c$，则方程 $f(x)=0$ 的全部根为_____

2．已知 A,B 为 4 阶方阵，且 $|A|=-2,\ |\mathrm{B}|=3$，则 $\left|A^{-1}B^{-1}\right|=$_______________。

3．设 A,B 为可逆矩阵，则 $\begin{pmatrix} O & A \\ B & O \end{pmatrix}^{-1}=$____________。

4．当 $t=$_______时，向量组 $\alpha_1=(0,\quad 4,\quad 2-t),\alpha_2=(2,\quad 3-t,\quad 1),$

$\alpha_3=(1-t,\quad 2,\quad 3)$ 线性相关。

5．若 3 阶矩阵 A 的特征值为 $\lambda_1=2,\lambda_2=3,\lambda_3=1,$ 则 $|A|=$____________。

三、（本题 10 分） 已知 $D=\begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ -3 & 4 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & 2 & -1 \end{vmatrix}$

求：（1）D 的代数余子式 A_{12} （2）$A_{11}+A_{21}+2A_{31}+2A_{41}$

四、（本题 10 分）已知 $A=\begin{bmatrix} -4 & -3 & 1 \\ -5 & -3 & 1 \\ 6 & 4 & -1 \end{bmatrix}$，且 $A^2-AB=E$，求：B

五、（本题 10 分） 设向量组$\alpha_1=\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix},\ \alpha_2=\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix},\ \alpha_3=\begin{bmatrix}2\\2\\1\end{bmatrix},\ \alpha_4=\begin{bmatrix}-1\\-1\\1\end{bmatrix}$

（1）求它的一个极大无关组和秩，并将其余向量由极大无关组线性表示。

（2）求向量组的一个正交向量组。

六、（本题 10 分） 已知 $\alpha_1=(1,\ 4,\ 0,\ 2)^T$， $\alpha_2=(2,\ 7,\ 1,\ 3)^T$，$\alpha_3=(0,\ 1,\ -1,\ a)^T$，$\beta=(3,\ 10,\ b,\ 4)^T$

试讨论（1）a,b 取何值时，β 不能由 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性表示；

（2）a,b 取何值时，β 可以由 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性表示，并写出此表达式。

七、（本题 10 分）已知$\xi=\begin{bmatrix}1\\1\\-1\end{bmatrix}$是矩阵$A=\begin{bmatrix}2&-1&2\\5&a&3\\-1&b&-2\end{bmatrix}$的一个特征向量，利用此条件 （1）确定常数$a,b$；

（2）确定特征向量ξ对应的特征值λ

八、（本题 10 分）将二次型$f=3y^2+4z^2+6xy+2xz$化为标准型。

九、（本题 10 分）证明题

设A是n阶正交矩阵，且$|A|<0$，证明：$|A+E|=0$