
质点的角动量 角动量定理

概要

1 质点的角动量

2 力对一参考点的力矩

3 质点对参考点的角动量定理和守恒定律

1 角动量

角动量是描述物体的转动特征的物理量.

定义 $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} = \vec{r} \times \vec{p}$

\vec{L} 是质点对**参考点**的动量矩(角动量)

\vec{r} 是参考点指向质点的矢量.

大小: $L = rp \sin \theta$ 方向: $\vec{r} \times m\vec{v}$

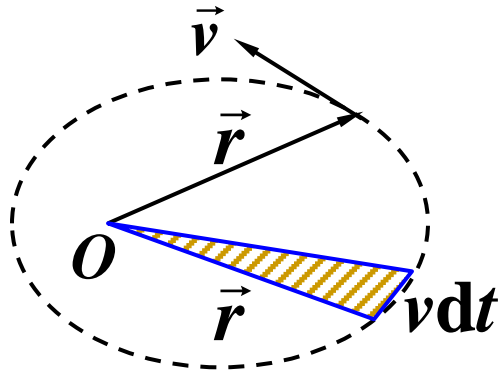
单位: $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$

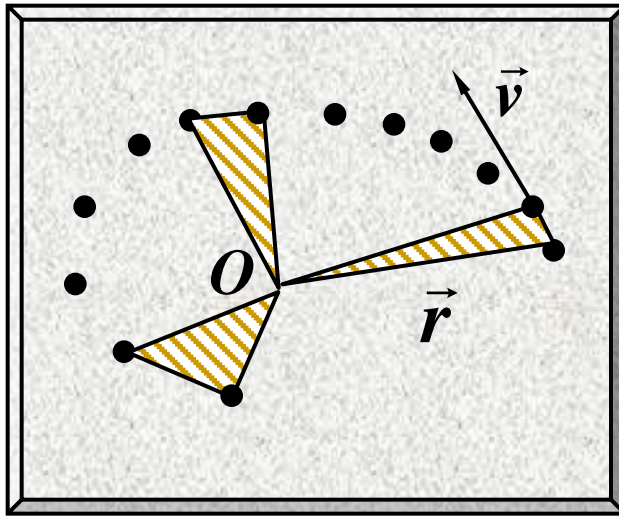
\vec{L} 是矢量,是状态量.它与参考系和**参考点**都有关.

质点的角动量

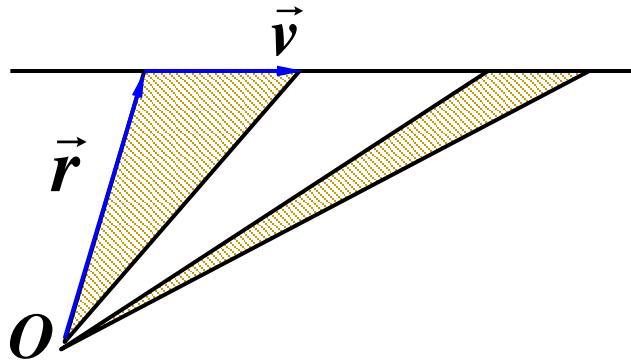
行星绕太阳公转时，掠面速度守恒

掠面速度 $\vec{r} \times \vec{v} / 2 = \text{常矢量}$





水平面上一端固定的橡皮筋其另一端小物体对固定点的掠面速度守恒.



作匀速直线运动的质点对 O 点的掠面速度定恒.

2 力对一参考点的力矩

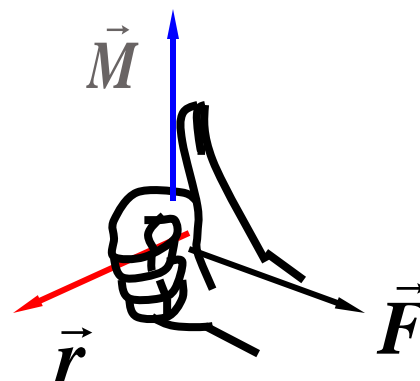
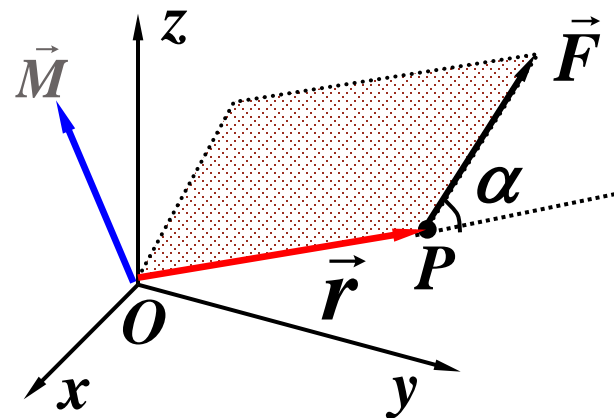
定义 $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

\vec{r} —— 参考点指向质点
的位置矢量.

大小: $M = rF \sin \alpha$

方向: $\vec{r} \times \vec{F}$

单位: $\text{N} \cdot \text{m}$ 量纲: ML^2T^{-2}



若质点受 N 个力同时作用时

$$\begin{aligned}\vec{M} &= \vec{r} \times \vec{F}_1 + \vec{r} \times \vec{F}_2 + \cdots + \vec{r} \times \vec{F}_N \\ &= \vec{r} \times (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_N) \\ &= \vec{r} \times \sum \vec{F}_i\end{aligned}$$

即诸力对参考点的力矩的矢量和等于合力对同一参考点的力矩.

说明:力矩与参考点的选择有关.

3 质点角动量定理

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

质点对任一固定点的角动量的时间变化率 等于合外力对该点的力矩.

质点系对参考点的角动量定理

$$\sum \vec{M}_{i\text{外}} = \sum \frac{d\vec{L}_i}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

即质点系对给定点(参考点)的角动量的时间变化率等于作用在体系上所有外力对该点力矩矢量和.