

Übung 1: Numerische Differentiation

Computational Physics 1 - WS 2020/2021

16.11.2020

Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten des rechtsseitigen Differenzenquotienten

$$D_h[f(x)] = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i} \quad (1)$$

in Abhängigkeit von der Schrittweite $h = x_{i+1} - x_i$ für die periodische Funktion $\sin(x)$.

Programmieren Sie dazu eine Funktion zur numerischen Differentiation einer beliebigen analytischen Funktion basierend auf der obigen Definition des rechtsseitigen Differenzenquotienten.

Berechnen Sie unter Verwendung dieser Funktion den Gesamtfehler

$$\Delta(h) = \sum_{x=-50}^{50} h \cdot E_h = \sum_{x=-50}^{50} h \cdot |f'(x) - D_h[f(x)]| \quad (2)$$

im Intervall $x = [-50, 50]$ in Abhängigkeit von der Schrittweite. $f'(x)$ ist dabei die analytische Ableitung der zu differenzierenden Funktion f . Stellen Sie $\Delta(h)$ für Schrittweiten im Intervall $h = [0, 3]$ grafisch dar. Stellen Sie außerdem auch den lokalen Fehler E_h für drei verschiedene $h \in [0, 3]$ im Intervall $x = [-50, 50]$ grafisch dar. Beschreiben und interpretieren Sie Ihre Ergebnisse.

Ihre Funktion soll als Eingabeargumente die zu differenzierende Funktion, die Intervallgrenzen a und b sowie die Schrittweite h erhalten. Sie soll die Vektoren „xwerte“ und „ableitung“ zurückgeben.

Hinweise

- `np.sum(x)` berechnet die Summe der Elemente des Vektors x
- `np.abs(x)` berechnet den Absolutbetrag jedes Elements des Vektors x
- `plt.plot(x, y)` stellt y -Werte über den übergebenen x -Werten graphisch dar

Einreichung per E-mail

Die Lösungen sind als E-Mail-Anhang bis spätestens 23.11.2020, 04:00 Uhr morgens an teaching-nanooptics@uni-jena.de zu senden. Bitte unbedingt Name, Matrikelnummer und Nummer der Übungsserie in die Betreffzeile der E-Mail schreiben.

Lösungen ohne Angabe von Name und Matrikelnummer, mit Funktionsdefinitionen die von den Vorgaben abweichen oder zu spät eingereichte Lösungen können nicht berücksichtigt werden.

Einzusenden ist **eine zip-Datei (nicht 7-zip!)** mit der Differentiations-Funktion **diffquot.py**, dem Code für die Berechnung des Gesamtfehlers und des lokalen Fehlers **eval.py**, und eine 1-2 seitige Darstellung Ihrer Ergebnisse, welche die erzeugten Bilder und deren Beschreibung sowie Interpretation beinhaltet.