# 苏州大学《线性代数》课程试卷库（第十四卷）共 4 页

学院________________ 专业________________成绩____________

年级___________ 学号__________ 姓名___________日期______

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | | | |

一、填空题：（每题 3 分，共 30 分）

1、行列式 $D=\begin{vmatrix} 0 & 0 & a & 0 \\ -b & 0 & c & 0 \\ d & 0 & 0 & -e \\ f & g & h & i \end{vmatrix}=$______________________。

2、设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2$ 均为 4 维列向量，且 $A=(\alpha_1,\ \alpha_2,\ \alpha_3,\ \beta_1)$，

$B=(\alpha_1,\ \alpha_2,\ \beta_2,\ \alpha_3)$，$C=(\alpha_3,\ \alpha_2,\ \alpha_1,\ \beta_1+\beta_2)$，如果 $|A|=a, |B|=b$，

则 $|C|=$________________。

3、设方阵 $A$ 满足 $A^2+2A+3E=0$，则 $A^{-1}=$________________。

4、设向量 $\alpha=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$，$\beta=\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix}$，矩阵 $A=\alpha\beta^T$，则 $A^6=$______________。

5、设 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 4 & t & -3 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$，并且 $A$ 的列向量组线性相关，则 $t=$_______。

6、设 $A=(a_{ij})_{3\times3}$，$B=\begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31}+a_{11} & a_{32}+a_{12} & a_{33}+a_{13} \end{pmatrix}$，存在矩阵 $P$ 使得 $PA=B$，

则 $P=$______________。

7、如果 $n$ 维向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$ 线性无关，当 $n$ 阶实方阵 $A$ 满足 ___________

条件时，向量组 $A\alpha_1, A\alpha_2, \cdots, A\alpha_n$ 也线性无关。

8、设 $A$ 为 $n$ 阶可逆矩阵，其行向量可由 $\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_s$ 线性表出，则 $s$ 满足______。

9、设 $n$ 阶矩阵 $A$ 的各行元素之和均为 0，且 $r(A)=n-1$，则齐次线性方程组 $Ax=0$

的通解为__________________________。

10、设$\lambda$为$n$阶非奇异方阵$A$的一个特征值，则$(A^*)^3-2E$ 必有特征值________。

二、（10 分）计算行列式 $D=\begin{vmatrix} -a_1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_n & a_n \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{vmatrix}$

三、（10 分）设$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$，求$A^{-1}$

四、（10 分）设 $A,B,C$ 为三阶可逆方阵，

（1）化简等式 $(BC^T-E)^T(AB^{-1})^T+[(BA^{-1})^T]^{-1}$；

（2）当 $A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&0\\1&0&2\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&1&2\\0&2&1\end{pmatrix}$时，求出上式结果.

五、（10 分）求下列向量组的秩和一个极大无关组，并把其余向量用极大无关组线性表示.

$$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\2\\3\\-4\end{pmatrix},\quad \alpha_2=\begin{pmatrix}2\\3\\-4\\1\end{pmatrix},\quad \alpha_3=\begin{pmatrix}2\\-5\\8\\-3\end{pmatrix},\quad \alpha_4=\begin{pmatrix}5\\26\\-9\\-12\end{pmatrix},\quad \alpha_5=\begin{pmatrix}3\\-4\\1\\2\end{pmatrix}$$

六、（10 分）已知方程组$\begin{cases}(1-\lambda)x_1+(1-\lambda)x_2+x_3=1+\lambda\\(1-2\lambda)x_1+(1-\lambda)x_2+x_3=1\\x_1+x_2+(1-\lambda)x_3=1\end{cases}$

（1）问$\lambda$为何值时，方程组有唯一解、无解或有无穷多解？

（2）在有无穷多解时求出通解.

七、（10 分）问$a$取何值时矩阵$A=\begin{pmatrix}1&2&0\\2&1&0\\-2&a&3\end{pmatrix}$ $A$可对角化

八、（10 分）设$\lambda_1=1$，$\lambda_2=-1$是正交矩阵$A$的两个特征值，$\alpha,\beta$是对应的特征向量，证明：$\alpha$与$\beta$正交