

# Clustering of dynamic graphs

Hauptseminar Networkvisualisation

Moritz Hamann



Abb. 1. In den Wolken: Vancouver von Cypress Mountain. Auf der ersten Seite dürfen keine Grafiken außer dieser optionalen Aufmachgrafik (Teaser) abgebildet sein.

**Kurzbeschreibung**—This paper presents a summary about various techniques to detect and identify densely connected nodes in a graph, so called clusters. In the first part, we introduce the concept of clusters for static graphs alongside their main properties. For dynamic graphs with time varying edge connections, these cluster may be subject to change with every time step. Therefore additional characteristics have to be introduced.

The second part describes two methods to detect, identify and track cluster in a dynamic graph. A common solution for this problem is the clustering of a static graph at each time step, and the identification of the same clusters over multiple time steps. A method is presented to track these clusters, which is independent of the underlying static graph clustering algorithm. Furthermore, we describe an extension of the k-clique percolation algorithm to dynamic graphs.

Finally, the clique percolation algorithm is applied to two different real world networks, which yields interesting result about group dynamics, with regards to the correlation of various group properties.

---

## 1 MOTIVATION

Das mathematische Konzept der Graphen ist ein essentielles Modellierungswerkzeug in der Informatik. Nicht nur lassen sich damit verschiedenste Datenstrukturen anschaulich darstellen, sondern mit ihrer Hilfe lassen sich auch jegliche Beziehungen zwischen einzelnen Objekten oder Prozessen in einem Netzwerk modellieren und untersuchen. Aus diesem Grund sind sie heutzutage nicht nur in der klassischen Informatik sowie in der Mathematik zu finden, sondern haben auch in vielen anderen Wissenschaften ihren Einzug erhalten. So werden sie genutzt um die Gruppendynamik in biologischen Netzwerken zu beschreiben, dienen als Kontrollalgorithmen für Multiagenten Systeme [?] und beschreiben Kommunikationsmuster in sozialen Netzwerken.

Um die Eigenschaften sehr großer Netzwerke analytisch untersuchen zu können, werden häufig Zufallsgraphen nach dem Model von Edgar Gilbert (nachweise?) oder Erdos-Renyi verwendet. Diese Graphen haben die Besonderheit, dass die Wahrscheinlichkeit für eine Verbindung zwischen je zwei Knoten im gesamten Netzwerk konstant ist. Dadurch entsteht ein gleichmäßiger Graph, dessen Gradverteilung binomial verteilt sind, und somit die meisten Knoten die gleiche Anzahl an Kanten haben. Mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitstheorie, lassen sich nun die Eigenschaften dieser Graphen auch für eine sehr hohe Anzahl an Knoten bestimmen und untersuchen.

Allerdings haben Untersuchungen von realen Netzen gezeigt (nachweis), dass sich diese in den meisten Fällen von Zufallsgraphen unterscheiden. Reale Netzwerke sind häufig sogenannte Skalenfreie Netze (im Englischen 'Scale-free networks'), in denen die Anzahl der Verbindungen pro Knoten nicht binomial verteilt ist, sondern nach einem Potenzgesetz. Dadurch entsteht ein Netzwerk, in dem einzelne wenige Knoten eine große Anzahl an Verknüpfungen aufweisen, doch die Mehrzahl der Knoten weniger stark verknüpft ist. Weiterhin ist die Kantenverteilung zwischen den Knoten auch lokal sehr inhomogen, so dass sich Teilgraphen ausbilden, deren Knoten untereinander sehr stark bis komplett verknüpft sind, während sie nach Außen weniger Verbindungen aufweisen. Diese Teilgraphen werden auch 'Cluster' genannt.

Diese Cluster spielen in viele Anwendungsgebieten eine wichtige Rolle. Betrachtet man zum Beispiel den Graph der Freundschafts Beziehungen in einem sozialen Netzwerk, lassen sich mithilfe von Angaben anderer Benutzer, sowie lokaler Cluster, unter anderem Rückschlüsse auf gemeinsame Interessen, Wohnorte oder Freunde der einzelnen Benutzer schließen. Diese Informationen bieten dem soziale Marketing eine bis vor kurzem unbekannte Menge an Möglichkeiten ihre Produkte zielgerichteter und persönlicher zu vermarkten. Aber auch in dynamischen Graphen, in denen Knoten und Kanten sehr häufig wechseln können, ist es wichtig Cluster zu finden. Betrachtet man den Verbindungsgraph eines dezentralen, kabellosen Ad-Hoc Netzwerks, so lassen sich mit Hilfe von Clustering Verfahren Teilnetze

finden die geographisch Eine zusätzliche Herausforderung zur eigentlichen Clusteranalyse ist hierbei allerdings

