平面简谐波及其波动方程

波　动

波的叠加、波的干涉和驻波

波的干涉现象

波在空间相遇就相互叠加，当满足一定条件的几列波在空间相遇叠加时，在空间出现稳定的振动加强和减弱（或完全消失 ）的分布的现象。

相干波：产生干涉现象的波

相干波源：能产生相干波的波源

相干条件：两列波（1）频率相同；

（2）振动方向相同；

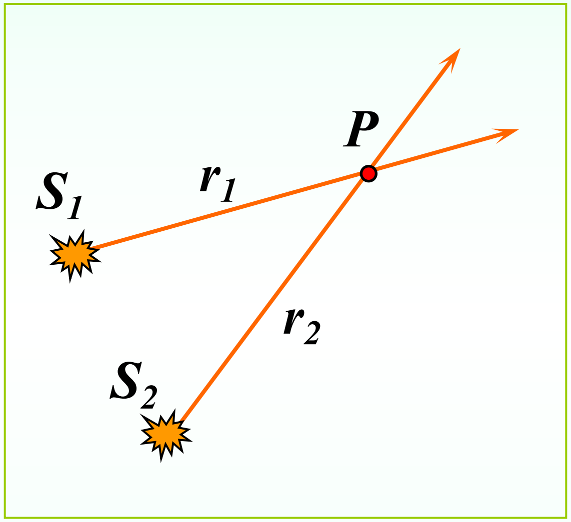
（3）相位相同或相位差恒定。

定量分析：

设产生简谐波的两波源S_1、S_2的振动方程为：

$$y_{10} = A_1 \cos(\omega t + \phi_1)$$

$$y_{20} = A_2 \cos(\omega t + \phi_2)$$



两列波在波场中P点引起的振动为：

$$y_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1 - \frac{2\pi r_1}{\lambda})$$

$$y_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2 - \frac{2\pi r_2}{\lambda})$$

这是两个同方向、同频率的简谐振动，

P点的合振动仍为简谐振动。

$$\boxed{y = A\cos(\omega t + \varphi)}$$

其振幅和初相位为：

$$\boxed{A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi}}$$

$$\boxed{\tan\varphi=\frac{A_1\sin(\varphi_1-\frac{2\pi r_1}{\lambda})+A_2\sin(\varphi_2-\frac{2\pi r_2}{\lambda})}{A_1\cos(\varphi_1-\frac{2\pi r_1}{\lambda})+A_2\cos(\varphi_2-\frac{2\pi r_2}{\lambda})}}$$

$$\boxed{\Delta\varphi=(\varphi_2-\varphi_1)-2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda}}$$

波源相位差

波程差引起的相位差

讨论：

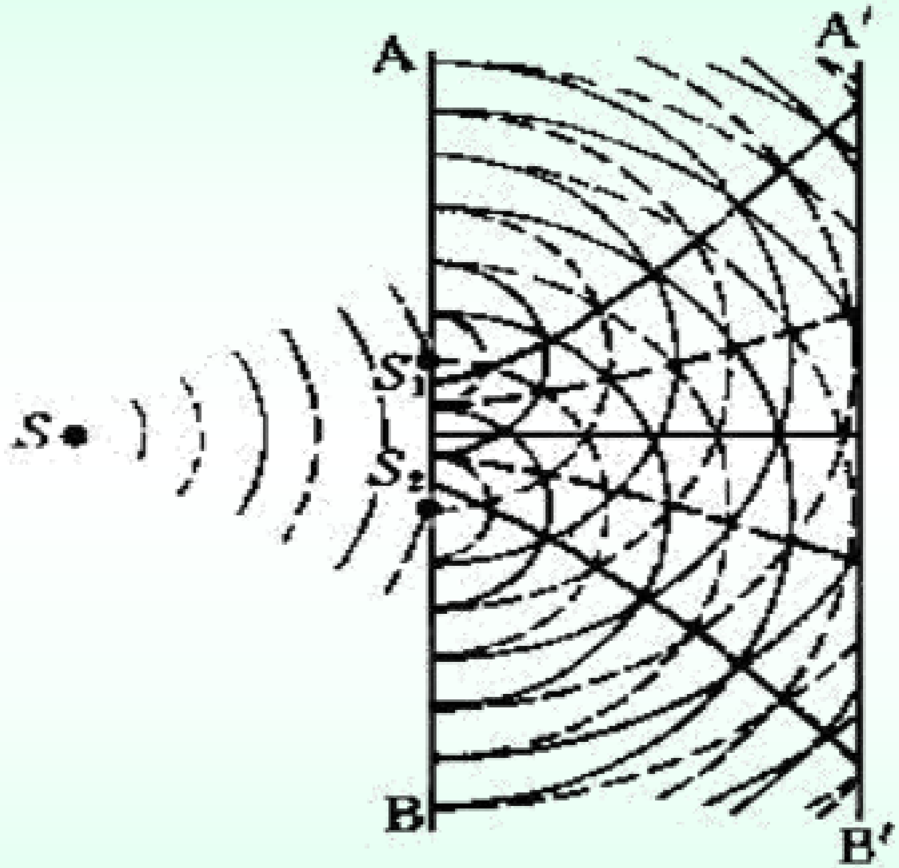
$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi}$$

