

苏州大学《线性代数》课程试卷库（第十七卷）共 4 页

学院_____ 专业_____ 成绩_____

年级_____ 学号_____ 姓名_____ 日期_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

一、填空题：（每题 3 分，共 30 分）

1、设 α, β, γ 为 3 维列向量，已知 3 阶行列式 $|4\gamma - \alpha, \beta - 2\gamma, 2\alpha| = 40$ ，则

行列式 $|\alpha, \beta, \gamma| =$ _____。

2、已知 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ ，则 $A^* =$ _____。

3、如果每一个 n 维向量都可由向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 线性表出，则向量组

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 线性_____。

4、设 A, B 均为 n 阶方阵，且 $|AB| = 2$ ，则方程组 $Ax = 0$ 与 $Bx = 0$ 的非零解的个数为_____。

5、设实数 a 满足 $|a| \neq 1$ ，且齐次线性方程组 $\begin{pmatrix} 2-a & 2 \\ 1/2 & 2-a \end{pmatrix} x = 0$ 有非零解，则 $a =$ _____。

6、已知 A, B 均为 n 阶矩阵， A 与 B 相似且方程组 $Ax = b$ 有唯一解，则矩阵 B 的秩是_____。

7、设 4 阶方阵 A ，且 $r(A) = 3$ ，则 $r(A^*) =$ _____。

8、设向量组 $\alpha_1 = (1, 2, 3)$ ， $\alpha_2 = (3, 0, -1)$ ， $\alpha_3 = (1, t, 3)$ 两两正交， $t =$ _____。

9、若 A 相似于矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & & \\ & 2 & \\ & & -3 \end{pmatrix}$ ，则 $|A^{-1}|^3 =$ _____。

10、设 n 阶矩阵 A 的元素全为 1，则 A 的非零特征值为_____。

二、判断题：（每题 2 分，共 10 分，正确的打“√”，否则打“×”）

1、设 A, B 均为 n 阶方阵，则 $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ 。 ()

2、设 A 是 $m \times n$ 阶矩阵，若方程组 $Ax = \beta (\neq 0)$ 的解不唯一，则 $m < n$ 。 ()

3、如果向量组 $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ 可由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表出, $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ 线性相关。

()

4、设 n 阶矩阵 A, C 是正交矩阵, 且 $C^T A C = B$, 则 A, B 有相同的特征值。()

5、设 A 是 n 阶下三角矩阵, 当 $a_{ii} \neq a_{jj}$ ($i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, n$) 时, A 相似于对角阵。

()

三、(10 分) 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

四、(10 分) 设矩阵 A, B 满足关系式 $AB = A + 2B$, 且 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

求: B

五、(10 分) 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ ($m > 1$) 线性无关, 且 $\beta = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_m$,

判断向量组 $\beta - \alpha_1, \beta - \alpha_2, \dots, \beta - \alpha_m$ 的线性相关性。

六、(10 分) 线性方程组
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 2 \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 = \lambda \end{cases}$$

(1) 讨论当 λ 为何值时, 方程组无解? 方程组有解?

(2) 当方程组有解时, 用其导出组的基础解系表示方程组的全部解。

七、(10 分) 已知 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 2 & -3 & -2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, 求: (1) A 的所有特征值和特征向量;

(2) 可逆矩阵 P 和对角阵 Λ , 使 $P^{-1}AP = \Lambda$; (3) A^k

八、(10 分) 设 n 阶实对称矩阵 A, B 相似,

求证: 存在正交矩阵 Q , 使 $Q^T A Q = B$