



ÖREBRO
UNIVERSITET

Tentamen i Funktioner och derivator

MA502G

2019-01-12, kl. 08:15–13:15

Hjälpmedel: Skrivdon (penna, sudd, linjal, gradskiva)

Betygskriterier: Framgår av separat dokument publicerat på Blackboard. Totalt kan man få 60 poäng. Uppgifterna på Del 1 är uppdelade i de tre huvudområdena Algebra, Funktioner, och Derivator, och kan tillsammans ge 12 poäng per huvudområde. Uppgifterna på Del 2 kan tillsammans ge 24 poäng. För betyg 3/4/5 krävs 3/4/5 poäng per huvudområde på Del 1 och 30/40/50 poäng totalt.

Anvisningar: Motivera väl, redovisa alla väsentliga beräkningssteg och svara exakt. Svara på högst en uppgift per blad.

Skrivningsresultat: Meddelas inom 15 arbetsdagar.

Examinator: Jens Fjelstad

Lycka till!

Del 1

Algebra

- Gör *en* av följande uppgifter; lämna *inte* in lösningar till båda uppgifterna. (6p)
 - Lös ekvationen $\sin(x) = \sin(4x)$.
 - Lös olikheten $|x + 1| \geq |3x - 2|$.
- Rita området som ges av olikheterna $\frac{x^2}{2} + 2y^2 - 2 \leq 0$ och $x \geq y^2$. (6p)

Funktioner

- Beräkna gränsvärdet av $f(x) = \frac{2^x - 1}{x} \cdot \frac{x - 2}{x^2 - 4}$ då (6p)
 - $x \rightarrow 1$
 - $x \rightarrow 0$
 - $x \rightarrow \infty$

4. Välj ett värde på konstanten a så att (6p)

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 2 & \text{om } -1 \leq x \leq 0 \\ (x-a)^2 - 2 & \text{om } 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

blir kontinuerlig i $[-1, 1]$, och skissa sedan f :s graf.

Använd grafen för att besvara följande frågor: Är f växande? Är f konvex? Är f injektiv?

Derivator

5. Bestäm största och minsta värdet av $f(x) = 2x^4 - 2x^3 - x^2 + 3$ på intervallet $[0, 2]$. (6p)
6. Har kurvan $y = \arccos(2x)$ någon tangent med lutningen 4? Om ja, bestäm en ekvation för en sådan tangent. Om nej, ange vilka värden som lutningen kan ha. (6p)

Del 2

7. Bestäm alla asymptoter och lokala extrempunkter till $f(x) = x + \frac{4}{x+1}$ och rita grafen. (8p)
8. En vägsträcka följer kurvan $x^2 - 2y^2 = 4$, $x \geq 0$. Talen x och y , som anges i enheten hm (1 hm = 100 m), är koordinater i ett givet koordinatsystem med x - och y -axlar pekandes österut respektive norrut. Betrakta en bil som färdas norrut längs vägsträckan. Är bilens hastighet någonstans riktad precis nordost eller nordväst (dvs med vinkeln 45° mot koordinataxlarna)? I så fall var? (8p)
9. Kim står i punkten P längs kanten av en cirkulär simbassäng med radien 25 m, och ska ta sig till punkten Q rakt motsatt P så fort som möjligt genom att springa längs kanten till en punkt R för att sedan simma direkt från R till Q . Var ska punkten R väljas för att minimera tiden från P till Q ? Antag att springhastigheten är dubbla simhastigheten. (8p)

