ÖREBRO UNIVERSITET

LÖSNINGSFÖRSLAG:

Våg- och materiefysik för civilingenjörer

FY501G-0100

2023-01-09, kl. 14:15-19:15

Hjälpmedel: Skrivmateriel, lärobok[1] och miniräknare.

Betygskriterier: Skrivningens maxpoäng är 60. Samtliga deluppgifter kan ge 5 poäng och bedöms utifrån kriterier för *kunskap och förståelse*; *färdighet, förmåga och värderingsförmåga;* samt *skriftlig avrapportering*. För betyg 3/4/5 räcker det med 4 poäng inom vart och ett av områdena *vågrörelselära*, *elektromagnetism*, *kvantmekanik och materiens struktur* samt 30/40/50 poäng totalt. Detaljerna framgår av separat dokument publicerat på Blackboard.

Anvisningar: Motivera väl med sidhänvisningar och formelnummer från läroboken, redovisa alla väsentliga steg, rita tydliga figurer och svara med rätt enhet. Skriv din ladokkod i hörnet uppe till höger på varje sida. Redovisa inte mer än en huvuduppgift per sida och scanna in i uppgiftsordning i god tid.

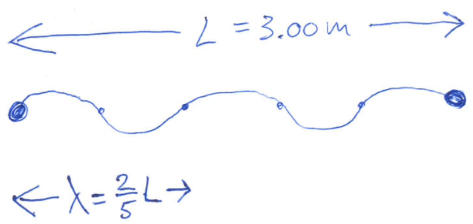
Skrivningsresultat: Meddelas inom 15 arbetsdagar.

Examinator: Magnus Ögren.

Lycka till!

---

1. a) Vi fördelar 4 noder jämt mellan ändpunkterna på den $L = 3.00$ m långa strängen. Enligt (16-60) kan vi för en konstant tid $t = t_0$ skriva den stående vågen $y(x) = 2y_m \cos(\omega t_0) \sin(kx) = A_{t_0} \sin(kx)$ där A_{t_0} är en amplitud. Tex kan det då se ut så här:



Då avståndet mellan två noder motsvarar en halv våglängd, kan vi beräkna våglängden enligt $5\lambda/2 = L \Rightarrow \lambda = 2L/5 = 6/5 = 1.20$ m.

Svar a): Se skiss, våglängden är 1.20 m.

b) Vi börjar med formel (16-13) $v = f\lambda = 50.0 \cdot 2L/5 = 60.0$ m/s. Vi jämför nu med formel (16-26) $v = \sqrt{\tau/\mu} = \sqrt{\tau/(m/L)} = \sqrt{12/(10.0 \cdot 10^{-3}/3.00)} = \sqrt{3.6 \cdot 10^3} = 60$ m/s.

Svar b): Vi får $v = 60$ m/s i båda fallen.

---

[1] *Principles of Physics* 10.th ed. Halliday, Resnick, Walker

2.

a) Grundtonens frekvens uppfyller $f = \frac{v}{4L} = \frac{343}{4 \cdot 0.035} = 2450$ Hz (17-41). **Svar a):** Grundtonens frekvens i hörselgången på en människa är ca $f = 2.5$ kHz.

b

(~~a~~) The intensity is given by $I = P/4\pi r^2$ when the source is "point-like." Therefore, at $r = 4.20$ m,

$$I = \frac{3.00\times10^{-6}\ \text{W}}{4\pi(4.20\ \text{m})^2} = 1.35\times10^{-8}\ \text{W/m}^2.$$

c

(~~b~~) The sound level there is

$$\beta = (10\ \text{dB})\log\left(\frac{1.35\times10^{-8}\ \text{W/m}^2}{1.00\times10^{-12}\ \text{W/m}^2}\right) = 41.3\ \text{dB}.$$

3. a) Om den elektriska fältstyrkan $\left|\vec{E}\right|$ är 5.0 N/C i punkten B, blir den $E_A = 10$ N/C i punkten A. Storleken på den elektriska kraften på en partikel med laddningen $q_0 = 2.0$ C i punkten A blir då enligt (22-1) $F = E_A q_0 = 20$ N. Riktningen för kraften blir till vänster i bild, detta då kraftriktningen på en positivt laddad partikel är den samma som riktningen på fältlinjerna (se bilden).

