

Aufgabe 1 Sammeln

10 Punkte

- (a) Untersuchen Sie experimentell, wie oft man eine zufällige Zahl zwischen 1 und n wählen muss, bis jede Zahl vorgekommen ist. Machen Sie für $n = 10, 100$, und 1000 jeweils 100 Experimente, und bestimmen Sie für jedes n das Minimum, das Maximum, und den Mittelwert der Anzahl der Zahlen. Ein Experiment besteht dabei aus der notwendigen Anzahl von Versuchen, bis man alle Zahlen beobachtet hat. (Der Erwartungswert für die Anzahl der Versuche ist übrigens $n(1 + 1/2 + 1/3 + \dots + 1/n)$.)
- (b) Erweitern Sie Ihr Experiment aus Aufgabe 1, so dass auch ermittelt wird, wie oft die häufigste Zahl vorgekommen ist. Machen Sie eine analoge Statistik wie bei Teil (a)

Aufgabe 2 Wurzel ziehen

10 Punkte

Sei $a \geq 0$ eine reelle Zahl. Ein bekanntes Verfahren, um die Quadratwurzel \sqrt{a} von a zu berechnen, ist wie folgt: Beginne mit $x_0 = 1$. Für $n \geq 1$, setze jeweils

$$x_n = \frac{1}{2} \left(x_{n-1} + \frac{a}{x_{n-1}} \right).$$

Wiederhole solange, bis x_n “nahe genug” an \sqrt{a} ist.

- (a) Was ist die Idee hinter der Formel für x_n ?
- (b) Implementieren Sie das Verfahren in Python.
- (c) Sei nun $a > 1$. Ein alternativer Ansatz sieht so aus: In jedem Schritt haben wir ein *Suchintervall* $[x, y]$. Zu Beginn ist $x = 1$ und $y = a$. In jedem Schritt setzen wir $z = (x + y)/2$. Wenn $z^2 > a$ ist, dann setzen wir $y = z$, sonst setzen wir $x = z$. Wir wiederholen solange, bis z “nahe genug” an \sqrt{a} ist.
Was ist jetzt die Idee? Implementieren Sie auch dieses Verfahren in Python. Welches Verfahren finden Sie besser?

Aufgabe 3 Zusammengesetzte Datentypen in Python

10 Punkte

Was wird von der folgenden Anweisungsfolge ausgegeben? Welche Anweisungen sind ungültig?

```
a = [1, 3, (4, 2)]
b = (a, a, [1, 5, 4, 3])
print(b[1][2])
b[1][2] = "wer"
print(b)
a[2][1]
a[2][1] = "wann"
print(b)
b[2][1]
b[2][1] = ["wo", "wie"]
print(b)
b[2] = [2, 4]
print(b)
a = "warum"
print(b)
```