Algorithmen und Datenstrukturen SoSe25

-Assignment 3-

Moritz Ruge
Matrikelnummer: 5600961
{Vor-Nachname}
Matrikelnummer: —

Mai 2025

Problem 1: AVL-Bäume

a) Fügen Sie die Schlüssel A, L, G, O, D, T, S, X, Y, Z in dieser Reihenfolge in einen anfangs leeren AVL-Baum ein. Löschen Sie sodann die Schlüssel Z, A, L. Zeichnen Sie den Baum nach jedem Einfüge- und Löschvorgang, und zeigen Sie die Rotationen, welche durchgeführt werden. Annotieren Sie dabei auch die Knoten mit ihrer jeweiligen Höhe.

⇒ Bei den Knoten die hochgestellte Zahl ist die Höhe des jeweiligen Knotens.

1. Einfügen: A

   A^0

2. Einfügen: L

   A^1
   / \
   $\square^{-1}$ L^0

3. Einfügen: G

   A^2
   / \
   $\square^{-1}$ L^1
   / \
   G^0 $\square^{-1}$

   - BF-Faktor bei Knoten A ist größer als 1 ⇒ Um-balancieren der Knoten A, L, G

   ⇒ Rechts-Rotation der Knoten $L\&G$

   A^2
   / \
   $\square^{-1}$ G^1
   / \
   $\square^{-1}$ L^0

   ⇒ Links-Rotation der Knoten $A\&G$

   G^1
   / \
   A^0 L^0

   ⇒ AVL-Baum ist ausgeglichen

4. Einfügen: O

   G^2
   / \
   A^0 L^1
   / \
   $\square^{-1}$ O^0

5. Einfügen: D

   G^2
   / \
   A^1 L^1
   / \ / \
   $\square^{-1}$ D^0 $\square^{-1}$ O^0

6. Einfügen: T

   G^3
   / \
   A^1 L^2
   / \ / \
   $\square^{-1}$ D^0 $\square^{-1}$ O^1
   / \
   $\square^{-1}$ T^0

   - BF-Faktor bei Knoten L ist größer als 1 ⇒ Um-balancieren der Knoten L, O, T

   ⇒ Rechts-Rotation der Knoten $L\&O$

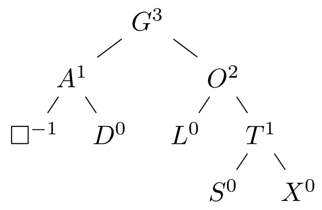
   G^2
   / \
   A^1 O^1
   / \ / \
   $\square^{-1}$ D^0 L^0 T^0

   ⇒ AVL-Baum ist ausgeglichen

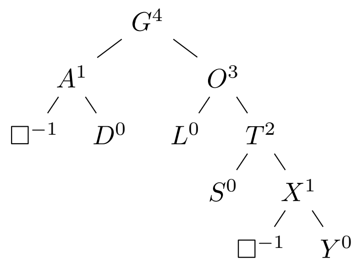
7. Einfügen: S

   G^3
   / \
   A^1 O^2
   / \ / \
   $\square^{-1}$ D^0 L^0 T^1
   / \
   S^0 $\square^{-1}$

8. Einfügen: X

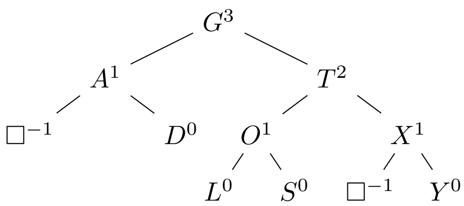


9. Einfügen: Y



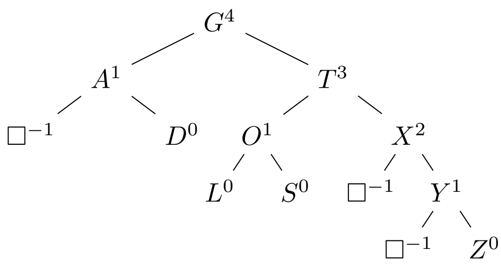
- BF-Faktor bei Knoten O ist größer als 1 $\Rightarrow$ Um-balancieren der Knoten $O\&T$

$\Rightarrow$ Links-Rotation der Knoten $O\&T$



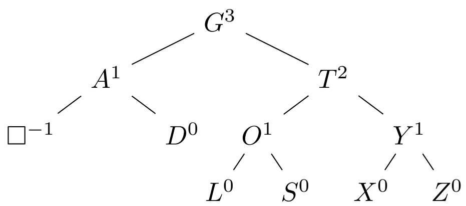
$\Rightarrow$ AVL-Baum ist ausgeglichen

10. Einfügen: Z



- BF-Faktor bei Knoten X ist größer als 1 $\Rightarrow$ Um-balancieren der Knoten $Y\&Z$

$\Rightarrow$ Links-Rotation der Knoten $X\&Y$



$\Rightarrow$ AVL-Baum ist ausgeglichen

b) Beweisen Sie: Beim Einfügen in einen AVL-Baum wird höchstens eine (Einfach- oder Doppel-)Rotation ausgeführt. Gilt das auch beim Löschen (Begründung)?