

Algorithmen und Datenstrukturen

SoSe25

-Assignment 4-

Moritz Ruge

Matrikelnummer: 5600961

Lennard Wittenberg

Matrikelnummer: —

Mai 2025

Problem 1: Rot-Schwarz Bäume und (2,4)-Bäume

In Aufgabe 3 auf dem 3. Aufgabenblatt wurden rot-schwarz Bäume definiert.

a) Zeigen Sie: Rot-schwarz Bäume und $(2, 4)$ -Bäume sind äquivalent. Genauer: es gibt eine lokale Transformation, welche Gruppen von Knoten im rot-schwarz Baum in Knoten im $(2, 4)$ -Baum überführt, und umgekehrt. Geben Sie eine solche Transformation an, und begründen Sie, dass Ihre Transformation die Bedingungen an rot-schwarz Bäume und an $(2, 4)$ -Bäume erfüllt.

Problem 2: (2,3)-Bäume und (2,4)-Bäume

a) Fügen Sie die Schlüssel A, L, G, O, D, T, S, X, Y, Z in dieser Reihenfolge in einen anfangs leeren (2, 3)-Baum ein. Löschen Sie sodann die Schlüssel Z, A, L. Zeichnen Sie den Baum nach jedem Einfüge- und Löschvorgang, und zeigen Sie die Modifikation, welche durchgeführt werden.

b) Wiederholen Sie die Teilaufgabe (a) mit einem (2, 4)-Baum.

Problem 3: (a,b)-Bäume

a) Beschreiben Sie, wie man in einem (a, b)-Baum mit n Schlüsseln die Operation $\text{succ}(k)$ implementieren kann. Was ist die Laufzeit?

b) Beschreiben Sie, wie man in einem (a, b)-Baum mit n Schlüsseln die Operation $\text{findRange}(k_1, k_2)$ implementieren kann, die alle Schlüssel k liefert, für die $k_1 \leq k \leq k_2$ ist. Die Laufzeit soll $O(\log n + s)$ betragen. Dabei ist s die Anzahl der gelieferten Schlüssel.

c) Seien T_1 und T_2 zwei (a, b)-Bäume, und sei S_1 die Schlüsselmenge von T_1 und S_2 die Schlüsselmenge von T_2 . Sei x ein weiterer Schlüssel. Alle Schlüssel in S_1 sind kleiner als x , und alle Schlüssel in S_2 sind größer als x . Beschreiben Sie eine Operation join , die aus T_1 , T_2 und x einen (a, b)-Baum für die Schlüsselmenge $S_1 \cup x \cup S_2$ erzeugt. Die Laufzeit sollte $O(\log \max(|S_1|, |S_2|))$ betragen. Hinweis: Betrachten Sie zunächst den Fall, dass T_1 und T_2 die gleiche Höhe haben. Achten Sie darauf, dass hinterher die (a, b)-Baum Eigenschaften wieder hergestellt werden.