苏州大学《线性代数》课程试卷库（第十三卷）共 4 页

学院________________ 专业________________成绩____________

年级___________ 学号__________ 姓名___________日期______

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九
得分									

一、 选择题：（每题 3 分，共计 15 分）

1、已知$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=3$，则$\begin{vmatrix} a_{11} & 2a_{31}-5a_{21} & 3a_{21} \\ a_{12} & 2a_{32}-5a_{22} & 3a_{22} \\ a_{13} & 2a_{33}-5a_{23} & 3a_{23} \end{vmatrix}=$ [ ]

（A） 18 （B） -18 （C） -9 （D） 27

2、如果满足[ ]条件，则矩阵A与矩阵B相似。

（A） $|A|=|B|$ （B）A与B有相同的特征多项式

（C）$r(A)=r(B)$ （D）n阶矩阵A与B有相同的特征值且n个特征值各不相同

3、设A为$m\times n$阶矩阵，C是n阶非奇异阵，$B=AC$，若$r(A)=r$, $r(B)=r_1$，则

[ ]

（A）$r>r_1$ （B）$r<r_1$ （C）$r=r_1$ （D）r与r_1的关系依C而定

4、设向量组$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$线性无关 ，则下列向量组线性相关的是 [ ]

（A）$\alpha_1+\alpha_2, \alpha_2+\alpha_3, \alpha_3+\alpha_1$ （B）$\alpha_1, \alpha_1+\alpha_2, \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$

（C）$\alpha_1-\alpha_2, \alpha_2-\alpha_3, \alpha_3-\alpha_1$ （D）$\alpha_1+\alpha_2, 2\alpha_2+\alpha_3, 3\alpha_3+\alpha_1$

5、设线性方程组$Ax=b$有n个未知量，m个方程，且$r(A)=r$，则 [ ]

（A）$r=m$时，方程组有解 （B）$r=n$时，方程组有唯一解

（C）$m=n$时，方程组有唯一解 （D）$r<n$时，方程组有无穷多解

二、填空题：（每题 3 分，共计 15 分）

1、设$\alpha=(1, \quad 1, \quad 1)$, $\beta=(2, \quad 2, \quad 2)$，$A=\alpha^T\beta$，则$r(A)=$__________。

2、设$\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$是$n$维列向量，$A=(\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n)$，则$\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$线性无关的充要条件是$|A|$____________。

3、若$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & x & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 5 \end{vmatrix} = 0$，则 $x =$____________。

4、设 3 阶方阵 A 的三个特征值为 1，2，3，则 A^* 的三个特征值为_________，

___________，___________。

5、设三阶方阵 A 满足 $|A| = \frac{1}{2}$，且 $B = (2A^2)^{-1} - 2(A^{-1})^2$，则 $|B| =$______________。

三、（10 分）计算行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & a_2 & b_2 & 0 \\ 0 & b_3 & a_3 & 0 \\ b_4 & 0 & 0 & a_4 \end{vmatrix}$

四、（10 分）设方阵 A 满足 $A^2 + A - 8E = 0$，

（1） 证明：$A - 2E$ 可逆；

（2） 设矩阵 X 与 A 满足关系式 $AX + 2(A+3E)^{-1}A = 2X + 2E$，求 X

五、（10 分）设$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = a \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 3 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = b \end{cases}$

讨论当a,b为何值时，方程组有解，当方程组有解时，用其导出组的基础解系表示方程组的全部解。

六、（10 分）向量组A：$\alpha_1 = (1, 0, 1, 0, 1)$，$\alpha_2 = (0, 1, 1, 0, 1)$，

$\alpha_3 = (1, 1, 0, 0, 1)$，$\alpha_4 = (-3, -2, 3, 0, -1)$，

求：（1）A的秩及一个极大无关组；

（3） 将A的每一个向量用极大无关组线性表示。

七、（10 分）设 $A=\begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 2 \\ 2 & a+1 & 2a & 3a+1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$，存在 3 阶非零方阵 B 使 $BA=0$，求 a

八、（10 分）设 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，求（1）特征值和特征向量；

（2）正交矩阵 Q，使 $Q^T AQ$ 为对角阵。

九、（10 分）设 A 为正交矩阵，证明：A 的伴随阵 A^* 也是正交矩阵。