## Übersicht

Diese Arbeit gibt einen Überblick über die Eigenschaften dieser Cluster, ihr

## 2 GRUNDLAGEN

In diesem Kaptiel wird versucht eine formale Definition zu geben, was ein Cluster anhand gewünschter Eigenschaften

ueberlabende cluster

### 2.1 Eigenschaften von Clustern

Der Artikel von S.E. Schaeffer [?] bietet eine umfassende Zusammenfassung über bisherige Clustering Verfahren, und versucht eine Definition für Cluster anhand gewünschter Eigenschaften zu geben.

Eine der wichtigsten Anforderungen an eine Cluster ist die Eigenschaft, dass er aus einem Teilgraphen bestehen sollen diesen Knoten untereinander stärker verknüpft sind, als mit dem Rest des Graphen. Dafür ist es nötig, dass die einzelnen Knoten verbunden sind. Das bedeutet, dass es mindestens einen Pfad zwischen zwei Knoten des gleichen Clusters geben sollte. Kann ein Knoten  $u$  nicht von einem anderen Knoten  $v$  erreicht werden, sollten sie nicht im gleichen Cluster liegen. Weiterhin sollten diese Pfade intern im Cluster sein, zwei Knoten eines Clusters sollte also  $jkjkhkjhkjhkjhkjhkjhkjh$

Eine weitere Anforderung an einen Teilgraphen  $\Omega$ , damit er zu einem Cluster wird, ist ein hohes Verhältniss zwischen internen zu externen Kanten. Dabei ist eine Kante zwischen

#### 2.1.1 k-Cliques

### 2.2 Cluster in dynamischen Graphen

## 3 CLUSTERING IN STATIC GRAPHS

### 3.1 Clique percolation

### 3.2 modularity function clustering?

## 4 CLUSTERING IN DYNAMIC GRAPHS

### 4.1 Extension of clique percolation

### 4.2 Time step Clustering

## 5 MAYBE VISUALIZATION OF DYNAMIC GRAPHS

## 6 GROUP EVOLUTION (RESULTS)

## 7 CONCLUSION

### 7.1 Abbildungen und Tabellen

Alle Abbildungen (siehe Abb. 2) und Tabellen (Tabelle 1) sollten zentriert sein (`\centering`). Abbildungen über beide Textspalten (Abb. 3) können mit `\begin{figure*}...\end{figure*}` eingefügt werden.

### 7.2 Referenzen

Literaturangaben wie beispielsweise Levoy [?] werden mit Hilfe von BibTeX erzeugt. Dazu werden die Referenzen in die Literaturliste (hier *literatur.bib*) eingetragen und entsprechend mit `\cite` referenziert.

### 7.3 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Übersetzung

Die L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Datei kann mit *latex* oder *pdflatex* übersetzt werden. Dabei ist zu beachten, dass für die Übersetzung mit *latex* die Grafiken in Postscript (eps) vorliegen, für *pdflatex* entsprechend als jpg, png oder pdf. Der Ablauf ist dabei der folgende:

1. `pdflatex <quelldatei.tex>`
2. `bibtex <quelldatei>`
3. `pdflatex <quelldatei.tex>` (evtl. mehrfach)

Alternativ kann auch das mitgelieferte Makefile verwendet werden.

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua [?, ?]. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

Duis autem vel eum iriure dolor in hendrerit in vulputate velit esse molestie consequat, vel illum dolore eu feugiat nulla facilisis at vero eros et accumsan et iusto odio dignissim qui blandit praesent luptatum zzril delenit augue duis dolore te feugait nulla facilisi [?]. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur adipiscing elit, sed diam nonumy nibh euismod tincidunt ut laoreet dolore magna aliquam erat volutpat.

Ut wisi enim ad minim veniam, quis nostrud exerci tation ullamcorper suscipit lobortis nisl ut aliquip ex ea commodo consequat. Duis autem vel eum iriure dolor in hendrerit in vulputate velit esse molestie consequat, vel illum dolore eu feugiat nulla facilisis at vero eros et accumsan et iusto odio dignissim qui blandit praesent luptatum zzril delenit augue duis dolore te feugait nulla facilisi.

