

苏州大学《线性代数》课程试卷库（第五卷）共 4 页

学院\_\_\_\_\_ 专业\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

年级\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 日期\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

一、填空题：（每题 3 分，共 30 分）

1、多项式  $f(x) = \begin{vmatrix} x & -1 & 0 & x \\ 2 & 2 & 3 & x \\ -7 & 10 & 4 & 3 \\ 1 & -7 & 1 & x \end{vmatrix}$  中的常数项为\_\_\_\_\_。

2、若  $A$  为三阶可逆矩阵，且  $|A| = 2$ ，则  $|(-2A^*)^T| =$ \_\_\_\_\_。

3、设矩阵  $A$  满足  $A^2 + A - 4I = 0$ ，则  $(A - I)^{-1} =$ \_\_\_\_\_。

4、已知  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & a+1 \end{pmatrix}$  的秩为 2，则  $a =$ \_\_\_\_\_。

5、设  $A$  为  $4 \times 3$  阶矩阵， $r(A) = 2$ ， $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  则  $r(AB) =$ \_\_\_\_\_。

6、已知线性方程组  $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1 \\ -x_2 + 2x_3 = 2 \\ \lambda(\lambda - 1)x_3 = (\lambda - 1)(\lambda - 2) \end{cases}$  无解，则  $\lambda =$ \_\_\_\_\_。

7、当  $t$ \_\_\_\_\_时，向量组  $\alpha_1 = (1, 2, -2)$ ， $\alpha_2 = (4, t, 3)$ ， $\alpha_3 = (3, -1, 1)$  线性无关。

8、设任意一个  $n$  维向量都是齐次线性方程组  $A_{m \times n}x = 0$  的解向量，则

$r(A) =$ \_\_\_\_\_。

9、已知  $\lambda$  是  $A$  的特征值， $A^*$  是  $A$  的伴随阵，则  $A^*$  的特征值=\_\_\_\_\_。

10、已知矩阵  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & x \end{pmatrix}$ ， $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$  相似，则  $y =$ \_\_\_\_\_。

二、(10 分) 计算行列式  $D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & x-1 \\ 1 & -1 & x+1 & -1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ x+1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$

三、(10 分) 设矩阵  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ , 且满足关系式  $AP = PB$ ,

求:  $A$ ,  $A^5$ .

四、(10 分)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{2000} \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{2001}$

五、(10 分) 线性方程组 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = a \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = b \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 2 \end{cases}$$

讨论当  $a, b$  为何值时, 方程组有解, 当方程组有解时, 用其导出组的基础解系表示方程组的全部解。

六、(10 分) 已知  $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ , 求:

(1)  $A$  的所有特征值和特征向量、(2) 正交矩阵  $Q$ , 使  $Q^{-1}AQ$  为对角阵  $\Lambda$ 。

七、(10 分) 已知  $A = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} -1 & 4 & a \\ a & 4 & -1 \\ 4 & b & 4 \end{pmatrix}$  是正交阵, 求:  $a, b$  的值

八、(10 分) 设  $n$  阶方阵  $A, B$  分别与对角阵  $\Lambda_1, \Lambda_2$  相似,

求证: 分块矩阵  $\begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}$  必与一个对角阵相似