

Algorithmen und Datenstrukturen SoSe25

-Assignment 11-

Moritz Ruge

Matrikelnummer: 5600961

Lennard Wittenberg

Matrikelnummer: —

Juli 2025

1 Problem: Tiefensuche

- a. Geben Sie Pseudocode für einen Algorithmus, der das folgende Problem löst: Gegeben ein zusammenhängender ungerichteter Graphen G , finde eine Weg, der jede Kante in G genau einmal in jeder Richtung durchläuft.

Hinweis: Verwenden Sie Tiefensuche.

- b. Sei $G = (V, E)$ ein Graph. Gegeben ein Algorithmus, der in $O(|V|)$ Zeit überprüft, ob G genau einen Kreis enthält.

Hinweis: Der Graph G muss nicht zusammenhängend sein. Wie müssen die Komponenten von G aussehen, wenn G genau einen Kreis enthält? Was haben Sie in Diskrete Strukturen über Bäume gelernt?

2 Problem: Topologisches Sortieren

Sei $G = (V, E)$ ein kreisfreier gerichteter Graph. Ein solcher Graph heißt DAG (für directed acyclic graph). Eine topologische Sortierung von G ist eine Anordnung der Knoten von G , so dass keine Kante in G von einem späteren zu einem früheren Knoten verläuft. Betrachten Sie den folgenden Algorithmus:

3 Problem: Der kürzeste Weg in DAGs

Sei $G = (V, E)$ ein gewichteter gerichteter azyklischer Graph. Seien $s, t \in V$. Geben Sie einen Algorithmus, der einen kürzesten Weg von s nach t in Zeit $O(|V| + |E|)$ berechnet. Beweisen Sie die Korrektheit und die Laufzeit Ihres Algorithmus. Hinweis: Beachten Sie Aufgabe 2(b) und verfahren Sie ähnlich zum Algorithmus von Dijkstra.

- a. Führen Sie den Algorithmus auf dem untigen Graphen aus. Gehen Sie dabei davon aus, dass die Knoten in `vertices` und `outgoingEdges` gemäß der Knotennummern angeordnet sind. Zeigen Sie die einzelnen Schritte. Wie erhält man im Anschluss die topologische Sortierung?

- b. Beweisen Sie, dass der Algorithmus aus (a) funktioniert.

Hinweis: Führen Sie einen Widerspruchsbeweis. Nehmen Sie an, es gäbe eine Kante e von einem späteren zu einem früheren Knoten in `topoSort`, und überlegen Sie sich, was passiert, wenn `dfs` die Kante e untersucht. Beachten Sie dabei, dass es einen Unterschied macht, ob die Tiefensuche für den Endpunkt von e noch aktiv ist.