Opgaver til lektion 1

Opgave 1.1

Givet matricerne A, B og C, beregn alle parvise produkter (hvor det giver mening) og sammenlign resultaterne:

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Gælder den kommutative lov i dette (special)tilfælde? Nej

Beregn også $B^T A^T$; stemmer resultatet overens med ovenstående? Ja, $(\bar{\bar{A}}\bar{\bar{B}})^T = \bar{\bar{B}}^T\bar{\bar{A}}^T$

Opgave 1.2

Ikea har i en bestemt populær produktkategori fem forskellige varenr. De samlede produktionsomkostninger for de fem varer er følgende (i kkr.):

Materiale	0.5	1	6	4	2
Produktion	1.5	2	9	6	5
Distribution	0.2	0.5	1	0.5	1

$\rightarrow \bar{\bar{A}}\ (3\times 5)$

De tilsvarende omsætningstal af de fem varenr. for de fire kvartaler er:

Q1	**Q2**	**Q3**	**Q4**
10	5	7	9
1	6	5	3
3	5	1	6
4	9	2	4
1	3	2	9

$\rightarrow \bar{\bar{B}}\ (5\times 4)$

a) Opstil en matrixberegning der giver de samlede produktionsomkostninger per kvartal for hver af de tre omkostningstyper.

$\bar{\bar{A}}\cdot\bar{\bar{B}}\ (3\times 4)$

b) Tilsvarende, opstil en matrixberegning der giver de samlede produktionsomkostninger per år for hver af de tre omkostningstyper.

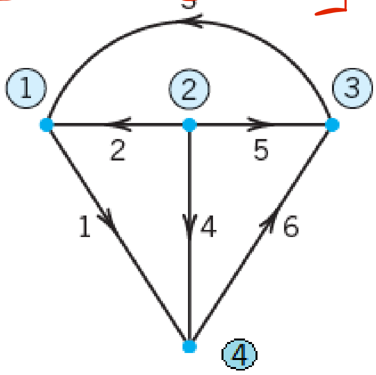
$\bar{\bar{A}}\cdot\bar{\bar{B}}\cdot\bar{1}$, $\bar{1} = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$

Lineær algebra og dynamiske systemer
ESD4/TBS

$$\bar{\bar{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 5 & 4 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

Opgave 1.3

Antag at diagrammet angiver en række tilstande, 1 til 4, og at pilene og tallene over angiver de mulige ændringer mellem tilstande samt den vægtning der er forbundet med ændringen.



Opstil overgangsmatricen (state transition matrix) hvor række/søjle-**indeks** angiver de mulige tilstande (altså, f.eks. række 3, søjle 4, angiver overgangen fra tilstand 3 til 4), mens de tilhørende elementer angiver den tilhørende vægt (antag 0 for ikke mulige ændringer).

Opgave 1.4

Beregn determinanten for matrixerne A og B.

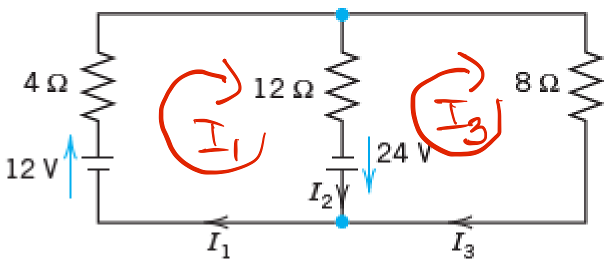
$$A = \begin{Bmatrix} 1.0 & 0.2 & 1.6 \\ 3.0 & 0.6 & 1.2 \\ 2.0 & 0.8 & 0.4 \end{Bmatrix} \qquad B = \begin{Bmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 9 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & -2 \end{Bmatrix}$$

$\Delta\bar{\bar{A}} \approx 1.44$ $\quad \Delta\bar{\bar{B}} = 1600$

Benyt co-factor expansion, henholdsvis for een vilkårlig række samt een vilkårlig søjle. Sammenlign resultaterne.

Opgave 1.5

Betragt følgende elektriske kredsløb hvor $\underline{I_1}$ er loop-strømmen i venstre strømsløjfe (loop) og $\underline{I_3}$ tilsvarende i højre strømsløjfe:



$$\begin{bmatrix} 16 & -12 \\ -12 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ -24 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{A}} \cdot \bar{I} = \bar{U}$$

Antages strømmene angivet i en vektor som $\boldsymbol{I} = [\underline{I_1}, \underline{I_3}]^T$, opstil en matrixalgebraisk ligning til bestemmelse af $\boldsymbol{I}$ (vektor). Hvad er de andre indgående matrixstørrelser i den algebraiske ligning? og hvordan ville vi benævne dem?

Opgave 1.6

Check lineær uafhængighed for vektorerne:

a) $a_1 = [-3, 6, -1, 1, -7]$, $a_2 = [1, -2, 2, 3, -1]$ og $a_3 = [2, -4, 5, 8, -4]$, $\quad a_1 = 5a_3 - 13a_2$
b) $a_1 = [-3, 1, 2]$, $a_2 = [-7, -1, -4]$, $a_3 = [6, -2, -4]$, $a_4 = [1, 3, 8]$, $a_5 = [-1, 2, 5]$ $\quad a_3 = -2a_1$

Sammenlign resultatet for de to tilfælde.

Begge er lineært afhængige

$$\forall c_i \neq 0, \sum_i c_i a_i = 0$$