

Aufgabe 1 Binäre Suchbäume

10 Punkte

- (a) Fügen Sie die Schlüssel A, L, G, O, D, T, S, X, Y, Z in dieser Reihenfolge in einen anfangs leeren binären Suchbaum ein. Löschen Sie sodann die Schlüssel Z, A, L. Zeichnen Sie den Baum nach jedem Einfüge- und Löschvorgang.
- (b) Seien T_1 und T_2 zwei binäre Suchbäume, in denen jeweils die gleiche Menge S von Einträgen gespeichert ist, mit $|S| = n$. Zeigen Sie: Es gibt eine Folge von höchstens $2n$ einfachen Rotationen, die T_1 nach T_2 überführt.

Zusatzfrage (5 Zusatzpunkte): Geht es auch mit weniger Rotationen?

Aufgabe 2 Geordnete Wörterbücher und Sortieren

10 Punkte

- (a) Zeigen Sie: Wenn eine Implementierung des abstrakten Datentypen *geordnetes Wörterbuch* zur Verfügung steht, dann kann man diese verwenden, um eine gegebene Folge von n Elementen aus einer geordneten Menge zu sortieren.
- (b) Aus “*Konzepte der Programmierung*” kennen Sie eine untere Schranke für vergleichsbasiertes Sortieren. Wie lautet diese?
- (c) Kombinieren Sie (a) und (b), um die untere Schranke für vergleichsbasiertes Sortieren auf geordnete Wörterbücher zu übertragen. Was folgt daraus über binäre Suchbäume?

Aufgabe 3 Manipulation elementarer Funktionen

10 Punkte

Finden Sie Paare von äquivalenten Termen und formen Sie diese schrittweise ineinander um. Geben Sie die verwendeten Regeln an.

$$\log_a \left(n^{\log_b a} \right), \sqrt[b]{\frac{a^n}{a^m}}, b^{n \log a}, \log_b n, a^{\frac{n-m}{b}}, n(\log a + \log b), \log(a^n b^n), a^{(\log b^n)}.$$