(1)
$$\begin{cases}\text{当}\Delta\varphi=\pm 2k\pi\text{时，} A=A_1+A_2 \rightarrow \text{相长干涉}\\ \text{当}\Delta\varphi=\pm(2k+1)\pi\text{时，} A=|A_1-A_2| \rightarrow \text{相消干涉}\end{cases}$$

(2) 当$\varphi_2=\varphi_1$时：

$$\begin{cases}\text{当 } \Delta\varphi=2\pi\dfrac{r_1-r_2}{\lambda}=\pm 2k\pi \text{ 时：}\\ \quad\text{即：} \delta=r_1-r_2=\pm k\lambda=\pm(2k)\lambda/2 \text{ 时} \rightarrow \text{相长干涉}\\ \text{当 } \Delta\varphi=2\pi\dfrac{r_1-r_2}{\lambda}=\pm(2k+1)\pi \text{ 时：}\\ \quad\text{即：} \delta=r_1-r_2=\pm(2k+1)\lambda/2 \text{ 时} \rightarrow \text{相消干涉}\end{cases}$$

不满足相干条件的两列波不能产生干涉现象。


A
A′
S
S_1
S_2
B
B′

驻波的形成

两列相干波的叠加：

振幅相同

两列波在同一直线上沿相反方向传播

两行波方程：

$$y_1 = A\cos 2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda})$$

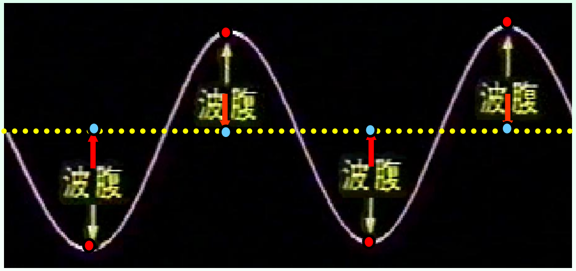
$$y_2 = A\cos 2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda})$$

驻波方程：

$$\boxed{y = y_1 + y_2 = 2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\cos 2\pi\nu\ t = 2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\cos\omega t}$$

驻波的振幅：$\left|2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\right|$

波腹处：$2\pi\frac{x}{\lambda}=\pm k\pi \Rightarrow \boxed{x=\pm k\frac{\lambda}{2}}$

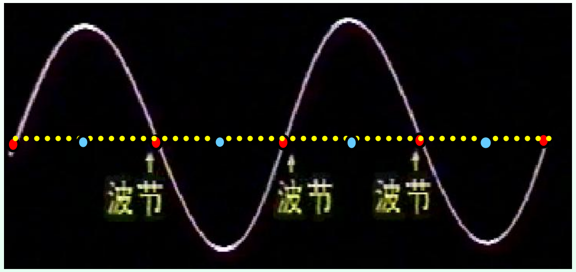


相邻两个波腹之间的间隔为λ/2

波节处：$2\pi\frac{x}{\lambda}=\pm(2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{x=\pm(2k+1)\frac{\lambda}{4}}$