Svar a): Vi får en kraft av storleken 20 N riktad åt vänster.

b) Om vi använder Gauss sats för elektriska fält (23-7) kan vi beräkna den totala elektriska laddningen inuti kuben q_{enc} enligt följande ytintegral

$$q_{enc} = \varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}. \tag{1}$$

För den kubiska geometrin här kan ytintegralen delas upp i 6 termer, en för varje sida på kuben. Varje sida har då storleken $\left|d\vec{A}_j\right| = 2.0^2 = 4.0$ m^2, och riktningen på vektorn $d\vec{A}_j$ blir (tex) $\pm\vec{e}_x$ för $j = 1, 2$ (där $\vec{e}_x = (1, 0, 0)$ är enhetsvektorn längs med x-axeln); $\pm\vec{e}_y$ för $j = 3, 4$; $\pm\vec{e}_z$ för $j = 5, 6$. Den totala ytintegralen (1) blir

$$q_{enc} = \varepsilon_0 \sum_{j=1}^{6} \vec{E}_j \cdot d\vec{A}_j = 4.0\varepsilon_0 \left((1, 0, |z|) \cdot (1, 0, 0) + (1, 0, |z|) \cdot (-1, 0, 0) + (|x-2|, 0, |z|) \cdot (0, 1, 0)\right.$$

$$\left. + (|x-2|, 0, |z|) \cdot (0, -1, 0) + (|x-2|, 0, 2) \cdot (0, 0, 1) + (|x-2|, 0, 0) \cdot (0, 0, -1)\right) = 8\varepsilon_0 = 7.0832\cdot10^{-11}, \tag{2}$$

där endast en av de 6 termerna bidragit till integralens värde. **Svar b):** Den totala elektriska laddningen inne i kuben är $7.1 \cdot 10^{-11}$ C.

4.

a) En foton motsvarar energin $E = hf = hc/\lambda = 6.626{\cdot}10^{-34}{\cdot}2.998{\cdot}10^{8}/\left(650 \cdot 10^{-9}\right) = 3.056 \cdot 10^{-19}$ J. Om effekten för lasern är $P = 1.0\ [mW] = 1.0 \cdot 10^{-3}\ [J/s]$, betyder det att antalet fotoner är $N = \frac{P}{E} = \frac{1.0 \cdot 10^{-3}\ [J/s]}{3.056 \cdot 10^{-19}\ [J]} = 3.3 \cdot 10^{15}$ per sekund. **Svar a):** Det sänds ut $3.3 \cdot 10^{15}$ fotoner per sekund.

b) Om vi betraktar laserljuset som en EM-våg blir enligt (33-32) kraften $F = \frac{IA}{c}$, där effekten är $P = IA = 1.0 \cdot 10^{-3}$ W, så vi får trycket $p = \frac{F}{A} = \frac{P}{Ac}$. Om nu arean för ljusstrålen ökat med en faktor $\frac{10.0\ mm^2}{1.0\ mm^2} = 10$. **Svar b):** Ljustrycket från den lila lasern minskar med en faktor 10.

c) Det mänskliga ögat är känsligast för grönt ljus, se tex figur 33-2.

5.

a) Storleken av kraften är $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_1^2} = \frac{1}{4\pi{\cdot}8.854{\cdot}10^{-12}}\frac{\left(1.602{\cdot}10^{-19}\right)^2}{(0.05292{\cdot}10^{-9})^2} = 8.236 \cdot 10^{-8}$ N, (22-1) kombinerat med (22-3). **Svar a):** Kraften mellan protonen och elektronen har storleken $8.236 \cdot 10^{-8}$ N.

b) Enligt Newtons andra lag gäller $F = ma_c = mv^2/r_1$. Storleken av rörelsemängden är då $p = mv = \sqrt{r_1 F m} = e\sqrt{\frac{m}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_1}} = 1.993 \cdot 10^{-24}$ kgm/s, **Svar b):** Rörelsemängden för elektronen är $1.993 \cdot 10^{-24}$ kgm/s.

c) Storleken av rörelsemängdsmomentet är $pr_1 = e\sqrt{\frac{mr_1}{4\pi\varepsilon_0}} = 1.993 \cdot 10^{-24} \cdot 0.05292 \cdot 10^{-9} = 1.054 \cdot 10^{-34}\ Js = 1 \cdot \hbar$, **Svar c):** Heltalet är 1.

