

Datorövningar ht 2019

Linjär algebra för civilingenjörer

1 Kursmomentets syften och upplägg

Kursmomentet *Datorstödda beräkningar* omfattar 1,5 hp. Undervisningen består av 8 övningar i datorsal; 6 av dessa är handledningstillfällen och 2 är avsatta för redovisning.

Kursmomentet har två syften; det ska vara en introduktion till att arbeta med programvaran MATLAB, men dessutom ska momentet ge övning till att lösa matematiska problem inom linjär algebra med datorverktyg. För att uppnå båda syftena är momentet indelad i två delar, en introduktion till MATLAB och ett fördjupningsprojekt i grupp. Båda delarna examineras via redovisning, och godkänt betyg på kursmomentet *Datorstödda beräkningar* kräver godkänt på båda delar.

2 Del 1 – Introduktion till MATLAB

Som en introduktion till MATLAB får du i uppdrag att sätta dig in i vissa delar, preciserade här nedanför, av kompendiet [\[MLintro\]](#). Examinationsuppgiften består i att lösa ett antal övningsuppgifter, vilka redovisas individuellt under den fjärde datorövningen (6/12 för Datateknik, 10/12 för Industriell Ekonomi).

Innehåll

Din uppgift är att sätta dig in i de största delarna av kapitel 2, 3, 5, och 6 i [\[MLintro\]](#), samt dessutom extramaterialet som finns i slutet av detta dokument. Det som inte ingår ur [\[MLintro\]](#) är de delar som handlar om att illustrera funktioner av flera variabler, dvs kapitel 4 och delar av kapitel 5, och de delarna ur kapitel 6 som handlar om moment som vi ännu inte hunnit till i kursen: egenvärden och egenvektorer samt linjära avbildningar.

Du ska efter del 1 kunna använda MATLAB för att utföra beräkningar och göra grafiska illustrationer (framför allt rita grafer) direkt i MATLABs Kommandotolk och genom att skriva kortare skript. Du ska också förstå skillnaden mellan att arbeta med flyttal och exakt (*symboliskt*) i MATLAB, och i vilka situationer något av dessa är att föredra.

Obligatoriska övningsuppgifter

Du ska lösa följande övningsuppgifter.

1. [MLintro, kap. 3]: 3.1, 3.2
2. [MLintro, kap. 5]: 5.1, 5.2, 5.4
3. [MLintro, kap. 6]: 6.1, 6.2, 6.5, 6.6
4. Du ska här bestämma avståndet mellan två linjer, och illustrera resultatet i en figur.
 - (a) Rita i en figur (segment av) linjerna

$$\ell_1 : (x, y, z) = (1, 0, -2) + s(1, 2, 3), \quad s \in \mathbb{R}$$

$$\ell_2 : (x, y, z) = (2, 5, -1) + t(1, 1, 1), \quad t \in \mathbb{R}.$$

- (b) Bestäm en (nollskild) vektor \vec{n} ortogonal mot både ℓ_1 och ℓ_2 .
- (c) Betrakta linjen $\ell_3 : (x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + r\vec{n}$, $r \in \mathbb{R}$. Bestäm x_0 , y_0 , och z_0 så att ℓ_3 skär både ℓ_1 och ℓ_2 . En möjlig metod är att låta (x_0, y_0, z_0) vara en punkt på någon av linjerna ℓ_1 eller ℓ_2 , och sedan formuera en ekvation som kräver att den andra linjen skär ℓ_3 .
- (d) Rita i figuren det segmentet av linjen ℓ_3 som sträcker sig mellan ℓ_1 och ℓ_2 . Beräkna längden på linjesegmentet.

Examination

Innan examinationen ska du ha löst alla uppgifter i listan ovan, och du ska via epost ha skickat en m-fil till övningsledaren innehållande skripten till alla lösningar. De olika uppgifterna ska vara väl avgränsade, och varje skript ska vara lätt att följa med förklarande kommentarer när det är nödvändigt.

