静　电　场

第五讲　高斯定理的应用

利用高斯定理求电场：

当电荷（因而电场）分布具有一定对称性时，利用高斯定理求电场，可简化运算过程。

对电场对称性的要求：

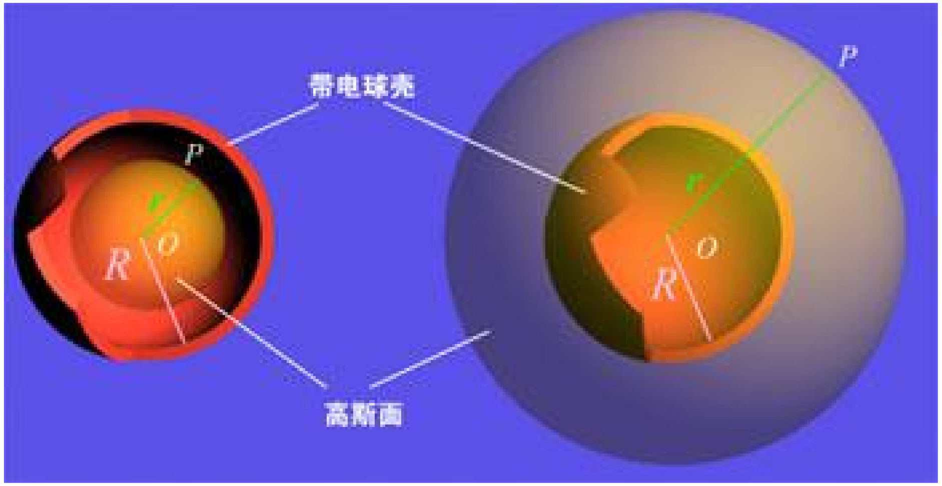
❶高斯面上场强大小处处相等；

❷场强方向与高斯面上单位法线矢量的夹角处处相等。

此时：$$\oint\!\!\!\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint\!\!\!\oint_S E\,dS\cos\theta = E\cos\theta\oint\!\!\!\oint_S dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{(S内)} q_i$$

1. 均匀带电球面的电场分布（*R*、*q*）：

电场具有球对称分布。



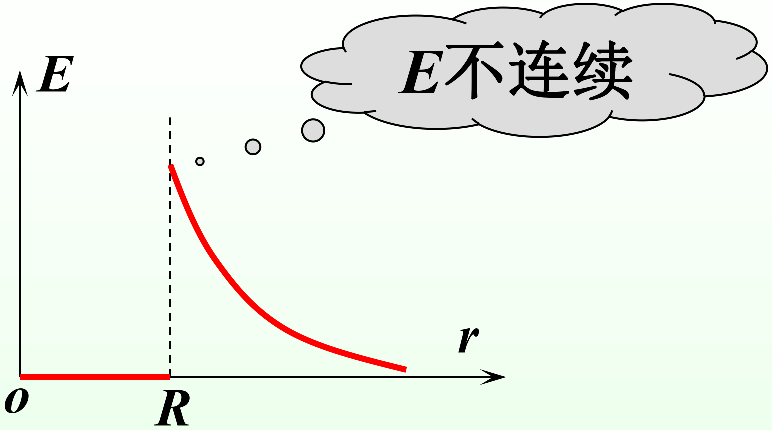
$r > R$ 时： $\Phi_E = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$

由高斯定理得 $= E \cdot 4\pi r^2 = \dfrac{q}{\varepsilon_0}$

$$\therefore \quad E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

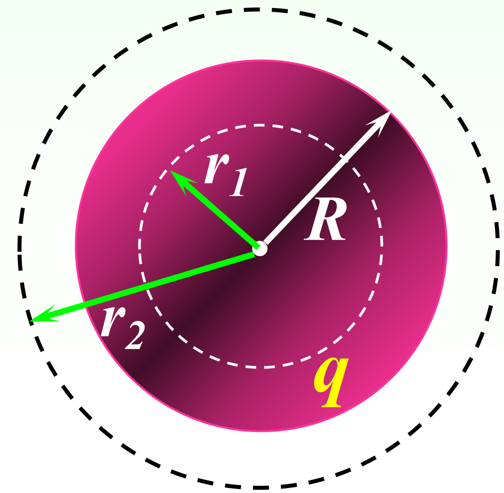
$r < R$ 时： $\Phi_E = E \cdot 4\pi r^2 = 0$

$$\therefore \quad E = 0$$



2. 均匀带电球体的电场分布（R、q）：

由高斯定理得 $$\Phi_E = \oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = E\cdot 4\pi r^2 = \frac{\sum q}{\varepsilon_0}$$



