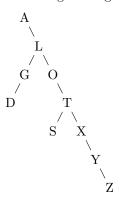
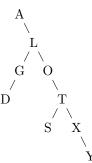
## ASSIGNMENT 1 — Algorithmen und Datenstrukturen

## Problem 1. Binäre Suchbäume

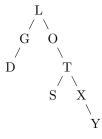
- (a) Fügen Sie die Schlüssel A, L, G, O, D, T, S, X, Y, Z in dieser Reihenfolge in einen anfangs leeren binären Suchbaum ein. Löschen Sie sodann die Schlüssel Z, A, L. Zeichnen Sie den Baum nach jedem Einfüge- und Löschvorgang.
  - Einfügen des gesamten Schlüssels:



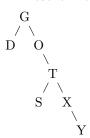
 $\bullet\,$ Löschen von Schlüssel $\boldsymbol{Z}$ 



 $\bullet$ Löschen von Schlüssel  $\boldsymbol{A}$ 



 $\bullet\,$ Löschen von Schlüssel  $\boldsymbol{L}$ 



 $\longrightarrow \mathcal{A}$ nswer

(b) Seien T1 und T2 zwei binäre Suchbäume, in denen jeweils die gleiche Menge S von Einträgen gespeichert ist, mit |S|=n. Zeigen Sie: Es gibt eine Folge von höchstens 2n einfachen Rotationen, die T1 nach T2 überführt.

Zusatzfrage (5 Zusatzpunkte): Geht es auch mit weniger Rotationen?

 $\longrightarrow \mathcal{A}$ nswer

## **Problem** 2. Geordnete Wörterbücher und Sortieren

(a) Zeigen Sie: Wenn eine Implementierung des abstrakten Datentypen geordnetes Wörterbuch zur Verfügung steht, dann kann man diese verwenden, um eine gegebene Folge von n Elementen aus einer geordneten Menge zu sortieren.

 $\longrightarrow \mathcal{A}$ nswer

(b) Aus "Konzepte der Programmierung" kennen Sie eine untere Schranke für vergleichsbasiertes Sortieren. Wie lautet diese?

A sei ein vergleichbasierter Sortieralgorithmus und n die Eingabe Größe. Dann Existiert eine Eingabe I sodass A mindestens  $\frac{n}{2}(\log n - 1)$  vergleiche braucht. Das zeigt, dass das Sortier Problem eine lower bound von  $n \log n$  hat.

 $\longrightarrow \mathcal{A}$ nswer

(c) Kombinieren Sie (a) und (b), um die untere Schranke für vergleichsbasiertes Sortieren auf geordnete Wörterbücher zu übertragen. Was folgt daraus über binäre Suchbäume?

 $\longrightarrow \mathcal{A}$ nswer

## Problem 3. Manipulation elementarer Funktionen

Finden Sie Paare von äquivalenten Termen und formen Sie diese schrittweise ineinander um. Geben Sie die verwendeten Regeln an.

$$\log_a \left( n^{\log_b a} \right), \quad b\sqrt{a^n}, \quad \frac{a^n}{a^m}$$

Submitted by Moritz Ruge & Lennard on 20 April 2025.