Examinationen sker individuellt vid datorterminal. Övningsledaren väljer ut en av uppgifterna på listan som du får redovisa muntligt.

Tänk på att redovisningen handlar om att du ska visa att du förstår hur skriptet du skrivit löser övningsuppgiften, vilket speciellt innebär att du måste förstå uppgiften i sig. Det handlar alltså inte om att visa upp ett skript som när det körs ger svaret på uppgiften.

Tänk också på att för att alla ska hinna redovisa krävs att du är effektiv. Se därför till att du är väl förberedd när det är din tur, det bör gå snabbt att få fram det relevanta skriptet och en snabb titt på uppgiftstexten ska vara tillräckligt för att påminna dig om vad uppgiften handlar om.

Det är ok att arbeta tillsammans i par, men kopiering av MATLAB-kod med större spridning än så tillåts ej. Även om ni arbetar tillsammans så sker redovisningen individuellt, och båda ska förstås kunna förklara alla delar av lösningen.

Om du inte är godkänd efter det ordinarie examinationstillfället så hänvisas du till ett uppsamlingstillfälle som vid behov schemaläggs mot slutet av kursen. Om du efter två uppsamlingstillfällen inte har godkänt så får du göra om hela kursmomentet vid ett senare kurstillfälle.

3 Del 2 – Fördjupningsarbete

Del 2 av kursmomentet, som sätter igång i och med datorövningen den 12/12 (Industriell Ekonomi) respektive 13/12 (Datateknik), består av en fördjupningsuppgift som utförs i grupper om 3–5 personer. Ni delar själva in er i grupper, och meddelar detta till övningsledaren senast vid den datorövning då del 2 startar. Fördjupningsuppgiften kräver mer självständigt arbete än resten av kursen, så även om du får handledning bör du tänka på att du inte kan räkna med lika utförlig hjälp som i övriga kursmoment.

Uppgift

Som ämne för fördjupningsuppgiften kan din grupp till exempel välja ett av avsnitten i [AR, kap. 10], men det är också möjligt att välja något helt annat. Kapitel 10 innehåller 20 avsnitt, och därmed 20 olika ämnen. En begränsning är att högst två grupper ur samma program (Datateknik respektive Industriell Ekonomi) får välja samma avsnitt, och principen för fördelning av ämnen är först till kvarn. Varje grupp ska ha valt, och meddelat val av, ämne senast under den första datorövningen under del 2 (dvs 12/12 resp. 13/12).

Om din grupp väljer det första alternativet (ett avsnitt ur kap. 10 i kursboken) så blir er uppgift blir att sätta er in i det avsnittet behandlar (läsa texten och lösa tillräckligt många övningsuppgifter för att var och en ska förstå området väl), samt att lösa de övningsuppgifter i slutet av avsnittet som kallas *Technology Exercises*. De senare ska lösas m h a MATLAB, men oftast krävs det en kombination av MATLAB och traditionellt arbete med papper och penna. Det är förstås tillåtet att också söka information ur andra källor än [AR].

Om din grupp istället väljer ett annat ämne så måste ni ha fått ett godkännande av övningsledaren *innan* del 2 startar, vänta inte för länge med att fråga. För att kunna ta ställning i frågan måste det förutom ämnet också framgå vilka källor ni planerar använda och på vilket sätt MATLAB är tänkt att användas. Tänkbara ämnen inkluderar affina avbildningar med tillämpningar i robotik, eller kvaternioner istället för 3x3-matriser för implementering av rotationer i rummet.

