

## שאלה 2: ההסתברות להישאר בחיים

בשאלה זו הניחו, שכל אחד מארבעת סוגי-הדם העיקריים (O, A, B, AB) מופיע באוכלוסיה באותה שכיחות (25%). כמו כן הניחו, שהתאמה בין תורם לחולה תלויה רק בסוג-הדם. הניחו גם, שלכל חולה יש תורם אחד בדיוק, המוכן לתרום כליה כדי לעזור לו.

א. מה ההסתברות של חולה לקבל כליה מתאימה, ללא החלפת כליות?

ב. מה ההסתברות של חולה לקבל כליה מתאימה, כאשר יש החלפת כליות עם מעגלים באורך 2 בלבד?

ג. \* מה ההסתברות של חולה לקבל כליה מתאימה, כאשר יש החלפת כליות עם מעגלים באורך 2 או 3?

- ניתן לפתור כל אחד מהסעיפים באחת משתי דרכים לבחירתכם:

• דרך 1: חישוב תיאורטי של ההסתברות.

• דרך 2: הדמיה ממוחשבת: ביצוע מספר גדול של הגרלות וספירת החולים המקבלים כליה בכל הגרלה.

$$P(\text{Same blood-Type for a pair}) = \underbrace{\binom{4}{1}}_{\text{blood-Type}} \cdot \underbrace{\frac{1}{4}}_{\text{Same blood-Type}} = \frac{1}{4}$$

$$P(\text{match of } k \text{ pairs}) = \frac{1}{n} \cdot \left( \underbrace{\binom{n}{k}}_{\text{הסגולה}} \cdot \underbrace{\binom{k}{k}}_{\text{אין}} \cdot \underbrace{(1/k!)}_{\text{סדר}} \cdot \underbrace{\frac{1}{4^k}}_{\text{האחד}} \right)$$

לחולת חצי
לחולת חצי

$$P(\text{Circle of len 1}) = \frac{1}{n} \cdot \left( \binom{n}{1} \cdot 1! \cdot \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{n} \cdot n \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \quad \blacksquare$$

$$P(\text{Circle of len 2}) = \frac{1}{n} \cdot \left( \binom{n}{2} \cdot 2! \cdot \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{n} \cdot n \cdot (n-1) \cdot \frac{1}{4} = (n-1) \cdot \frac{1}{4} \quad \blacksquare$$

$$\begin{aligned} P(\text{circle of len 2 or 3}) &= \frac{1}{n} \left[ \binom{n}{2} \cdot 2! \cdot \frac{1}{4} \right] + \frac{1}{n} \left[ \binom{n}{3} \cdot 3! \cdot \frac{1}{4} \right] = \\ &= (n-1) \cdot \frac{1}{4} + (n-1)(n-2) \cdot \frac{1}{4} = \\ &= (n-1) \cdot \frac{1}{4} \cdot [1 + (n-2)] = \\ &= (n-1)^2 \cdot \frac{1}{4} \quad \blacksquare \end{aligned}$$