苏州大学《线性代数》课程试卷库（第十九卷）共 4 页

学院________________ 专业________________成绩____________

年级___________ 学号__________ 姓名___________日期______

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

一、单项选择题：（每题 3 分，共 15 分）

1、 4 阶行列式 D 的某一行所有元素及其余子式都等于 a，则 （ ）

(a) $D=0$ (b) $D=1$ (c) $D=4a$ (d) $D=4a^2$

2、设 A 是 $n\times m$ 阶矩阵，$r(A)=n$，则 （ ）

(a) AA^T 为可逆矩阵 (b) A^TA 为可逆矩阵

(c) AA^T 必与 E 相似 (d) A^TA 必与 E 相似

3、向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关，向量组 $\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性相关，则 （ ）

(a) α_4 未必能被 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性表示 (b) α_4 必能被 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性表示

(c) α_1 未必能被 $\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性表示 (d) α_1 必能被 $\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性表示

4、设 A 是 $m\times n$ 阶矩阵，齐次线性方程组 $AX=0$ 是 $AX=b$ 的导出组，则必有 （ ）

(a) 若 $AX=0$ 有解，则 $AX=b$ 有解
(b) 若 $AX=0$ 有非零解，则 $AX=b$ 有无穷多解
(c) 若 $AX=0$ 只有零解，则 $AX=b$ 有唯一解
(d) 若 $AX=b$ 有无穷多解，则 $AX=0$ 有无穷多解

5、设矩阵 A 与矩阵 B 相似，则必有 （ ）

(a) A,B 有相同的特征向量 (b) A,B 有相同的行列式

(c) A,B 相似于同一个对角矩阵 (d) 矩阵 $\lambda E-A$ 与 $\lambda E-B$ 相等

二、填空题：（每题 3 分，共 15 分）

1、设 A 是 3 阶方阵，且 $|A|=3$，则 $\left||A|A^*\right|=$ ______________________。

2、若 n 阶矩阵 A，满足 $n\geq 2$，且 $r(A^*)=1$，则 $r(A)=$ __________________。

3、设 $A=\begin{pmatrix}0 & A_1 & 0\\ 0 & 0 & A_2\\ A_3 & 0 & 0\end{pmatrix}$，其中 A_i $(i=1,2,3)$ 是可逆矩阵,则 $A^{-1}=$ ____________。

4、若矩阵$\begin{pmatrix} 1 & a & -1 & 2 \\ 1 & -1 & a & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$的秩为 2，则$a=$________________。

5、设三阶方阵 A 的三个特征值为 1,2,3，则 $6A^*$ 的三个特征值为_____，________，__________。

三、(10 分)计算行列式 $A=\begin{vmatrix} 0 & a & b & 0 \\ e & 0 & 0 & f \\ g & 0 & 0 & h \\ 0 & c & d & 0 \end{vmatrix}$

四、（10 分）线性方程组$\begin{cases} x_1+x_2+2x_3+x_4=3 \\ x_1+2x_2+x_3-x_4=2 \\ 2x_1+x_2+5x_3+4x_4=7 \end{cases}$，利用其导出组的基础解系求出方程组的全部解。

五、（20 分）已知向量$\alpha_1=\begin{pmatrix}a\\a\\a\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}a-1\\a\\a-1\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}1\\1\\a-1\end{pmatrix},\beta=\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$

求（1）a为何值时，向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关；

（2）a为何值时，β可由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$唯一线性表示；

（3）a为何值时，β不能由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性表示；

（4）a为何值时，β可由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性表示且表达式不唯一。

六、（10 分） 将二次型$f=x^2+y^2+z^2+4xy$化为标准型。

七、（10 分）矩阵 $A=\begin{pmatrix} 5 & -4 & -2 \\ -4 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$，求：（1）$A$ 的所有特征值和特征向量

（2）正交矩阵 Q，使得 $Q^{-1}AQ=\Lambda(\Lambda$ 为对角矩阵）

八、（10 分）设 A 为 $n\times m$ 矩阵，B 为 $m\times n$ 矩阵，$n<m$，且 $AB=E$，证明：$r(B)=n$