



ÖREBRO
UNIVERSITET

Våg- och materiefysik för civilingenjörer

FY501G-0100

2018-03-14, kl. 14:15–19:15

Hjälpmedel: Skrivmateriel, lärobok¹ och miniräknare.

Betygskriterier: Skrivningens maxpoäng är 60. Samtliga deluppgifter kan ge 2 poäng och bedöms utifrån kriterier för *kunskap och förståelse; färdighet, förmåga och värderingsförmåga*; samt *skriftlig avrapportering*. För betyg 3/4/5 räcker det med 4 poäng inom vart och ett av områdena *vågrörelselära, elektromagnetism, kvantmekanik* och *materiens struktur* samt 30/40/50 poäng totalt. Detaljerna framgår av separat dokument publicerat på Blackboard.

Anvisningar: Motivera väl med sidhänvisningar och formelnummer från läroboken, redovisa alla väsentliga steg, rita tydliga figurer och svara med rätt enhet. Redovisa inte mer än en huvuduppgift per blad och lämna in i uppgiftsordning.

Skrivningsresultat: Meddelas inom 15 arbetsdagar.

Examinator: Magnus Ögren.

Lycka till!

1. Ett rep med massan 1.39 kg och båda ändarna fixerade svänger i andra ordningens stående våg (eng: *second-harmonic*). Repets position på den positiva x -axeln beskrivs av formeln

$$y(x, t) = 0.10 \sin(\pi x/2) \sin(12\pi t),$$

där $x = 0$ är repets vänstra ände. Avstånd ges i meter och tider i sekunder.

- Hur långt är repet (ett ungefärligt svar förväntas)?
 - Vad är vågfarten v ?
 - Beräkna spännkraften τ i repet.
 - Verifiera att vågen $y(x, t)$ uppfyller vågekvationen för farten från **b**).
 - Om repet istället svänger i tredje ordningens stående våg, vad blir då periodtiden T för svängningen?
2. En människa hör ljud bäst (grunden för den sk dBA skalan) om frekvenserna är av storleken $f = 2$ kHz till $f = 3$ kHz.
- Örats hörselgång går in till trumhinnan och kan liknas vid en 3.5 cm lång pipa som är sluten i ena änden. Beräkna grundtonens frekvens vid en stående ljudvåg i hörselgången.

¹*Principles of Physics* 10.th ed. Halliday, Resnick, Walker

En punktformig ljudkälla har effekten $3.00 \mu W$.

b) Vad är intensiteten 4.2 m från ljudkällan?

c) Vad är ljudnivån i dB 4.2 m från ljudkällan?

En kyrkorgel har (bla) två olika typer av pipor som vi kallar A och B. Pipa A, som är öppen i bägge ändar, har en grundfrekvens (eng: *fundamental frequency*) på 425 Hz. För pipa B, som är öppen i en ände, gäller att frekvensen för den femte ordningens stående ljudvåg (eng: *fifth-harmonic*) är den samma som frekvensen för den andra ordningens stående ljudvåg (eng: *second-harmonic*) i pipa A.

d) Hur lång är pipa A?

e) Hur lång är pipa B?

3.

a) En från gymnasiefysiken känd formel

$$F = qvB, \quad (1)$$

beskriver storleken av kraften $F = |\vec{F}|$ på en elektriskt laddad (q) partikel som rör sig med den konstanta farten $v = |\vec{v}|$ vinkelrät mot ett homogent magnetfält av styrkan $B = |\vec{B}|$. När du nu har studerat ett tag på universitetet har du haft förmånen att få lära dig nya räknesätt för vektorer som behövs för en allmän beskrivning. Visa hur formeln (1) följer av en mer generell formel i läroboken för vektorerna \vec{F} , \vec{v} och \vec{B} med hjälp av kryssprodukten, då \vec{v} och \vec{B} är vinkelräta.

b) En från gymnasiefysiken känd formel

$$F = I\ell B, \quad (2)$$

beskriver storleken av kraften $F = |\vec{F}|$ på en elektriskt rak ledare av längden $\ell = |\vec{L}|$ med likströmmen I som är orienterad (\vec{L}) vinkelrät mot ett homogent magnetfält av styrkan $B = |\vec{B}|$. Visa hur formeln (2) följer av en mer generell formel i läroboken för vektorerna \vec{F} , \vec{L} och \vec{B} med hjälp av kryssprodukten, då \vec{L} och \vec{B} är vinkelräta.

