
静 电 场

第四讲 高斯定理



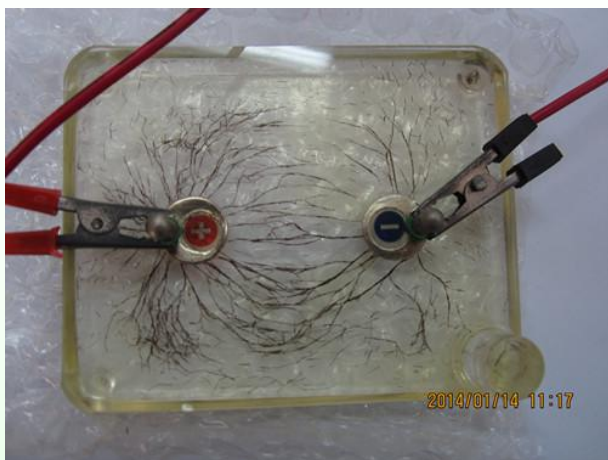
$\S 1$ 电 场 线

电场线:

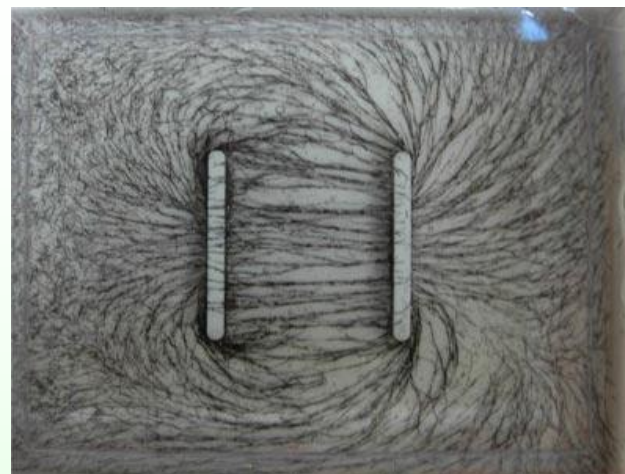
目的: 形象描绘电场的空间分布。

定义: ①电场线上每一点的切线方向同该点场强方向。
②通过垂直于场强方向单位面积的电场线数等于场强大小。

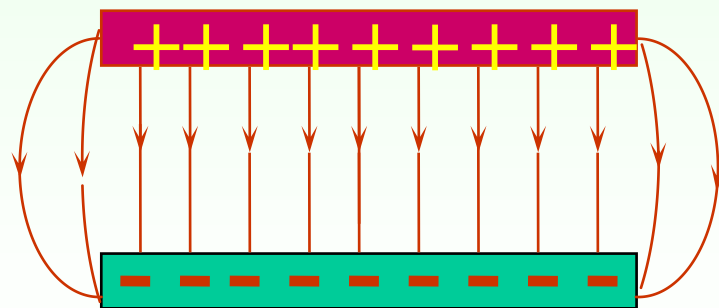
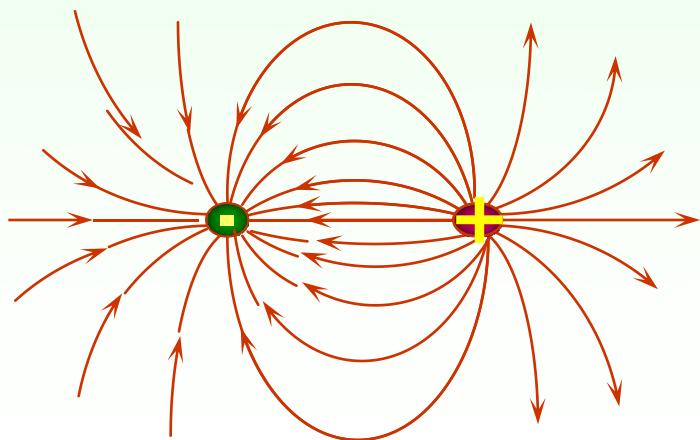
$$E = \frac{\Delta N}{\Delta S_{\perp}} \quad \text{或} \quad \Delta N = E \cdot \Delta S_{\perp}$$



