苏州大学《线性代数》课程试卷库（第十八卷）共 4 页

学院________________专业________________成绩_____________

年级__________学号______________姓名______________日期_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

一、　单项选择题：将正确选项填在横线上（每题 4 分，共计 20 分）

1、 下列命题正确的是　　　　　　　　　　　　　　　　[　　　]

(a) 若矩阵 $AB = E$，则 A 可逆且 $A^{-1} = B$。

(b) 若矩阵 A, B 均为 n 阶可逆，则 $A + B$ 必可逆。

(c) 若矩阵 A, B 均为 n 阶不可逆，则 $A + B$ 必不可逆。

(d) 若矩阵 A, B 均为 n 阶不可逆，则 AB 必不可逆。

2、设 A 为 $m \times n$ 阶矩阵，B 为 $m \times s$ 阶矩阵，已知矩阵方程 $AX = B$ 有解，则有　　　　[　　　]

(a) $r(A) \le r(B)$　(b) $r(A) \ge r(B)$　(c) $r(A) > 0$　(d) $r(B) > 0$

3、下列命题不正确的是　　　　　　　　　　　　　　　　[　　　]

(a) 若 n 维向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m$ 中没有零向量，则向量组必线性无关。

(b) 若向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m$ 满足 $\sum_{i=1}^{m} k_i \alpha_i = 0$，则必有 $k_1 = k_2 = \cdots = k_m = 0$。

(c) 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m$ 线性无关，即不存在不全为 0 的数 $k_1, k_2, \cdots, k_m$，使得 $\sum_{i=1}^{m} k_i \alpha_i = 0$。

(d) 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m$ 线性无关，即对任意一组不全为 0 的数 $k_1, k_2, \cdots, k_m$，必有 $\sum_{i=1}^{m} k_i \alpha_i \ne 0$。

4、已知 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 都是齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的基础解系，那么基础解系还可以是　　　　　　　　　　　　　　　　[　　　]

(a) $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + k_3\alpha_3$　　(b) $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_1$

(c) $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3$　　(d) $\alpha_1, \alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_2$

5、下列 2 阶矩阵可对角化的是 [ ]

(a) $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$

二、 填空题：（每题 4 分，共 20 分）

1、设 4 阶方阵 $A=(\xi,\ \alpha,\ \beta,\ \gamma)$，$B=(\eta,\ \beta,\ \gamma,\ \alpha)$，已知 $|A|=1, |B|=2,$ 则

$|A+B|=$__________________。

2、若 A 为 2×3 阶矩阵，$r(A)=2,$ 已知非齐次线性方程组 $Ax=b(b\neq0)$ 有解 α_1,α_2 ，且 $\alpha_1=(1,\ 2,\ 1)^T$, $\alpha_1+\alpha_2=(1,\ -1,\ 1)^T$, 则对应的齐次线性方程组 $Ax=0$ 的通解为_______________________。

3、已知矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, 且 3 阶方阵 B 的秩为 2，则

$r(B)-r(AB)=$______________。

4、二次型 f 的矩阵为 $A=\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 4 & 2 & 5 \\ 0 & 5 & 3 \end{pmatrix}$, 则 $f=$_________________。

5、已知 $\begin{pmatrix} x & -3 \\ y & -5 \end{pmatrix}$ 与 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ 相似，则 $x+y=$_______。

三、 （10 分）计算行列式： D=$\begin{vmatrix} 1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 1-a_1 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1-a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1-a_{n-1} & a_n \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 1-a_n \end{vmatrix}$

四、（10 分）设线性方程组$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 2 \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 = -2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$，求方程组的通解（用其导出组的基础解系表示）

五、（10 分）设向量 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} b \\ b+1 \\ 2b+1 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ b+1 \\ 3 \end{pmatrix}$， $\alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ b+2 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, 已知$\beta$ 可由$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表示，且$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关，求b 及β 被$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 表示的表示式。

六、（10 分）设： $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&3&2\\0&2&3\end{pmatrix}$，试求 A 的特征值和特征向量

七、（10 分）如果 n 阶矩阵 A 满足 $A^2=A$，求证： $r(A)+r(A-E)=n$

八、（10 分）1，2，-1 是 3 阶方阵 A 的特征值，对应的特征向量分别为

$$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$$，已知 $B=A^3-2A$ ，求： B .