7. Aufgabenblatt zur Vorlesung

Konzepte der Programmierung

WiSe 2024/25

Wolfgang Mulzer

Abgabe am Freitag, den 13. Dezember 2024, 12 Uhr

Aufgabe 1 Sortieren *10 Punkte*

(a) Analysieren Sie die worst-case Laufzeit von Insertion Sort.

(b) Die Implementierung von Insertion Sort kann noch leicht verbessert werden. Aktuell wird die Stelle, an welcher das nächste Element eingefügt werden soll, mit Hilfe einer linearen Suche gefunden. Statt dessen kann man aber auch eine binäre Suche verwenden.

Geben sie eine Implementierung von Insertion Sort, die das tut.

(c) Analysieren Sie die Laufzeit Ihrer Implementierung aus (b). Hat sich die Laufzeit im Vergleich zu (a) verbessert?

Aufgabe 2 Laufzeitanalyse *10 Punkte*

(a) Betrachten Sie die Datei `laufzeiten.py` und wenden Sie die Bauernmultiplikation jeweils auf die Zahlenpaare $a = 42, b = 13$ und $a = 17, b = 121$ an. Zeigen Sie die einzelnen Schritte des Algorithmus.

(b) Bestimmen Sie die Laufzeiten der Funktionen in der Datei `laufzeiten.py`.

Aufgabe 3 Exponentielle Suche *10 Punkte*

Binäre Suche ist ein Algorithmus, der das *sortierte Suchproblem* löst. In dieser Aufgabe soll es um die *exponentielle Suche* gehen—ein Algorithmus, der ebenfalls das sortierte Suchproblem löst. Der Algorithmus funktioniert wie folgt:

```
def exponential_search(xs, b):
    j = 1
    while b > xs[j]:
        j = 2 * j
    k = j
    i = bin_search(k//2, k)
    return i
```

(a) Wenden Sie exponentielle Suche auf die aufsteigend sortierte unendliche Liste der Primzahlen an und suchen Sie die Zahl $b = 43$. Zeigen Sie die einzelnen Schritte.

(b) Zeigen Sie, dass die Laufzeit der exponentiellen Suche $O(\log i)$ beträgt.
Hinweis: Zeigen Sie zunächst, dass die `while`-Schleife die Laufzeit $O(\log k)$ besitzt, und argumentieren Sie dann, dass $k = O(i)$ ist.

(c) Vergleichen Sie exponentielle Suche und binäre Suche. Die folgenden Kriterien können dabei in Betracht gezogen werden: Laufzeit, Speicherplatz, Einfachheit der Implementierung, Einfachheit der Analyse, andere (?). Überlegen Sie dabei auch, ob Aufgabe (a) mit binärer Suche zu lösen wäre?