相邻两个波节之间的间隔为λ/2，

相邻的波腹、波节之间的间隔为λ/4。



测得波节、波腹位置可求出波长。

驻波的特点：

(1) 驻波的振幅特点：

驻波中质点的振动振幅随x而不同，

存在波腹和波节。

(2) 驻波的相位特点：

相邻波节间所有质元相位相同，

同一波节两侧的质元相位相反。

(3) 驻波的能量特点：

形成驻波的两列行波能流密度等值、反向，

驻波不传播能量。

半波损失：

1、波疏介质与波密介质

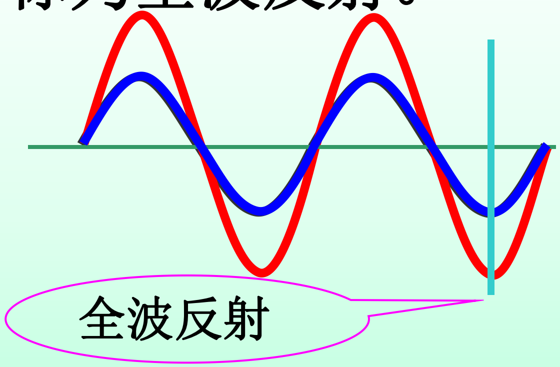
波阻：介质的密度和波速的乘积称为波阻ρu 。

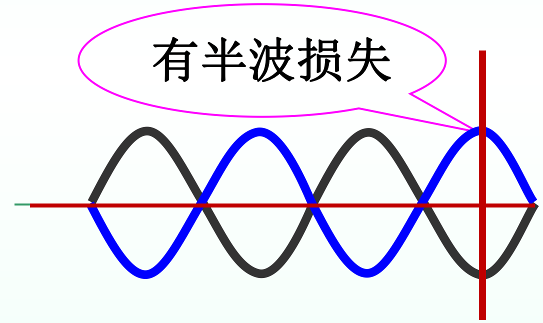
波阻较大的介质称为波密介质；

波阻较小的介质称为波疏介质。

2、当第一介质中的行波在第二介质处反射时

若$(\rho u)_2<(\rho u)_1$，在界面处的反射波与入射波同相，形成波腹，称为全波反射。



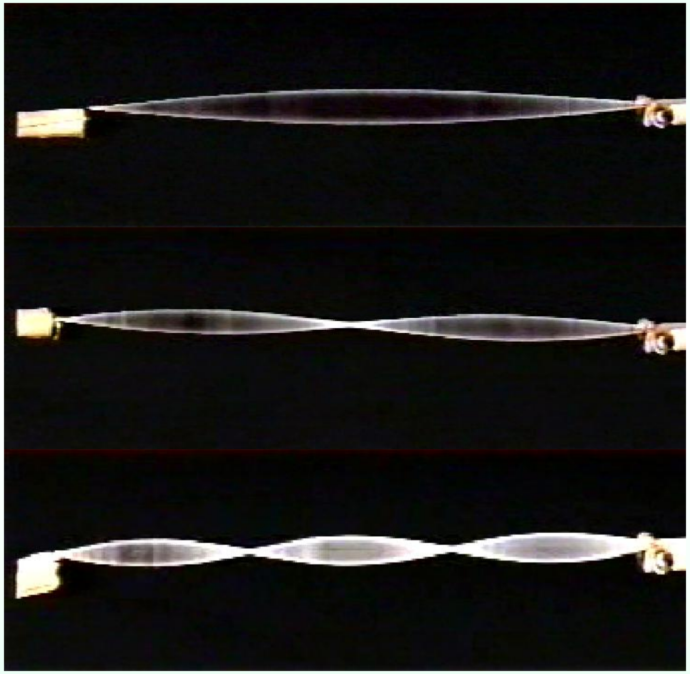


若，$(\rho u)_2>(\rho u)_1$ 界面处反射波与入射波反相，发射波有 π的相位突变，相当于反射波损失了半个波长（这种现象称为半波损失），此时在界面处形成波节，称为半波反射。

两端固定的弦上的驻波：

弦的两端固定，所以均为波节，故仅当弦长为半波长的整数倍时才能形成稳定的驻波。即：

$$L = n\frac{\lambda_n}{2} \qquad n = 1,2,3\ldots\ldots$$



波速：$$\boldsymbol{u = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \lambda_n \nu_n}$$

所以：$$\nu_n = \frac{u}{\lambda_n} = n\frac{u}{2L} = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

当弦的线密度μ和弦长L一定时，调节张力T可改变弦发出声音的频率。当$n=1$时，ν_1称为基频；$n>1$时，ν_n称为倍频。