

Test 1 - Behandlas på räkneövningen fredag vecka 5

Testet är uppbyggt av uppgifter från de moment som behandlats under vecka 4 och fram till onsdag vecka 5. Tills på fredag förväntas ni gjort egna lösningar på uppgifterna nedan. Läraren kommer att dela in er i grupper där ni första timmen reder ut eventuella frågetecken eller få syn på vad som kan behöva redas ut ytterligare. Läraren bistår sedan i att sammanfatta och tillsammans med er reda ut eventuella frågetecken andra timmen på räkneövningen. Det som reds ut beror mycket på vad ni som studenter bidrar med i form av frågor och förslag på lösningar. Det är därför viktigt att vi antränger oss för att få till en stämning där alla vill och vågar dela med sig av sina matematiska idéer. Till exempel förväntas att vi alla är på plats när passet börjar, stannar kvar hela passet och att frågor från studiekamrater möts med nyfikenhet. Det kommer inte läggas ut några lösningar på blackboard så vi räknar med hög närvaro och aktivt deltagande.

- (1) Bestäm n så att

$$\sum_{i=3}^n (i^2 - i) = 68.$$

Kan du hitta flera olika strategier för att lösa uppgiften? Gör justeringar av uppgiften för att se vilken strategi som är lämpligast vid justeringen.

- (2) Ge exempel på en funktion $f(x)$ med intervall $[a, b]$ där vänstersumman är densamma som antingen över- eller undersumman för varje val av indelning. Ge därefter ett exempel på en funktion $g(x)$ och intervall $[c, d]$ där det finns indelning sådan att vänstersumman varken är densamma som över- eller undersumman. Går det i detta fall att avgränsa intervallet till någon del där vänstersumman är densamma som över- eller undersumman?

- (3) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n} \sum_{i=1}^n \left(2 + \frac{3i}{n} \right)^3$$

och ge exempel på en integral som kan relateras till Riemannsumman som är i gränsvärdet ovan. Är det en höger- eller vänstersumma till den integral som du utgår från?

- (4) Bestäm medelvärdet av $f(x) = \sin(x) \cos(x)$ på intervallet $0 \leq x \leq \pi/2$. Illustrera grafiskt hur medelvärdet kan relateras till arean av det område som begränsas av $y = f(x)$ och $y = 0$ på intervallet $0 \leq x \leq \pi/2$. Vad händer om vi byter ut funktionen till $f(x) = \tan(x)$ och intervallet till $0 \leq x \leq \pi/4$?

- (5) Ange lämplig strategi för att beräkna integralen

$$\int x^2 (x^3 + 1)^n dx$$

om n är ett positivt heltal. Kan du använda samma strategi om n antas vara ett reellt tal? Vad händer till exempel om $n = 1/2$ eller $n = -2$?

- (6) Låt $g(x) = \int_0^x (2 \cos(t) + 1) dt$ där $0 \leq x \leq \pi$. Lös ekvationen $g'(x) = 0$. Vad händer med $g'(x)$ om övre gränsen x i integralen ersätts med x^2 eller \sqrt{x} ?

- (7) Bestäm a så att

$$\int_a^4 |2x - 6| dx = 2.$$

Kan du använda grafen till $y = |2x - 6|$ för att lösa uppgiften? Eller använde du någon annan strategi och i så fall vilken?

- (8) En bil färdas med hastighet v_0 m/s när den tvingas tvärbromsa. Under inbromsningen antar vi att bromskraften är konstant, dvs att accelerationen är konstant $-k$ m/s². Bestäm bilens hastighet v som funktion av tiden. Hur lång tid tar det innan bilen stannar? Hur lång är bromssträckan? Hur förändras bromssträckan om bilen från början färdas med dubbla hastigheten?