苏州大学《线性代数》课程试卷库（第十卷）共 4 页

学院__________________ 专业__________________ 成绩______________

年级____________ 学号___________ 姓名____________ 日期______

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

一、填空题：（每题 3 分，共 30 分）

1、排列 $(n-1)\cdots\cdots 3\cdot 2\cdot 1\cdot n$ 的逆序数为 ____________________。

2、设 3 阶方阵 A，满足 $|A|=3$，则 $\left|A^*+A^{-1}\right|=$ ___________________。

3、若方程组 $\begin{cases} x_1+x_2=a_1 \\ x_2+x_3=a_2 \\ x_3+x_4=a_3 \\ x_4+x_1=a_4 \end{cases}$ 有解，则常数 a_1,a_2,a_3,a_4 应满足关系式__________________________ 。

4、已知 $X\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2a_1 & 2b_1 & 2c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_2+a_3 & b_2+b_3 & c_2+c_3 \end{pmatrix}$，则 $X=$ __________________。

5、设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性无关，则向量组 $\alpha_1-\alpha_2,\alpha_2-\alpha_3,\alpha_3-\alpha_4,\alpha_4-\alpha_1$ 线性_________________。

6、齐次线性方程组 $x_1+x_2+\cdots+x_n=0$ 的基础解系所含解向量的个数为________________。

7、设 3 阶方阵 $A\neq 0$，$B=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & t \\ 3 & 5 & 3 \end{pmatrix}$，且 $AB=0$，则 $t=$ _________________。

8、设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 与 $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 相似，则 $x=$ __________________。

9、设 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$，则 A 的两个特征值之和为___________________。

10、已知 A 是 n 阶方阵，满足 $A^2=I$，则 A 的特征值 $\lambda=$ ______________。

二、（10 分）设矩阵 $A=\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{pmatrix}$，且 $|A|=4$，$|B|=1$，

求：$|A+B|$

三、（10 分）设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$，矩阵 X 满足 $A^*X=A^{-1}+2X$ ，其中 A^* 是 A 的伴随阵，求：矩阵 X

四、（10 分）已知 A,B 均是 3 阶矩阵，将 A 中第 3 行的 -2 倍加至第 2 行得到矩阵 A_1，将 B 中第 2 列加至第 1 列得到矩阵 B_1，又知 $A_1B_1=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$,求 AB

五、（10 分）给定线性方程组$\begin{cases} x_1+x_2+2x_3+x_4=3 \\ x_1+2x_2+x_3-x_4=2 \\ 2x_1+x_2+5x_3+4x_4=7 \end{cases}$ 用其导出组的基础解系表示其全部解。

六、（10 分）设向量组：$\alpha_1=(1,\ 1,\ 1,\ 3)^T$，$\alpha_2=(-1,\ -3,\ 5,\ 1)^T$

$\alpha_3=(3,\ 2,\ -1,\ p+2)^T$，$\alpha_4=(-2,\ -6,\ 10,\ p)^T$，

求（1） p 为何值时，该向量组线性相关？

（2）此时向量组的秩和一个极大线性无关组。

七、（10 分）设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$，求：

(1) A 的特征值和特征向量， (2) 正交矩阵 Q，使 $Q^T AQ$ 为对角阵

八、证明题：（10 分）已知 n 阶实对称矩阵 A 满足 $A^2+6A+8I=0$，证明：

（1） $A+3I$ 是可逆矩阵；（2） $A+3I$ 是正交矩阵。