Opgaver til lektion 4

Opgave 4.1

Beregn vha. Gauss-Jordan-metoden den inverse matrix af A og B, så vidt, de eksisterer. Hvis de ikke eksisterer, så forklar hvorfor.

$$A = \begin{Bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{Bmatrix} \qquad B = \begin{Bmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 9 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & -2 \end{Bmatrix}$$

See Kreyszig for detaljer.

Opgave 4.2

Med udgangspunkt i matrix A fra forrige opgave 3.1:

$$A = \begin{Bmatrix} -2 & -5 & 8 & 0 & -17 \\ 1 & 3 & -5 & 1 & 5 \\ 3 & 11 & -19 & 7 & 1 \\ 1 & 7 & -13 & 5 & -3 \end{Bmatrix}$$

a) Udtryk søjlevektor $\mathbf{b}_3$ i den base B der blev bestemt for søjlerummet i forrige opgave, dvs. hvad er koordinaterne, $[\mathbf{b}_3]_B$, for $\mathbf{b}_3$ udtrykt i basen B?
b) Hvad er koordinaterne for $\mathbf{b}_3$ i standardbasen (kanoniske basis E), $[\mathbf{b}_3]_E$, altså udtrykt ved søjlevektorerne i "standardkoordinatsystemet"?
c) Ortogonalisér og normalisér basen for søjlerummet; check for ortogonalitet!
d) Hvad er koordinaterne for $\mathbf{b}_3$ i den normaliserede base B?

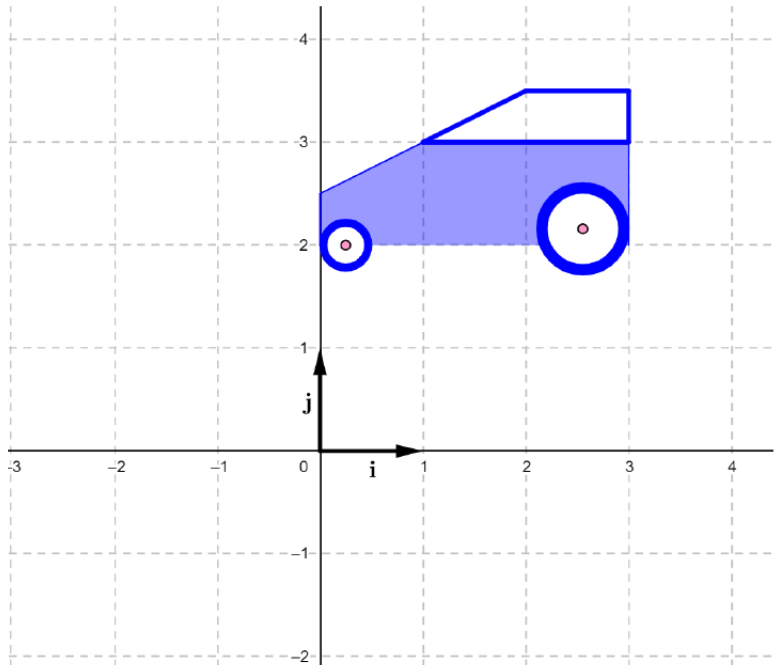
Opgave 4.3

Bestem de lineære transformationer *F* for henholdsvis en spejling i x-aksen og y-aksen, samt en skalering i x og y.

a) Hvad er repræsentationen (afbildningsmatricen) af *F*
b) Hvad er billedet af standardbasen under disse transformationer?
c) Udled afbildningsmatricen for en spejling i *x*, efterfulgt af en skalering i *y*; er denne forskellig fra en skalering i *y*, efterfulgt af en spejling i *x (”gælder den kommutative lov”)* ?

Opgave 4.4

Betragt nedenstående bil afbildet i $\mathcal{R}^2$:



a) Lav en (passende) punktrepræsentation, med $\boldsymbol{x} \in \mathcal{R}^2$, af denne så i kan lave et tilsvarende plot.

b) Bestem afbildningsmatricen til den lineære afbildning F: $\mathcal{R}^2 \to \mathcal{R}^2$, der drejer objektet 120 grader mod uret og samtidig skalerer det med en faktor 2.

c) Benyt denne transformation til at bestemme (plotte) billedet af punktrepræsentation i a); illustrér.

d) Transformationsmatrixen udtrykker billedpunkterne i en linearkombination: er punkterne udtrykt i en base? er der tale om en ortogonal transformationsmatrix?