苏州大学《线性代数》课程试卷库（第十六卷）共 4 页

学院________________ 专业________________成绩____________

年级___________ 学号__________ 姓名___________日期______

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

一、 判断题：（每题 2 分，共 12 分，认为正确的打“ √ ”，否则打“ × ”）

1、若方阵 A 、 B 、 C ， $AB = AC$ ，且 $A \neq 0$ ，则 $B = C$ 。 （ ）

2、每一个秩为 r 的 n 阶矩阵 A ，总可以经过一系列的初等行变换化为矩阵 $\begin{pmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 。 （ ）

3、n 维向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_s$ 线性无关，则 n 维向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_s, \alpha_{s+1}, \cdots, \alpha_m$ 也线性无关。 （ ）

4、有 n 阶矩阵 A ， k 为一常数，，则 $|kA| = k|A|$ 。 （ ）

5、一个向量组的极大无关组中向量个数总是小于向量的维数。 （ ）

6、设 A 为 $m \times n$ 阶矩阵，若 A 的秩为 m ，则对任意 m 维列向量 b ，方程组 $Ax = b$ 总有解。 （ ）

二、 选择题：（每题 3 分，共 18 分）

1、已知 A 是 3 阶方阵， $|A| = 2, A^*$ 是它的伴随阵，则 $|2A^*| =$ __________。

(a) 4 (b) 8 (c) 16 (d) 32

2、设向量组 $(1,\ 1,\ 0)$，$(3,\ 0,\ -9)$，$(1,\ 2,\ 3)$，$(1,\ -1,\ 6)$ 的秩是______。

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

3、设有向量组 A ，向量组 B 是 A 的部分组，则下列结论正确的是________。

(a)若 A 线性相关，则 B 线性相关 (b)若 A 线性无关，则 B 线性无关

(c)若 B 线性无关，则 A 也线性相关 (d) A 的相关性与 B 的相关性没有联系

4、设 A 为正交阵， a_j 是 A 的第 j 列，则 a_j 与 a_j 的内积为_______。

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

5、如果齐次线性方程组 $A_{s \times n} x = 0$ 有非零解，那么_______。

(a) $s < n$ (b) $s = n$ (c) $s > n$ (d) 三种情况都有可能

6、设 A 是 n 阶矩阵，如果 $|A| = 0$ ，则 A 的特征值________。

(a) 全为零 (b) 全不为零 (c)至少有一个是零 (d) 可以是任意数

三、　计算题：

1、（10 分）求行列式的值　$D=\begin{vmatrix} 2+x & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2-x & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2+y & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2-y \end{vmatrix}$

2、（10 分）设 $A=\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -3 \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, O=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix} 0 & A \\ B & 0 \end{pmatrix},$

求 C^{-1}

四、（10 分）已知矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix},$ 且矩阵 X 满足

$AXA+BXB=AXB+BXA+E$，求矩阵 X

五、（10 分）求线性方程组$\begin{cases} x_2+2x_3+2x_4=1 \\ 3x_1+2x_2+x_3+x_4=-1 \\ 4x_1+3x_2+2x_3+2x_4=-1 \end{cases}$ 的一个基础解系和全部解。

六、（10 分）已知 A 的特征值为 3，2，1，它们对应的特征向量为

$\alpha_1=\begin{pmatrix}2\\2\\0\end{pmatrix}$，$\alpha_2=\begin{pmatrix}2\\2\\2\end{pmatrix}$，$\alpha_3=\begin{pmatrix}0\\2\\2\end{pmatrix}$， 求 A

七、（10 分）设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$，求（1）$A$ 的特征值和特征向量；

（2）正交矩阵 Q 和对角阵 Λ，使 $Q^{-1}AQ=\Lambda$。

八、（10 分）证明：向量组 $A:\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关的充要条件是向量组 $B:\beta_1=\alpha_1+\alpha_2$，$\beta_2=\alpha_2+\alpha_3$，$\beta_3=\alpha_1+\alpha_3$ 线性无关。