

苏州大学《线性代数》课程试卷库（第三卷）共 4 页

学院\_\_\_\_\_ 专业\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

年级\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 日期\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

一、 填空题：（30 分，每题 3 分）

1、多项式  $f(x) = \begin{vmatrix} 2x & 3 & 1 & 2 \\ x & x & 0 & 1 \\ 2 & 1 & x & 4 \\ x & 2 & 1 & 4x \end{vmatrix}$  的常数项为\_\_\_\_\_。

2、设  $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B_{3 \times 3}$  的列向量组线性无关，则  $r(AB) =$ \_\_\_\_\_。

3、设三元非齐次线性方程组  $Ax = b$  中，矩阵  $A$  的秩为 2，且  $\mu_1 = (1, 2, 2)^T$ ,  $\mu_2 = (3, 2, 1)^T$  是方程组的两个特解，则此方程组的全部解为\_\_\_\_\_。

4、设  $A$  为三阶可逆矩阵， $|A| = 2$ ，则  $|-2A^{-1}| =$ \_\_\_\_\_。

5、若线性无关的向量组  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$  能由  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$  线性表示，则  $k$  与  $m$  之间的关系为  $k$  \_\_\_\_\_  $m$ 。

6、设向量组  $\alpha_1 = (1, 1, 0, 0)^T, \alpha_2 = (0, k, 1, 1)^T, \alpha_3 = (0, 0, 1, k)^T$ ,  $\alpha_4 = (k, 0, 0, 1)^T$  线性无关的充要条件是  $k$  \_\_\_\_\_。

7、设  $A$  是  $n$  阶正交矩阵，且  $A^* + A^T = 0$ ，则  $|A| =$ \_\_\_\_\_。

8、若  $n$  阶矩阵  $A$  满足  $A^2 = A$ ，则  $A$  的特征值  $\lambda$  为\_\_\_\_\_。

9、设  $\alpha = (-1, 2, 1)^T, \beta = (2, -1, 2)^T$ ，则向量  $\alpha$  与  $\beta$  的内积为\_\_\_\_\_。

10、设  $A, B$  均为三阶矩阵，且满足  $AB + I = A^2 + B$ ， $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ，

则  $B =$ \_\_\_\_\_。

二、 (10 分) 计算行列式:

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & -5 \\ -1 & -4 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

三、 (10 分) 设对称矩阵  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ , 求:

(1)  $A$  的所有特征值和特征向量;

(2) 正交矩阵  $Q$ , 使  $Q^T A Q = \Lambda$  ( $\Lambda$  为对角矩阵)。

四、（10分） $k$ 满足什么条件时，下面的方程组有唯一解，无解，有无穷多解？有无穷解时利用基础解系求出全部解。

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -k \\ x_1 + 2x_2 + kx_3 = k^2 \\ 2x_1 + x_2 + k^2x_3 = 0 \end{cases}$$

五、（10分）设向量组  $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \alpha_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}$

- （1）判断向量组的线性相关性
- （2）求向量组的一个极大线性无关组，并其余向量由极大无关组线性表示。

六、(10 分) 已知  $A$  与  $B$  均为  $n$  阶矩阵,  $AB=0$ , 求证: 秩  $A$  + 秩  $B \leq n$ .

七、(10 分) 已知  $A$  三阶矩阵,  $2I - A, I - A, I + A$  都不可逆, 则求:  $A$  的所有特征值及  $|A|$

八、(10 分) 设矩阵  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$  写出对应的二次型, 并化为标准型