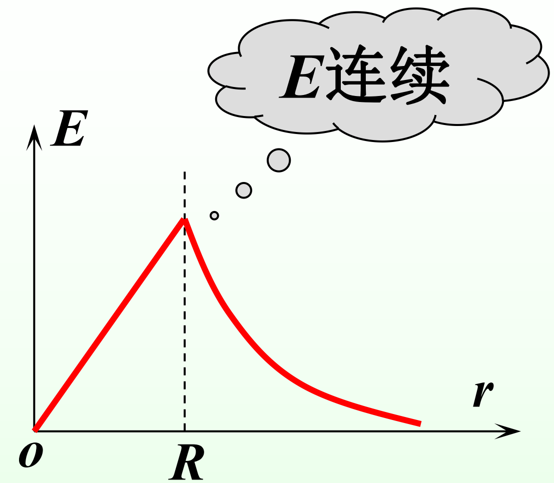
球体外的电场：与球面外电场相同。

$$\therefore \quad E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad (r \ge R)$$

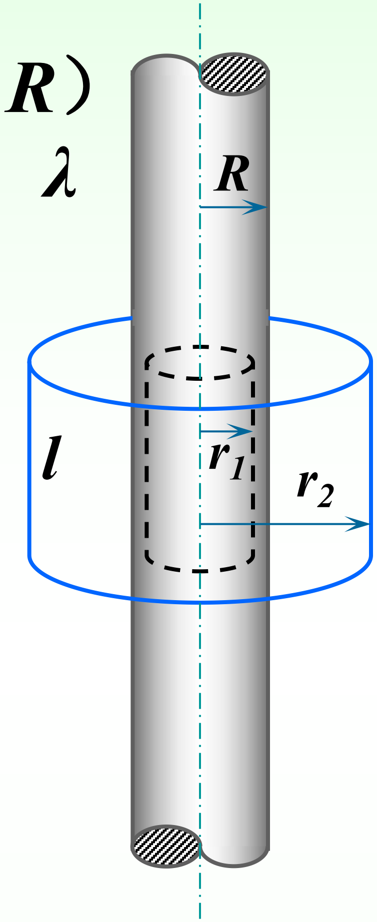
球体内的电场： $$\sum q = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}\cdot\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{qr^3}{R^3}$$

$$\Phi_E = E\cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\cdot\frac{qr^3}{R^3}$$

$$\therefore \quad E = \frac{qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3} \qquad (r \le R)$$



3. 无限长均匀带电圆柱体的电场（λ、R）



电场具有轴对称分布，由高斯定理得

$r \geqslant R$ 时：

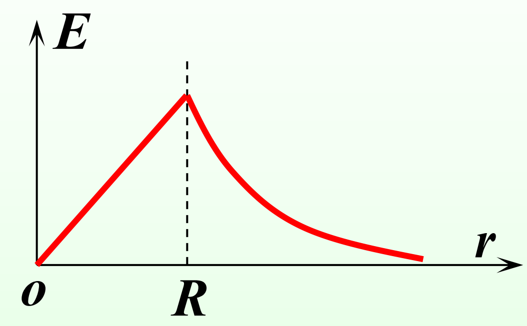
$$\Phi_E = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \iint_{侧} dS = E \cdot 2\pi r \cdot l = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore \quad E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

$r \leq R$ 时：

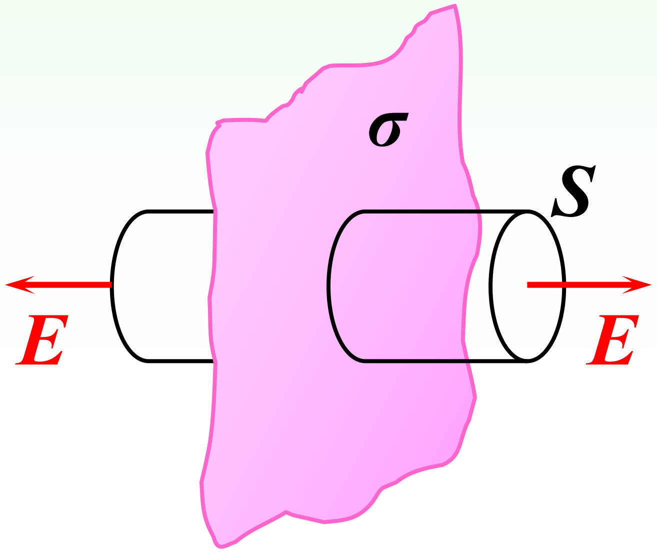
$$\Phi_E = E \cdot 2\pi r \cdot l = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{\lambda l}{\pi R^2 l} \cdot \pi r^2 l$$

$$\therefore \quad E = \frac{\lambda r}{2\pi\varepsilon_0 R^2}$$



4. 无限大均匀带电平面的电场（ σ ）：

对称性分析：距离平面有限远处电场的大小相等，方向垂直于平面。



取图示的高斯面，只有圆柱的左、右底面有电通量。

由高斯定理得

$$\oiint \vec{E}\cdot d\vec{S} = 2ES = \frac{1}{\varepsilon_0}\sigma S$$

$$\therefore \quad E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

思考题：

两块无限大带等量异号电荷的平行平面的电场分布。