c) En från gymnasiefysiken känd formel

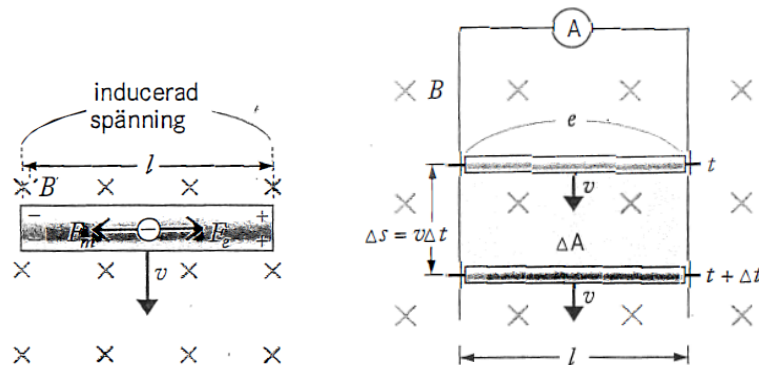
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}, \quad (3)$$

beskriver magnetfältets styrka $B = |\vec{B}|$ på avståndet R från en lång rak ledare med likströmmen I . Använd (tex) en av Maxwells ekvationer till att härleda formeln (3).

d) En från gymnasiefysiken känd formel

$$\varepsilon = \ell B v, \quad (4)$$

(“induktionsformeln”) beskriver den spänning ε (ofta kallad *elektromotorisk spänning* = eng: *emf*) som uppstår mellan ändarna på en rak elektrisk ledare av längden ℓ som rör sig med den konstanta farten $v = |\vec{v}|$ vinkelrät mot ett homogent magnetfält av styrkan $B = |\vec{B}|$, se figuren till vänster nedan.



I figuren till höger ovan, har samma elektriska ledare avbildats vid två tillfällen $t_1 = t$ samt $t_2 = t + \Delta t$. Detta leder till att arean A , innanför kretsen, som omsluter magnetfältet av styrkan B , och därmed, det magnetiska flödet $\Phi = BA$, ändrar sig med tiden. Dvs derivatan $\frac{d\Phi}{dt} \simeq \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ är inte noll. Utgå från figuren till höger ovan och visa att formeln (4) följer från följande formel

$$|\varepsilon| = \frac{d\Phi}{dt}. \quad (5)$$

e) Härled formel (5) utifrån en av Maxwells ekvationer (hämta gärna inspiration från figurerna ovan).

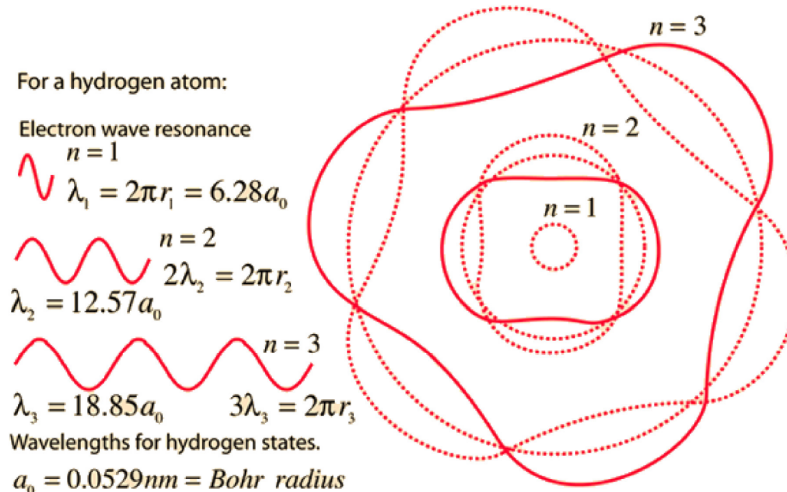
4. Vanliga laserpennor av typen som demonstrerades på F10 ger på avståndet ca 1.0 m en area i ljusstrålen i storleksordningen 1.0 mm^2 . Vi tittade under F10 på tre olika laserpennor med olika färg (röd, grön och lila) men som alla levererar en uteffekt på ca 1.0 mW.

a) Hur många fotoner per sekund sänds ut från den röda laserpennan som har våglängden $\lambda = 650 \text{ nm}$?

b) Ange den viktigaste orsaken till att ljus som kommer från en laser har en mycket välbestämd våglängd (dvs inte är en blandning av olika våglängder). Ange också en orsak till att ljus som kommer från en laser inte kan ha en hur välbestämd våglängd som helst.

