

Ex1 Q2**שאלה 2: חלוקה הוגנת עם ערכים שליליים**

קבוצה של n אורחים הגיעו למסיבת יום-הולדת וקיבלו עוגה. העוגה נשרפה בתנור – אבל האורחים עדיין חייבים לאכול את העוגה כדי שלא להעליב את המארחים. כמובן, כל אחד מהאורחים מעדיף לאכול כמה שפחות עוגה, אבל יש להם העדפות שונות לגבי כמה כל אחד מהחלקים בעוגה הוא גרוע (לדוגמה, יש כאלה ששונאים יותר דובדבנים שרופים, ויש כאלה ששונאים יותר קרם שוקולד שרוף, וכו').

א. הסבירו למה אלגוריתם "המפחית האחרון" אינו עובד במקרה זה. הסבירו איך לתקן אותו כך שייתן חלוקה פרופורציונלית.

ב. הסבירו למה אלגוריתם "אבן פז" אינו עובד במקרה זה. הסבירו איך לתקן אותו כך שייתן חלוקה פרופורציונלית.

• **לפתרון שני הסעיפים נעזרתי בפתרון שהוצג בכיתה**

פתרון – א':

במקרה הנ"ל שווי העוגה הוא שלילי- $(-n)$. לפי אלגוריתם "המפחית האחרון" שחקן יסמן $\frac{1}{n}$ פיסת עוגה בשווי (-1) . כל משתתף בתורו יפחית מחתיכת העוגה שקיבל, אם הוא יחשוב שהיא גדולה מדי, עד שיגיע לשווי (-1) בעיניו.

אלגוריתם "המפחית האחרון" לא יעבוד במקרה זה כיוון שההפחתה מהעוגה רק תגדיל את הערך שלה. למעשה בכל פעם שמשתתף יפחית מפרוסת העוגה שקיבל תתרחש הפעולה ההפוכה – הקטנת שווי הפרוסה.

הפתרון לבעיה זו באלגוריתם "המפחית האחרון" הוא לבצע את הפעולה ההפוכה להפחתה – הוספה. כל שחקן בתורו מגדיל את הפרוסה אם השווי שלה קטן מ- (-1) בעיניו. הגדלת הפרוסה תגרום להפחתת ערכה.

פתרון – ב':

באלגוריתם "אבן – פז" כל שחקן מחלק את העוגה ל-2 חלקים שווים בעיניו. חותכים את העוגה בחציון החלוקות של השחקנים וכל שחקן מקבל את החלק שמכיל את קו החלוקה שלו.

כאשר שווי העוגה הוא שלילי, בעיני כל שחקן שווי פיסת העוגה שהוא מתחלק בה בסיבוב ה- k קטן משווי חצי פיסת העוגה שהתחלק בה בסיבוב ה- $(k-1)$. כלומר, החלוקה אינה פרופורציונלית.

הפרון לבעיה זו הוא שנשלח כל שחקן לחציון שאינו מכיל את קו החלוקה שלו. כך בעיני כל שחקן שווי פיסת העוגה שמחלקים בכל סיבוב גדל ביחס לחצי פיסת העוגה שקיבל בסיבוב הקודם. נקבל חלוקה פרופורציונלית.