Examination

Examinationstillfälle är den schemalagda datorövningen den 10 januari. Senast den 8 januari lämnas via epost en kort (2-5 sidor) skriftlig rapport in tillsammans med all matlabkod, företrädesvis som en enskild m-fil. I den skriftliga rapporten ska finnas:

1. en kort sammanfattning av materialet ni satt er in i (den teoretiska bakgrunden),
2. ett avsnitt som förklarar hur arbetet har delats upp mellan gruppmedlemmarna, och
3. era lösningar av de obligatoriska “Technology exercises” (den information som behövs utöver Matlabkoden för att kunna följa lösningarna).

Detta är ett minimum, ni får förstås inkludera mer än så (se inte heller 5 sidor som en skarp övre gräns för hur lång rapporten får vara).

Varje grupp ger en muntlig presentation på 5-7 minuter som kort förklarar ämnet för uppgiften och era resultat. Använd gärna dator under presentationen. Övningsledaren ställer sedan några frågor med följande fokus:

- Ämnet för uppgiften som det är beskrivet i den litteratur ni använt (t.ex. ett avsnitt ur kap. 10 i kursboken).
- Hur de uppgifter ni löst är relaterade till ämnet för fördjupningsuppgiften.
- Hur uppgifterna löses med MATLAB.

Fördjupningsuppgiften anses godkänd om uppgifterna är lösta, och om rapporten och den muntliga presentationen inklusive svaren på övningsledarens frågor visar på förståelse av ämnet och metoder.

Om du inte är godkänd efter ordinarie examinationstillfälle så erbjuds du en extra-uppgift till ett uppsamlingstillfälle mot slutet av kursen. I likhet med del 1 så hänvisas du till en senare kursomgång om du inte är godkänd efter två uppsamlingstillfällen.

4 Tillägg till “Introduktion till Matlab”

Att modifiera figurer

I [MLintro, kap. 4] finns en del kortfattad information om hur du lägger till titel, etiketter på koordinataxlarna, och på andra sätt modifierar figurer du ritat i MATLAB. Läs MATLABs dokumentation om `title`, `xlabel`, `ylabel`, `axis`, `grid`, och `legend`.

Linjer på parameterform

Låt ℓ vara linjen

$$\ell : \overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OP} + t\vec{v}, \quad t \in \mathbb{R}$$

i två eller tre dimensioner, då är det lätt att illustrera denna, eller åtminstone ett segment av den, i MATLAB.

Säg att $P : (1, 2)$ och $\vec{v} = (-3, -1)$, dvs

$$\ell : (x, y) = (1, 2) + t(-3, -1) = (1 - 3t, 2 - t), \quad t \in \mathbb{R}$$

Segmentet av linjen som svarar mot $t \in [-4, 4]$ ritas vi t.ex. via

```
t=linspace(-4,4,20);
plot(1-3*t,2-t)
```

Samma linje ritas symboliskt via

```
syms s
fplot(1-3*s,2-s,[-4,4])
```

I tre dimensioner är motsvarande kommandon `plot3` respektive `fplot3`. Lnjen

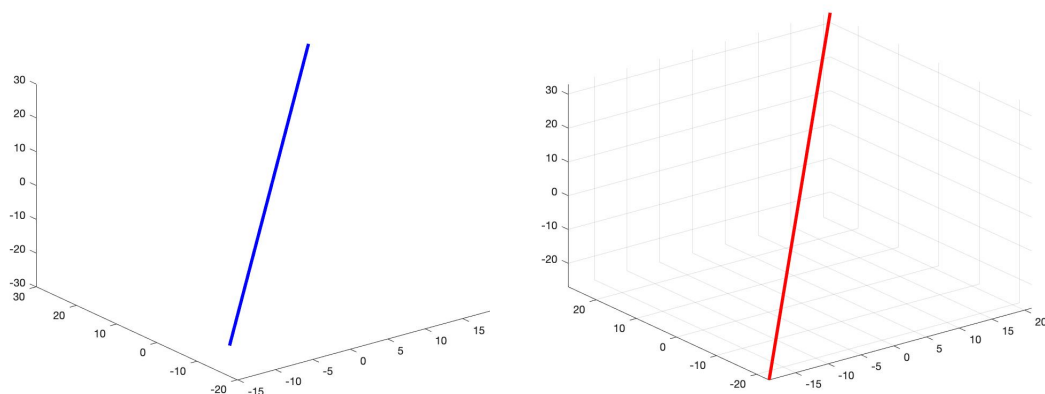
$$\ell' : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(4, 5, 6) = (1 + 4t, 2 + 5t, 3 + 6t), \quad t \in \mathbb{R},$$

