

Tentamen i

Matematisk statistik och sannolikhetslära

MA506G, 2019-08-28, kl. 08:15–13:15

Hjälpmedel: Formelsamling och miniräknare med tomt minne.

Betygskriterier: Maxpoäng på tentan är 60 poäng, och den nedra gränsen för betyg k ($k \in \{3, 4, 5\}$) är $10k$ poäng.

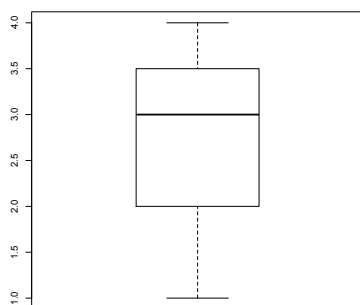
Anvisningar: Motivera väl, redovisa alla väsentliga antaganden och beräkningssteg, svara exakt. Behandla inte fler än en uppgift per blad.

Skrivningsresultat: Meddelas inom 15 arbetsdagar.

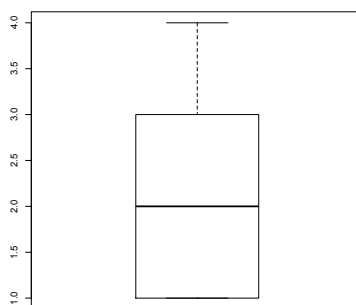
Examinator: Jens Fjelstad

Lycka till!

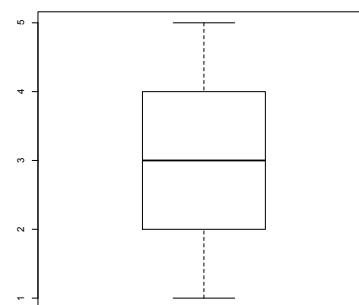
1. (a) För händelserna A och B är det givet att $P(A|B) = 0.8$, $P(A) = 0.4$, och $P(B) = 0.5$. Beräkna $P(A \cup B)$. (2p)
- (b) Vilket av lådagrammen $L1$, $L2$, eller $L3$ illustrerar datamaterialet 2, 3, 3, 1, 4, 4, 2? (2p)



$L1$



$L2$



$L3$

- (c) En slumpvariabel X har sannolikhetsfunktionen p definierad enligt (2p)

x	0	1	2	3	4	5
$p(x)$	0.1	0.1	0.6	0.05	0.1	0.05

Beräkna $P(X < 2)$.

2. Paket som levereras till ett postkontor får, p g a portoregler, väga högst 1 kg. Vikten X för ett paket (i kg) är en slumpvariabel som har täthetsfunktion

$$f(x) = 6x - 6x^2, \quad 0 < x < 1.$$

- (a) Beräkna väntevärdet och variansen för X . (4p)
- (b) Leveransen består av 500 paket. Vad är sannolikheten att paketen tillsammans väger mer än 280 kg? (4p)
- (c) Bestäm fördelningsfunktionen $F_X(x)$. (2p)
3. Ett parti med 10000 komponenter levereras till en köpare som kontrollerar leveransen enligt följande schema. (10p)

Först tas ett stickprov bestående av 50 komponenter (utan återläggning) för provtagning. Om alla är felfria så godkänns hela partiet, och om tre eller fler enheter är defekta så underkänns det. Om en eller två komponenter är defekta så tas ett nytt stickprov bestående av 25 komponenter. Om alla dessa är felfria så godkänns hela partiet, annars underkänns det.

Om partiet innehåller 500 defekta komponenter, vad är då sannolikheten att det godkänns?

4. En tvådimensionell slumpvariabel (X, Y) är likformigt fördelad på triangelskivan med hörn i punkterna $(0, 0)$, $(1, 0)$, och $(0, 1)$.
- (a) Bestäm täthetsfunktionen $f_{X,Y}(x, y)$. (2p)
- (b) Beräkna de marginella täthetsfunktionerna $f_X(x)$ och $f_Y(y)$. (4p)
- (c) Bestäm $C(X, Y)$. Är X och Y oberoende? (4p)
5. Vikten hos en viss sorts apelsiner har väntevärde μ och standardavvikelse σ . För att skatta μ och σ vägs några påsar med olika många apelsiner i. Påsarnas vikter och mätfelet vid vägningarna kan försummas. De olika apelsinernas vikter kan anses vara oberoende. Resultatet av vägningarna är

Påse nr.	antal apelsiner	vikt (g)
1	4	760
2	5	1030
3	3	610
4	6	1150
6	5	970

- (a) Bestäm minstakvadrat-skattningen av μ . (6p)
- (b) Ange en väntevärdesriktig skattning av σ^2 . (6p)
6. Åtta jorgubbsplantor väljs ut och mängden mogna jordgubbar (enhet gram) under en säsong hos respektive planta räknas med följande resultat

130 117 165 172 126 201 153 100.

- (a) Du vill visa att väntevärdet för mängden jorgubbar som produceras per planta (6p)
är mindre än 175 g. Under antagande om normalfördelning, ställ upp noll-
hypotes och alternativ hypotes och genomför sedan beräkningarna. Använd
 $\alpha = 0.01$.
- (b) Bestäm ett konfidensintervall med konfidensgrad 95% för variansen av mängden (6p)
jordgubbar.