

Algorithmen und Datenstrukturen SoSe25

- Zusatz Assignment -

Moritz Ruge
Matrikelnummer: 5600961

Juli 2025

1 Problem: (2,3)-Bäume

1.1 Aufgabenstellung

Fügen Sie der Reihe nach die Schlüssel 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 in einen leeren 2-3-Baum ein. Löschen Sie anschließend 3 und 6, und fügen Sie die Schlüssel 9 und 10 ein. Zeichnen Sie den 2-3-Baum nach jeder Umstrukturierung (nicht nur am Ende jeder Einfüge- oder Löschoperation), und markieren Sie die Knoten, wo die 2-3-Baum Eigenschaft verletzt ist. Es reicht, wenn Sie die Gestalt des 2-3-Baums und die Schlüssel in den Blättern zeichnen; die Schlüssel in den inneren Knoten brauchen Sie nicht anzugeben.

1.2 Gegeben

Ein (2,3)-Baum hat folgende Grenzen:

- min children: 2, max children: 3
- min entries: 1, max entries: 2
- Leerer Baum:
 - Schlüssel(Einfügen): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
 - Schlüssel(Löschen): 3, 6
 - Schlüssel(Einfügen): 9, 10

1.3 Lösung

1. insert(1):

$[]^1$

$[1]$

2. insert(2):

$[1]^2$

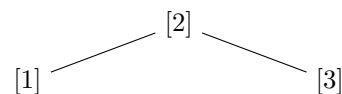
$[1|2]$

3. insert(3):

$[1|2]^3$

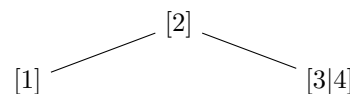
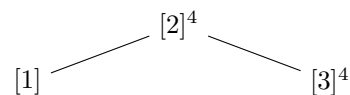
$[1|2|3]$

- Maximaleinträge in der Wurzel verletzt
→ Split
- Suche die Mitte $m = \lfloor \frac{b+1}{2} \rfloor$
- $m = \lfloor \frac{3+1}{2} \rfloor$
- $m = 2 \rightarrow$ Eintrag 2 = 2 wird zur neuen Wurzel!

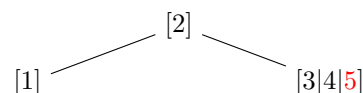
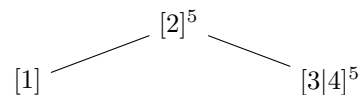


\Rightarrow (a, b)-Baum Eigenschaften wieder hergestellt!

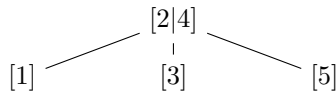
4. insert(4):



5. insert(5):

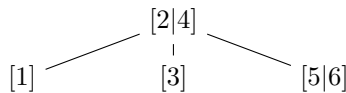
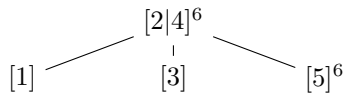


- Maximaleinträge in dem Blatt $[3|4|5]$ verletzt \rightarrow Split
- $m = 2 \rightarrow$ Eintrag $2 = 4$ wird zur Wurzel geschoben und Blatt aufgeteilt!

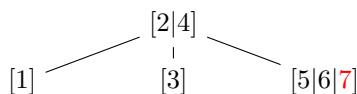
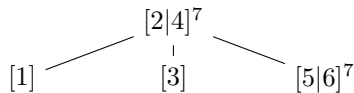


\Rightarrow (a, b) -Baum Eigenschaften wieder hergestellt!

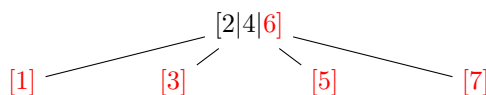
6. insert(6):



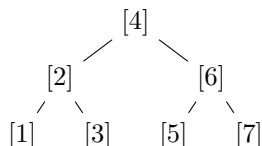
7. insert(7):



- Maximaleinträge in dem Blatt $[5|6|7]$ verletzt \rightarrow Split
- $m = 2 \rightarrow$ Eintrag $2 = 6$ wird zur Wurzel geschoben und Blatt aufgeteilt!