d) Enligt de Broglie gäller (38-17) $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi r_1} = \frac{\hbar}{r_1}$, vilket stämmer med **b)** och **c)** ovan. **Svar d):** Rörelsemängden för elektronen är $1.993 \cdot 10^{-24}$ kgm/s.

e) Om farten är $v = p/m$ så passerar elektronen ett varv på tiden $t = s/v = 2\pi r_1 m/p$. Strömmen är antalet laddningar som passerar ett tvärsnitt av slingan per sekund dvs $i = \frac{e}{t} = \frac{ep}{2\pi r_1 m} = \frac{e^2}{\sqrt{16\pi^3\varepsilon_0 r_1^3 m}} = 1.054 \cdot 10^{-3}$ A. Nu ger (28-35) $\mu = NiA = 1 \cdot i \cdot \pi r_1^2 = \frac{e^2\sqrt{r_1}}{\sqrt{16\pi\varepsilon_0 m}} = 9.272 \cdot 10^{-24}$ Am^2. Jämför med $\mu_{orb} = \frac{e}{2m}\hbar = 9.273 \cdot 10^{-24}$ Am^2 (den sk Bohr magnetonen). **Alternativt** skriver vi om strömmen på formen $i = \frac{e}{t} = \frac{ep}{2\pi r_1 m} = \frac{emvr_1}{2\pi r_1^2 m} = \frac{e}{2m}\frac{L}{A}$, så att vi direkt ser att $\mu = iA = \frac{e}{2m}L$. **Svar e):** Värdet på det magnetiska dipolmomentet för elektronen blir samma om vi beräknar det klassiskt.

6. a) Enligt (39-20) ges energinivåerna av

$$E_{n_x,n_y} = \frac{h^2}{8m}\left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2}\right) = \frac{h^2}{8mL_x^2}\left(n_x^2 + \frac{L_x^2 n_y^2}{L_y^2}\right) = \frac{h^2}{8mL_x^2}\left(n_x^2 + 4n_y^2\right), \qquad (3)$$

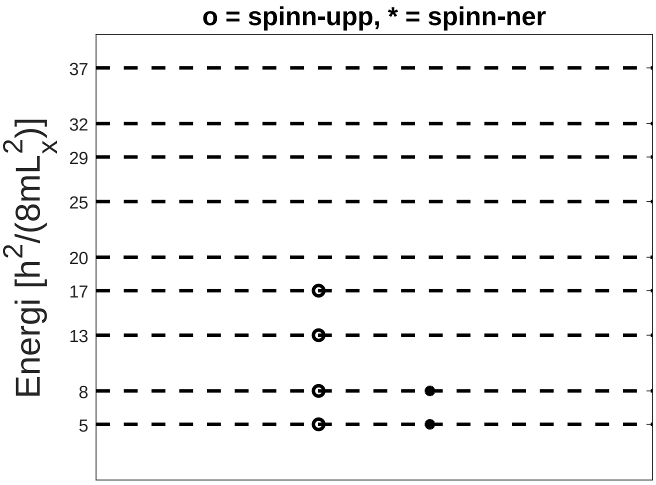
för denna lådpotential.

I tabellen nedan har vi räknat ut de 10 lägsta energinivåerna E i enheten $h^2/\left(8mL_x^2\right)$:

E	5	8	13	17	20	25	29	32	37	40
n_x	1	2	3	1	4(2)	3	5	4	1	2(6)
n_y	1	1	1	2	1(2)	2	1	2	3	3(1)

Svar a): Se tabellen.

b) Nedan ser vi ett energinivådiagram enligt tabellen i **a)** där vi placerat ut 4 st spinn-upp ($\uparrow$) elektroner och 2 st spinn-ner ($\downarrow$) elektroner.



Energin för mångpartikel-grundtillståndet är $E_{tot} = \frac{h^2}{8mL_x^2}\left(2 \cdot 5 + 2 \cdot 8 + 13 + 17\right) = 56\frac{h^2}{8mL_x^2} = 56\frac{\left(6.626 \cdot 10^{-34}\right)^2}{8 \cdot 9.109 \cdot 10^{-31} \cdot \left(2.0 \cdot 10^{-9}\right)^2} = 8.4349 \cdot 10^{-19}\ J.$

Svar b): Se diagrammet ovan, vilket svarar mot energin $8.4 \cdot 10^{-19}$ J.