fast än en gång egentligen bara ett segment av linjen, illustreras med följande numeriska respektive symboliska metoder.

```
t=linspace(-4,4,20);
plot3(1+4*t,2+5*t,3+6*t,'b','linewidth',3)
```

```
syms s
fplot3(1+4*s,2+5*s,3+6*s,'r','linewidth',3)
```

Tilläggen till de två `plot`-kommandona inkluderades för bättre synlighet och för att du ska kunna identifiera vilket av skripten som svarar mot vilken graf i Figur 1. Faktum är



Figur 1: Samma linje ritad numeriskt respektive symboliskt.

att den symboliska metoden att rita linjer på parameterform funkar också för att rita plan. De två kommandon du kan använda heter `fmesh` och `fsurf`, och fungerar ungefär på samma sätt. Följande skript illustrerar hur planet

$$\Pi : (x, y, z) = (1, 2, 3) + s(1, -1, 0) + t(0, 1, -1) = (1 + s, 2 - s + t, 3 - t), \quad s, t \in \mathbb{R}$$

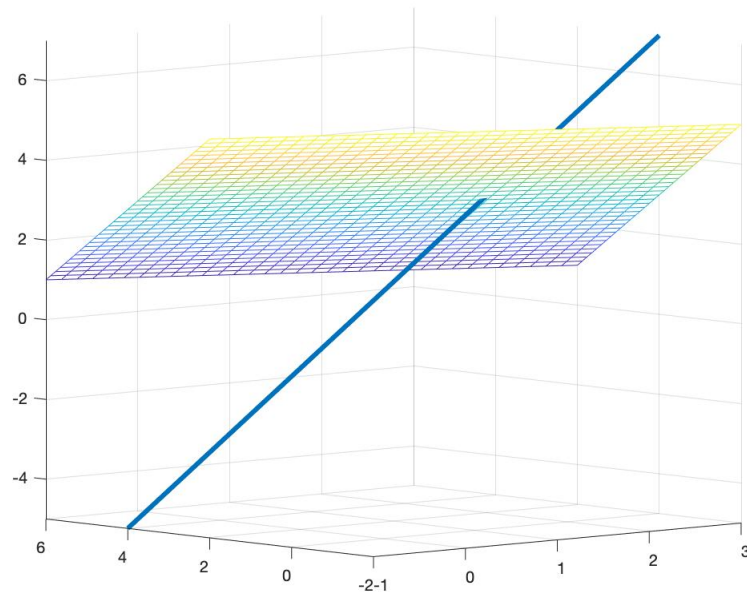
och linjen

$$\ell : (x, y, z) = (1, 2, 1) + s(1, -1, 3) = (1 + s, 2 - s, 1 + 3s), \quad s \in \mathbb{R}$$

kan ritas i samma figur.

```
syms s t
fmesh(1+s, 2+t-s, 3-t, [-2 2 -2 2])
hold on
fplot3(1+s, 2-s, 1+3*s, [-2 2], 'linewidth', 3)
```

Resultatet visas i Figur 2.



Figur 2: Ett plan ritat m h a fmesh och en linje. Kommandot fsurf ger liknande resultat, prova.

Referenser

[AR] H. Anton, C. Rorres, *Elementary Linear Algebra with Supplemental Applications*, 11th Edition, Wiley (2014)

[MLintro] J. Fjelstad *Introduktion till Matlab*, Kompendium (2019)