

Opgaver til lektion 3

Opgave 3.1

Matrixen A er givet ved:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -5 & 8 & 0 & -17 \\ 1 & 3 & -5 & 1 & 5 \\ 3 & 11 & -19 & 7 & 1 \\ 1 & 7 & -13 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

- Rækkereducér A til echelonform.
- Find rangen af A .
- Find en base for rækkerummet.
- Find en base for søjlerummet.
- Find en base for nulrummet.
- Angiv dimensionerne af de tre rum og relater dem til antallet af søjler i A .

OBS! De to første spørgsmål er løst i forrige opgavesæt (opgave 2.1).

Opgave 3.2

Matrixen A er givet ved:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Find rangen af A .
- Find nulliteten af A (dimensionen af nulrummet).
- Find determinanten for A .
- Undersøg om de tre vektorer a, b og $(a + b)$ tilhører nulrummet for A . Vektorerne er givne ved:

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 11 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 22 \end{pmatrix}$$

Opgave 3.3

Givet følgende tre sæt af vektorer, angiv i hvert tilfælde om der er tale om et vektorrum og begrund hvorfor/hvorfor ikke. I fald der er tale om et vektorrum, angiv dimensionen heraf og en base for vektorrummet:

- alle vektorer i \mathbb{R}^2 hvorom det gælder at $|x| < 1, |y| < 1$, dvs. hvor komponenternes absolutte værdi er mindre end 1.
- alle vektorer i \mathbb{R}^3 hvorom det gælder at $2x + 3z = 0$.
- alle vektorer i \mathbb{R}^1

Opgave 3.4

Betragt alle vektorer i \mathcal{R}^3 , hvorom det gælder, at $5x - 3y + 2z = 0$

\mathcal{R}^3 står for sæt af 3 reelle tal. Dvs. det kunne være det 3-dimensionelle rum, der beskrives. Symbolerne x, y, z står for komponenterne i de angivne vektorer.

- Vis at de angivne vektorer udgør et vektorrum.
- Find dimensionen.
- Find en base.

Opgave 3.5

Betragt alle vektorer i \mathcal{R}^5 , hvorom det gælder, at de 3 første komponenter er 0.

- Vis at de angivne vektorer udgør et vektorrum.
- Find dimensionen.
- Find en base.

Opgave 3.6

Matrixen A er givet ved:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Find rangen af A .
- Find nulliteten af A (dimensionen af nulrummet).
- Find determinanten for A .
- Undersøg om de tre vektorer a, b og $(a+b)$ tilhører nulrummet for A . Vektorerne er givne ved:

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1,5 \end{pmatrix}$$

- Gentag alle de ovenstående spørgsmål for matrixen B , som er givet ved:

$$B = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$