苏州大学《线性代数》课程试卷库（第六卷）共 4 页

学院________________ 专业________________成绩____________

年级___________ 学号__________ 姓名___________日期______

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

一、填空题：（每题 3 分，共 30 分）

1、$\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 2 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & n-1 & \cdots & 0 & 0 \\ n & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$=____________________。

2、设 A,B 均为 n 阶矩阵，$|A|=2,|B|=-3,\quad A^*$ 是 A 的伴随矩阵，$\left|3A^*B^{-1}\right|=$______。

3、设 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $(2A)^{-1}=$________________。

4、非齐次线性方程组 $A_{m\times n}X_{n\times 1}=b_{m\times 1}$ 有惟一解的充分必要条件是____________。

5、向量 $\alpha=(3,\quad 1)^T$ 用 $\eta_1=(1,\quad 2)^T, \eta_2=(2,\quad 1)^T$ 线性表示的表达式__________。

6、设 $\alpha=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$，矩阵 $A=\alpha\alpha^T, n$ 为正整数，则 $A^n=$_____________________。

7、若向量组 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} k \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ k \end{pmatrix}$ 线性相关，则 $k=$____________。

8、若 n 阶矩阵 A 有一个特征值为 2，则 $|A-2I|=$__________。

9、已知三阶矩阵 A 的特征值为 –1，3，-3，矩阵 $B=A+I$，则 $|B|=$_______。

10、设矩阵 $A\sim B$，其中 $A=\begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$, 则 $a=$_________。

二、（10 分）计算行列式：$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

三、(10 分) 线性方程组$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ 7x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 4x_4 = a \\ 7x_1 - x_2 + x_3 + 5x_4 = b \end{cases}$ 当 a,b 为何值时有解？在有解的情况下，利用其导出组的基础解系求其全部解。

四、（10 分）设 $AX+B=X$ ，其中 $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$，求： X

五、（10 分）已知矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & x \end{pmatrix}$ 相似，

求：（1） x；（2）可逆矩阵 P，使 $P^{-1}AP=B$.

六、（10 分）设二次型 $f = 2x^2 + 4y^2 + 4xy + 4yz$，试写出对应的矩阵，并利用配方法化为标准型。

七、（10 分）设 $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$，求 A 的特征值和特征向量。

八、（10 分）证明：如果 A 是 $n(n \geq 2)$ 阶矩阵，当 $r(A) = n-1$ 时，试证：$r(A^*) = 1$