

אלגוריתמים כלכליים - מטלה 4

מגישה: ביטון מוריה

צ"ל:

יחס הקירוב של אלגוריתם הרשימה בחלוקת מטלות ל- n שחקנים הוא לכל היותר:

$$2 - \frac{1}{n}$$

פתרון:

1. נסמן:

$$OPT = MAX(TaskCost_{[1,...,m]})$$

2. את המשימה ה- i נחלק לשחקן עם העלות הכוללת הנמוכה ביותר,

נסיק כי השחקן הזה בהכרח בעל עלות נמוכה **ממוצע** המשימות שחולקו חלקי מספר

השחקנים:

$$SmallestCost_i \leq \frac{1}{n} * \sum_{j=1}^{i-1} PlayerCost_j$$

3. נעבור בלולאה על רשימת המשימות ונחסום מלמעלה את אלגוריתם הקירוב למשימה ה- i :

$$\begin{aligned} AproxRatio(i) &\leq SmallestCost_{i-1} + TaskCost_i \\ &\leq \frac{1}{n} * \sum_{j=1}^{i-1} TaskCost_j + TaskCost_i \end{aligned}$$

4. עבור ביצוע כל ה- m משימות נקבל:

$$\begin{aligned} AproxRatio(m) &\leq \frac{1}{n} * \sum_{j=1}^{m-1} TaskCost_j + TaskCost_m \\ &\leq \frac{1}{n} * \sum_{j=1}^m TaskCost_j + \left(1 - \frac{1}{n}\right) * TaskCost_m \\ &\leq OPT + \left(1 - \frac{1}{n}\right) * TaskCost_m \leq OPT + \left(1 - \frac{1}{n}\right) OPT \\ &\leq \left(2 - \frac{1}{n}\right) OPT \blacksquare \end{aligned}$$