Formelsamling för Optimering

Mårten Gulliksson

December 14, 2021

Konvex funktion och konvex mängd

En funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ är konvex om det på dess tillåtna mängd X, för varje val av $\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)} \in X$ gäller att

$$f(\lambda\mathbf{x}^{(1)} + (1-\lambda)\mathbf{x}^{(2)}) \leq \lambda f(\mathbf{x}^{(1)}) + (1-\lambda) f(\mathbf{x}^{(2)}),\ 0 \leq \lambda \leq 1.$$

En mängd $X \subseteq \mathbb{R}^n$ är konvex om det för vaje val $\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)} \in X$ gäller att

$$\lambda\mathbf{x}^{(1)} + (1-\lambda)\mathbf{x}^{(2)}) \in X,\ 0 \leq \lambda \leq 1.$$

Linjärprogrammering

Initialtablå förenklad uppställning

basvar	z	$\mathbf{x}_B^T$	$\mathbf{x}_N^T$	$\mathbf{x}_S^T$	$\bar{\mathbf{b}}$
z	1	$-\mathbf{c}_B^T$	$-\mathbf{c}_N^T$	$\mathbf{0}^T$	0
$\mathbf{x}_S$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{B}$	$\mathbf{N}$	$\mathbf{I}$	$\mathbf{b}$

(1)

Sluttablå förenklad uppställning

basvar	z	$\mathbf{x}_B^T$	$\mathbf{x}_N^T$	$\mathbf{x}_S^T$	$\bar{\mathbf{b}}$
z	1	$\mathbf{0}^T$	$-(\mathbf{c}_N^T - \mathbf{c}_B^T\mathbf{B}^{-1}\mathbf{N})$	$\mathbf{c}_B^T\mathbf{B}^{-1}$	$\mathbf{c}_B^T\mathbf{B}^{-1}\mathbf{b}$
$\mathbf{x}_B$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{I}$	$\mathbf{B}^{-1}\mathbf{N}$	$\mathbf{B}^{-1}$	$\mathbf{B}^{-1}\mathbf{b}$

(2)

KKT-villkor

$$\nabla f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{m} v_i \nabla g_i(\mathbf{x}) \tag{3}$$

$$v_i \geq 0,\ i = 1, \ldots, m \tag{4}$$

$$g_i(\mathbf{x}) \leq b_i,\ i = 1, \ldots, m \tag{5}$$

$$v_i(b_i - g_i(\mathbf{x})) = 0,\ i = 1, \ldots, m \tag{6}$$

Problemtyp	$\leq -$villkor	$\geq -$villkor	$= -$villkor
Minproblem	$v_i \leq 0$	$v_i \geq 0$	v_i fri
Maxproblem	$v_i \geq 0$	$v_i \leq 0$	v_i fri

(7)

Sökmetoder

Gradientmetoden

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} - t_k \nabla f(\mathbf{x}^{(k)}) \tag{8}$$

Newtons metod

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + t_k \mathbf{d}^{(k)}, H(\mathbf{x}^{(k)})\mathbf{d} = -\nabla f(\mathbf{x}^{(k)}) \tag{9}$$