

Übung 2: Numerische Integration Konvergenz des Rechteckverfahrens

Computational Physics 1 - WS 2020/2021

23.11.2020

Programmieren Sie eine Funktion zur numerischen Integration einer beliebigen analytischen Funktion $f(x)$ im Intervall $[a, b]$ mittels der Rechteck-Regel, welche sowohl den Wert des Integrals als auch die Stammfunktion $F(x)$ von $f(x)$ im Intervall $[a, b]$ berechnet.

$$A = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \approx h \sum_{i=0}^{N-1} f(x_i) \quad (1)$$

mit $x_i = a + (i + 1/2)h$ und $N = (b - a)/h$.

Nutzen Sie Ihre Funktion, um in einem separaten Skript das Konvergenzverhalten des Rechteckverfahrens zu analysieren. Stellen Sie dazu für Integration im Intervall $[0, 10]$ die Differenz zwischen den numerisch und analytisch berechneten Werten des Integrals für die Funktionen $f(x) = x$, $f(x) = x^2$ und $f(x) = \exp(x)$ in Abhängigkeit von der Schrittweite h grafisch dar. Berücksichtigen Sie dabei h im Intervall $[10^{-4}, 10^{-1}]$. Interpretieren Sie Ihre Ergebnisse. Erklären Sie außerdem anhand grafischer Beispiele die Abhängigkeit der berechneten Stammfunktion von $f(x) = x^2$ vom Startpunkt a Ihrer Funktion.

1 Hinweise

- `np.cumsum` kumulative Summe eines Vektors
- `np.logspace(a, b, n)` erzeugt einen n-elementigen Vektor mit Elementen zwischen 10^a und 10^b und logarithmisch gleichmäßigen Abständen
- `ax.set_xscale('log')` und `ax.set_yscale('log')` stellt y -Werte über den übergebenen x -Werten mit logarithmischer Achseneinteilung dar

Die Funktion `intrect` soll nachdem Schema der Python-Datei **`intrect_skeleton.py`** aufgebaut sein und in einem externen Modul definiert werden. Als Hilfestellung für die Auswertung gibt es das Python-Skript **`eval_skeleton.py`**.

2 Einreichung per E-mail

Die Lösungen sind als E-Mail-Anhang bis spätestens 30.11.2020, 04:00 Uhr morgens an teaching-nanooptics@uni-jena.de zu senden. Bitte unbedingt Name, Matrikelnummer und Nummer der Übungsserie in die Betreffzeile der E-Mail schreiben. Lösungen ohne Angabe von Name und Matrikelnummer, mit Funktionsdefinitionen die von den Vorgaben abweichen oder zu spät eingereichte Lösungen können nicht berücksichtigt werden.

Einzusenden ist **eine zip-Datei (nicht 7-zip!)** mit **`intrect.py`**, **`eval.py`**, und eine 1-2 seitige Darstellung Ihrer Ergebnisse, welche die erzeugten Bilder und deren Beschreibung sowie Interpretation beinhaltet.