- c) En vill gärna att laserstrålen skall gå rakt fram utan att bredda ut sig. Men laserpennorna vi tittade på är billiga, så redan på avståndet 5.0 m har arean för ljusstrålen ökat till storleksordningen 10.0 mm^2 för den lila lasern. Hur mycket har den lila laserns ljustryck minskat på 5.0 m avstånd jämfört med ljustrycket på 1.0 m avstånd från laserpennan?
- d) Den gröna laserns fotoner har mindre energi än den lila laserns fotoner. Trots det uppges det gröna laserljuset vara farligare för människor, förklara varför.
- e) Bryggaren Brännström skall starta ett mikro-'bryggeri' i Örebro. Hen har efter nogsamt genomförda experiment och provsmakningssessioner bestämt sig för att övervaka sockerhalten i 'mäskan' genom dess brytningsindex. Bryggaren ser i Table 33-1 i sin gamla fysikbok att brytningsindex för en 30%-ig sockerlösning är 1.38 och för en 80%-ig sockerlösning är 1.49. Bryggaren tänker att en linjär interpolation mellan de två kända brytningsindexen kommer kunna hjälpa hen att få en första uppskattning på brytningsindex för alla mellanliggande sockerhalter. Brännström finner experimentellt att en viss 'mäsk' ger totalreflektion (mot luft) vid infallsvinklar större än 45° . Vad var sockerhalten?

5. En idé som binder ihop Bohrs enkla modell med cirkulära elektronbanor med radier r_1, r_2, r_3, \dots och de Broglies materievågor illustreras nedan:



- a) Beräkna den elektrostatiska kraften mellan protonen och elektronen i en väteatom med hjälp av Coulombs lag om radien anges till (figuren) $r_1 = a_0 = 0.05292 \text{ nm}$. Konstanten a_0 kallas för Bohr-radie.
- b) Om du betraktar elektronen i a) som en klassisk partikel som utför en cirkelrörelse kring protonen med centripetalacceleration $a_c = \frac{v^2}{r}$, vad får du då för klassisk rörelsemängd $p = mv$ på elektronen?

- c) Storleken av det klassiska rörelsemängdsmomentet $L = pr_1$ för den innersta elektronen kan du nu beräkna med p från **b**). Visa att resultatet blir en heltalsmultipel, vilken, av Plancks konstant delat med 2π (dvs \hbar).
- d) Betrakta (figuren) tillståndet för den innersta elektronen som en våg med våglängden $\lambda_1 = 2\pi r_1$, dvs lika med omkretsen för den innersta banan. Visa nu att du får samma resultat som i **b**) om du räknar ut elektronens rörelsemängd med hjälp av våglängden λ_1 för materievågen och Plancks konstant.
- e) Styrkan av det magnetiska dipolmomentet, $|\vec{\mu}_{orb}|$, associerat med banrörelsemängdsmomentet (eng: *orbital magnetic dipole moment*) från **c**), kan enligt läroboken uttryckas $|\vec{\mu}_{orb}| = \frac{e}{2m} |\vec{L}_{orb}|$. Undersök om värdet på $|\vec{\mu}_{orb}|$ stämmer med vad du får om du istället betraktar strömmen associerat med elektronen som rör sig i cirkeln med radie $r_1 = a_0 = 0.05292$ nm som en klassisk strömslinga (eng: *coil carrying current*).

6. En elektron är inspärrad i en endimensionell väldigt djup brunn med dimensionen $L = 1.0 \cdot 10^{-10}$ m.

- a) Verifiera (matematiskt) att vågfunktionerna $\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$, n heltal, löser den stationära Schrödingerekvationen (eng: *Schrödinger equation for the spatial part of the wave function*) i brunnen, kommentera speciellt vad som gäller i kanterna av brunnen.
- b) Gör en skiss av sannolikhetstätheten $|\Psi(x)|^2$ för det tredje exciterade tillståndet i brunnen.

En elektron med massan m_e är inspärrad i en endimensionell väldigt djup grop, potentialen definieras av $U(x) = \frac{1}{2}m_e\omega^2x^2$ med $\omega = 1.2 \cdot 10^{16}$ s⁻¹.

- c) Verifiera att vågfunktionen för grundtillståndet $\Psi(x) = \left(\frac{m_e\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} e^{-\frac{m_e\omega x^2}{2\hbar}}$ löser den stationära Schrödingerekvationen, samt beräkna motsvarande energi (svaret bör väl vara i storleksordningen några elektronvolt!?).
- d) Sannolikhetstätheten för grundtillståndet ovan ges av $|\Psi(x)|^2$. Beräkna (approximativt) sannolikheten att finna elektronen vid en mätning i området $0.49 \cdot 10^{-10}$ m $\leq x \leq 0.51 \cdot 10^{-10}$ m.
- e) Förklara kvalitativt hur ett band (eng: *band*) av energinivåer kan uppkomma i en kristall. Du får gärna utgå ifrån en endimensionell modell med närliggande brunnar, vilka en elektron kan tunnla mellan.