图a



图b



性质：

- ① 起自正电荷（或无穷远），止于负电荷（或无穷远）；
- ② 静电场的电场线不会形成闭合的曲线。
- ③ 任何两条电场线不会相交；

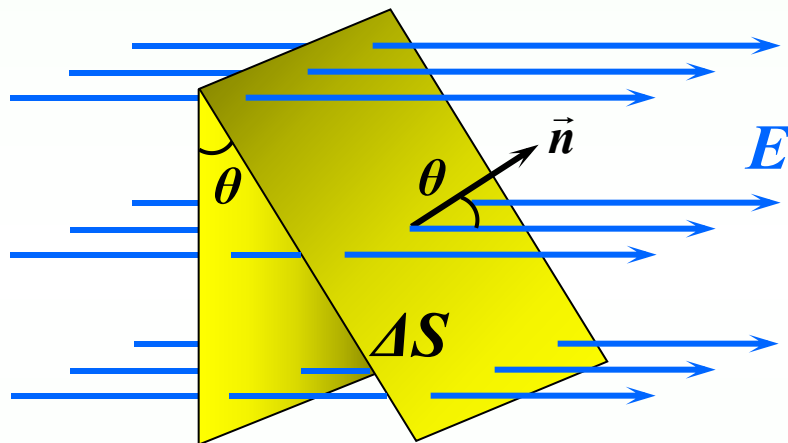
$\S 2$ 电 通 量

电通量（电场强度通量）：

定义：通过电场中某一曲面（平面）的电场线数称为通过该面的电通量。

当面元 ΔS 的法线单位矢量 \vec{n} 与电场强度的方向成 θ 角时：

$$\Delta\Phi_E = E\Delta S \cos\theta = \vec{E} \cdot \Delta\vec{S}$$



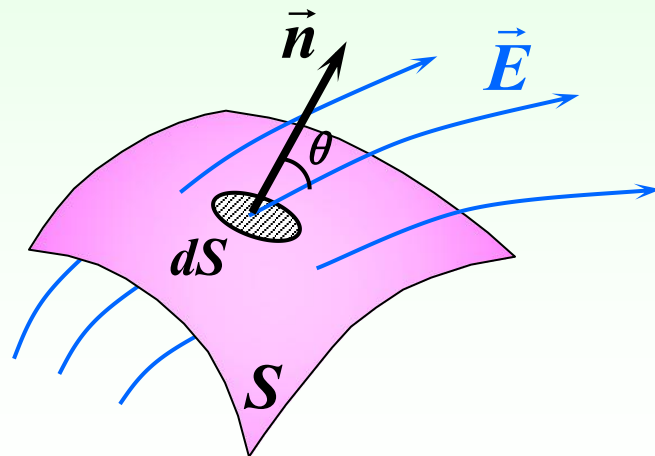
式中： $\Delta\vec{S} = \Delta S \vec{n}$ 称为面元矢量。

国际单位制中，电通量的单位为： $N \cdot m^2 / C$

对非均匀电场中的任意曲面 S :

$$d\Phi_E = E dS \cos \theta = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$\Phi_E = \iint_S E dS \cos \theta = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$



对电场中的任意**闭合**曲面（**高斯面**） S :

$$\Phi_E = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

规定：闭合曲面上任意面元的单位法线矢量**由里指向外**。

$\S 3$ 高斯定理

高斯定理:

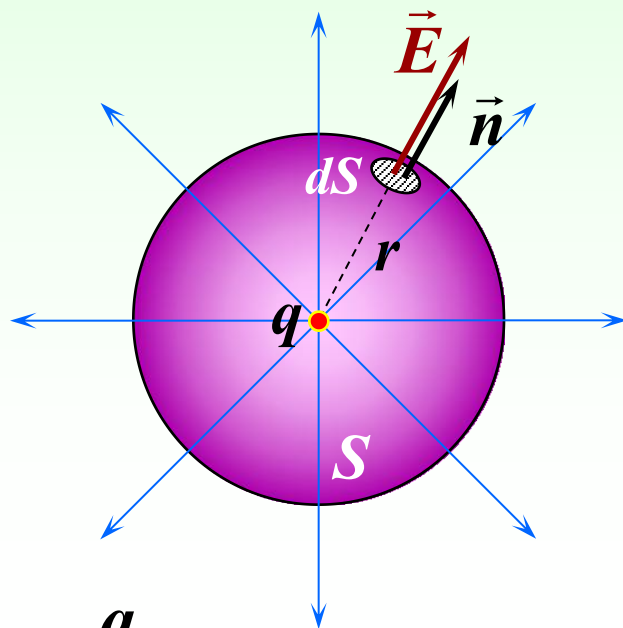
(1) 以点电荷 q 为球心, 取半径为 r 的球面

$$\therefore d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dS$$

$$\therefore \Phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \oiint_S dS = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \times 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\text{即: } \Phi_E = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{当 } q > 0 \text{ 时, } \Phi_E > 0, \quad \vec{E}, \vec{n} \text{ 同方向;} \\ \text{当 } q < 0 \text{ 时, } \Phi_E < 0, \quad \vec{E}, \vec{n} \text{ 反方向。} \end{array} \right.$

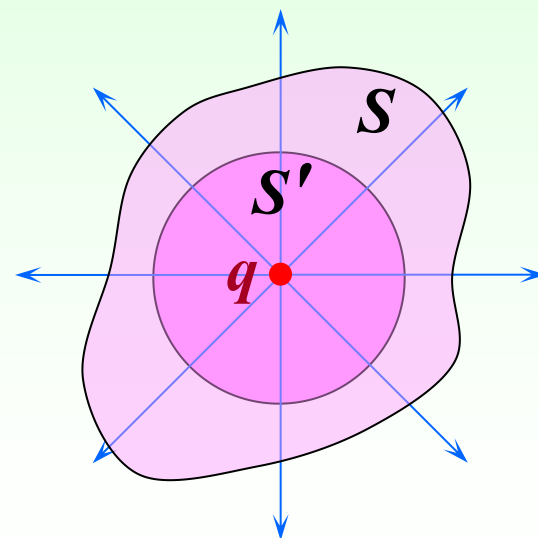


\Rightarrow 电场线性质1

(2) 点电荷 q 被任意闭合曲面包围:

在 q 与 S 间作以 q 为球心的高斯面 S' 。

因 S 与 S' 间无其它电荷, 所以通过 S' 的电场线也一定通过 S 。



$$\therefore \Phi_E = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

(3) 闭合曲面内有任意带电体:

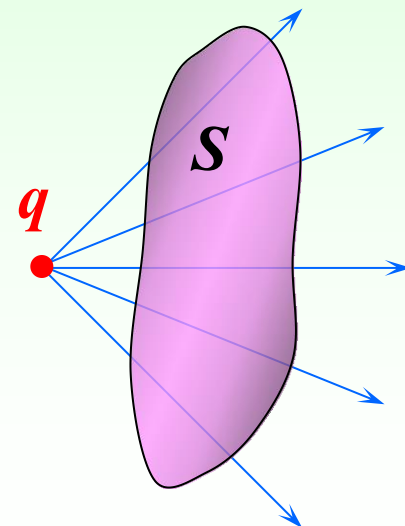
任意带电体可看作点电荷系: $\{q_1, q_2, \dots, q_n\}$

$$\Phi_E = \Phi_{E1} + \Phi_{E2} + \dots + \Phi_{En} = \frac{q_1}{\epsilon_0} + \frac{q_2}{\epsilon_0} + \dots + \frac{q_n}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i$$

$$\therefore \Phi_E = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{(S \text{ 内})} q_i$$

(4) 闭合曲面内无电荷，电荷只在闭合曲面外：

$$\Phi_E = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$



真空中的高斯定理：

通过任意闭合曲面 S 的电通量 Φ_E 等于该曲面所包围的所有电量的代数和 Σq 除以 ϵ_0 ，与 S 外电荷无关。

$$\Phi_E = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{(S \text{ 内})} q_i$$

➤ 高斯面上的场强 E 是高斯面内外所有电荷产生的，当 $\Sigma q=0$ 时， $\Phi_E=0$ ，但 S 上场强不一定为零；