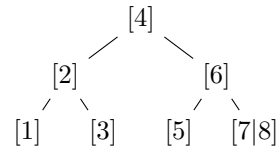
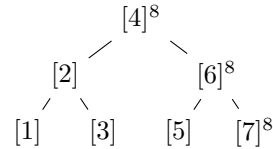


- Maximaleinträge in dem Wurzel überschritten & die Maximale Anzahl der Kinder verletzt \rightarrow Split der Wurzel
- $m = 2 \rightarrow$ Eintrag $2 = 4$ wird zur Wurzel geschoben und Blatt aufgeteilt!

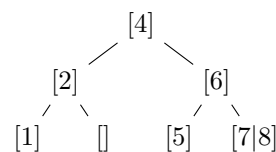
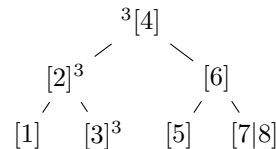


\Rightarrow (a, b) -Baum Eigenschaft wieder hergestellt

8. insert(8):

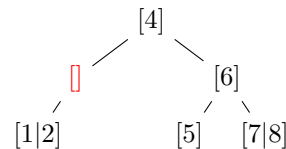


9. remove(3):

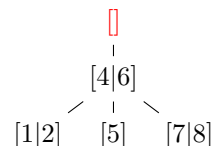


\rightarrow Eintrag 3 wurde entfernt, wir haben nun eine Verletzung der min. Einträge in einem Blatt

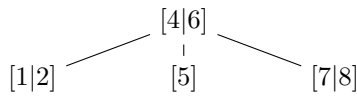
\rightarrow alle direkten Nachbarn haben $a - 1$ Einträge, also Verschmelzen von Knoten!



\rightarrow Der Elternknoten hat nun keine Kinder mehr und direkter Nachbar hat nur $a - 1$ Einträge, wir klauen aus dem Elternknoten wieder ein Eintrag und Verschmelzen die Knoten!

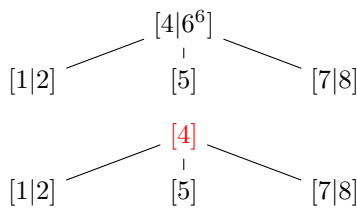


→ Spezialfall, die Wurzel ist nun leer, wir können Sie einfach löschen und eine Neue Wurzel erschaffen.

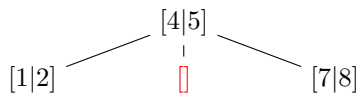


→ (a, b) -Baum Eigenschaften wieder Hergestellt!

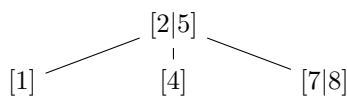
10. remove(6):



→ Die Wurzel hat nun zu wenige Einträge um die Kinderstruktur aufrecht zu erhalten
 → Wir suchen nun den Vorgänger von 6, also 5 und ersetzen 6 durch die 5!

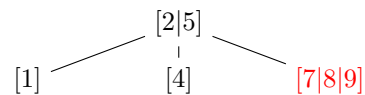
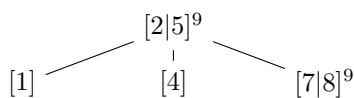


→ Nun ist die Wurzel wieder Ordentlich, leider ist ein Blatt nun leer, wir leihen uns nun ein Eintrag aus einem linken teilbaum aus

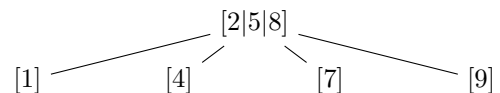


→ (a, b) -Baum Eigenschaft wieder Hergestellt!

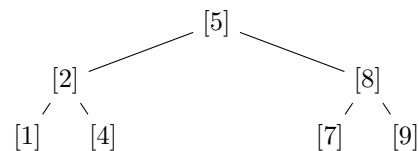
11. insert(9):



- Maximaleinträge in dem Wurzel überschritten & die Maxiamle anzahl der Kinder verletzt → Split der Wurzel
- $m = 2 \rightarrow$ Eintrag 2 = 8 wird zur Wurzel geschoben und Blatt aufgeteilt!



→ Die Wurze hat nun zuviele Einträge, bzw. haben wir zu viele Kinder → Wir spliten die Wurzel!



→ (a, b) -Baum Eigenschaft wiederhergestellt!

12. insert(10):