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum [?]. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

Duis autem vel eum iriure dolor in hendrerit in vulputate velit esse molestie consequat, vel illum dolore eu feugiat nulla facilisis at vero eros et accumsan et iusto odio dignissim qui blandit praesent luptatum zzril delenit augue duis dolore te feugait nulla facilisi. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur adipiscing elit, sed diam nonumy nibh euismod tincidunt ut laoreet dolore magna aliquam erat volutpat [?].

Ut wisi enim ad minim veniam, quis nostrud exerci tation ullamcorper suscipit lobortis nisl ut aliquip ex ea commodo consequat [?]. Duis autem vel eum iriure dolor in hendrerit in vulputate velit esse molestie consequat, vel illum dolore eu feugiat nulla facilisis at vero eros et accumsan et iusto odio dignissim qui blandit praesent luptatum zzril delenit augue duis dolore te feugait nulla facilisi.

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est

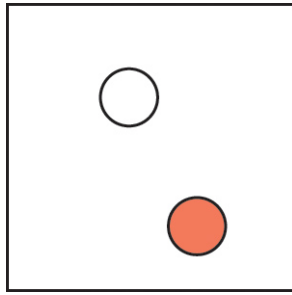


Abb. 2. Beispielillustration.

Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua.

$$\sum_{j=1}^z j = \frac{z(z+1)}{2} \quad (1)$$

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata

Tabelle 1. Vis Paper Acceptance Rate

Year	Submitted	Accepted	Accepted (%)
1994	91	41	45.1
1995	102	41	40.2
1996	101	43	42.6
1997	117	44	37.6
1998	118	50	42.4
1999	129	47	36.4
2000	151	52	34.4
2001	152	51	33.6
2002	172	58	33.7
2003	192	63	32.8
2004	167	46	27.6
2005	268	88	32.8
2006	228	63	27.6

sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

#### 7.4 Mezcal Head

Duis autem [?] vel eum iriure dolor in hendrerit in vulputate velit esse molestie consequat, vel illum dolore eu feugiat nulla facilisis at vero eros et accumsan et iusto odio dignissim qui blandit praesent luptatum zzril delenit augue duis dolore te feugait nulla facilisi. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur adipiscing elit, sed diam nonumy nibh euismod tincidunt ut laoreet dolore magna aliquam erat volutpat<sup>1</sup>.

##### 7.4.1 Ejector Seat Reservation

Ut wisi enim ad minim veniam, quis nostrud exerci tation ullamcorper suscipit lobortis nisl ut aliquip ex ea commodo consequat [?]. Duis autem vel eum iriure dolor in hendrerit in vulputate velit esse molestie consequat, vel illum dolore eu feugiat nulla facilisis at vero eros et accumsan et iusto odio dignissim qui blandit praesent luptatum zzril delenit augue duis dolore te feugait nulla facilisi.

**Rejected Ejector Seat Reservation** Ut wisi enim ad minim veniam, quis nostrud exerci tation ullamcorper suscipit lobortis nisl ut aliquip ex ea commodo consequat. Duis autem vel eum iriure dolor in hendrerit in vulputate velit esse molestie

## 8 CONCLUSION

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero

<sup>1</sup>Fußnoten erscheinen an der Unterseite der Spalte. Sie sollten jedoch vermieden werden, da der Lesefluss gestört wird.

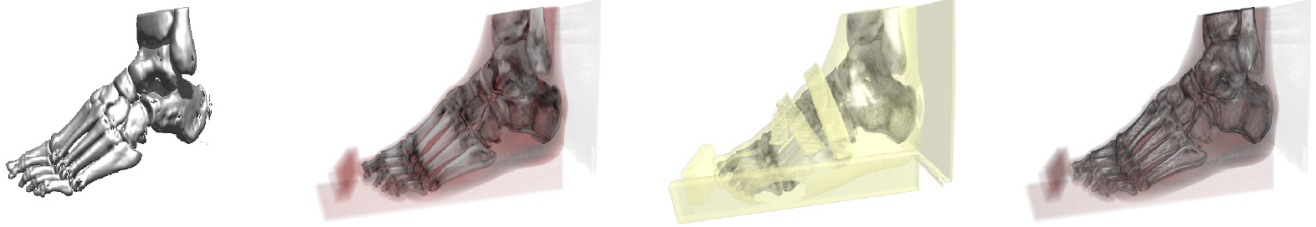


Abb. 3. Illustration über beide Textspalten hinweg. Auch Illustrationen müssen entsprechend den Quellen gekennzeichnet werden. [?]

eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum.