

苏州大学《线性代数》课程试卷库（第十二卷）共 4 页

学院_____专业_____成绩_____

年级_____学号_____姓名_____日期_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

一、填空题：（每小题 3 分，共计 30 分）

1、设方程 $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & x & 3 & 3 \\ 3 & 3 & x & 4 \\ 4 & 4 & 4 & x \end{vmatrix} = 0$, 方程的解是_____。

2、设 $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 & -1 \\ -3 & 2 & 4 \\ 0 & 6 & 1 \end{bmatrix}$, 则 $X =$ _____。

3、设矩阵 A 是可逆的三阶矩阵，且 $|A| = 3$ ，则 $(A^*)^{-1} =$ _____。

4、设向量组 $\alpha_1 = (1, -6, 1)$, $\alpha_2 = (2, 3, 5)$, $\alpha_3 = (3, 7, 8)$, $\beta = (7, -2, t)$

当 $t =$ _____时， β 可由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表示。

5、设 A 是方阵且满足 $A^2 + A - 8E = 0$ ， $(A - 2E)^{-1} =$ _____。

6、当 $t =$ _____时，向量组 $\alpha_1 = (1, 2, 3)$, $\alpha_2 = (2, 3, 1)$, $\alpha_3 = (1, 3, t)$ 线性相关。

7、已知 A, B 为 4 阶方阵，且 $|A| = -2$, $|B| = 3$ ，则 $|(AB)^{-1}| =$ _____。

8、设 5 元线性齐次方程组 $AX = 0$ ，其基础解系由 3 个解向量组成，则 $r(A) =$ _____。

9、设 $A = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ，则 A^2 可与对角阵 $\Lambda =$ _____相似。

10、设 A 是三阶方阵，且 $|A - E| = |A + 2E| = |2A + 3E| = 0$ ，则 $|A + E| =$ _____。

二、判断题：（每小题 2 分，共计 10 分）

1、已知 A 是对称矩阵，则 AA^{-1} 也是对称矩阵。 []

2、设 A 是 $m \times n$ 阶矩阵，且 $r(A) = r < m < n$ ， A 经过初等变换可化为 $\begin{pmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 。

[]

3、已知向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 中任意两个向量都不成比例，则向量组线性无关。

[]

4、若方程组 $AX = 0$ 有非零解，则方程组 $AX = b$ 有无穷多个解。

[]

5、如果 A 与 B 相似，则它们有相同的特征值和特征向量。

[]

三、(本题 10 分) 设 $(\frac{1}{2}A)^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ，求：矩阵 A

四、(本题 10 分) 已知向量 $\alpha_1 = (1, 2, 3)$, $\alpha_2 = (4, 5, 6)$, $\alpha_3 = (7, 8, 9)$,

求：向量组 $\alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2, \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$ 的秩与一个极大无关组

五、（本题 10 分） 已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

满足 $AXB^T = (BC)^T$, 求矩阵 X

六、（本题 10 分）

$$\text{已知线性方程组} \begin{cases} x_1 & + x_2 & + ax_3 & = & 1 \\ ax_1 & + ax_2 & + x_3 & = & 1 \\ (a+1)x_1 & + (a+1)x_2 & + (a+1)x_3 & = & 2 \end{cases}$$

讨论 a 的取值与方程组之间的关系, 且在有解时求解。

七、(本题 10 分) 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

(1) 求 A 的特征值与特征向量;

(2) 求正交矩阵 Q , 使 $Q^{-1}(A^2 + 2A + E)Q$ 为对角矩阵。

八、(本题 10 分) 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 向量组 $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性相关,

试证: α_1 不能由 $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性表示。