



LÖSNINGSFÖRSLAG

Våg- och materiefysik för civilingenjörer

FY501G-0100

2022-03-18, kl. 08:15-13:15

Hjälpmedel: Skrivmateriel, lärobok¹ och miniräknare.

Betygskriterier: Skrivningens maxpoäng är 60, uppdelat på 10 poäng per huvuduppgift, och bedöms utifrån kriterier för *kunskap och förståelse; färdighet, förmåga och värderingsförmåga;* samt *skriftlig avrapportering*. För betyg 3/4/5 räcker det med 4 poäng inom vart och ett av områdena *vågrörelselära, elektromagnetism, kvantmekanik och materiens struktur* samt 30/40/50 poäng totalt. Detaljerna framgår av separat dokument publicerat på Blackboard.

Anvisningar: Motivera väl med sidhänvisningar och formelnummer från läroboken, redovisa alla väsentliga steg, rita tydliga figurer och svara med rätt enhet. Redovisa inte mer än en huvuduppgift per sida.

Skrivningsresultat: Meddelas inom 15 arbetsdagar.

Examinator: Magnus Ögren.

Lycka till!

1.

Vi använder (17-57) med Mach-vinkeln $\theta = 60.0^\circ$ och farten $v_S = 1350 \text{ km/h} = 1350/3.6 = 375 \text{ m/s}$.

$$\sin \theta = \frac{v}{v_S} \Rightarrow v = v_S \sin 60^\circ = 375 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 324.76 \text{ m/s} \simeq 325 \text{ m/s} = 3.25 \cdot 10^2 \text{ m/s},$$

då svaret skall ges med 3 värdesiffror i SI-enheten för fart.

Svar a): Ljutfarten i luften runt planet är 325 m/s.

Svar b): Vi kan anta att både temperaturen och trycket är lägre på flyghöjden jämfört med vid marknivå, vilket kan förklara en lägre ljutfart. En kan tex argumentera utifrån (17-3): $v = \sqrt{B/\rho}$, att B minskar med temperaturen, vilket bla tagits upp i övningstentan del I.

¹ *Principles of Physics* Halliday, Resnick, Walker

2

The n th resonant frequency of string A is

$$f_{n,A} = \frac{v_A}{2l_A} n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{\tau}{\mu}},$$

while for string B it is

$$f_{n,B} = \frac{v_B}{2l_B} n = \frac{n}{6L} \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = \frac{1}{3} f_{n,A}.$$

(a) Thus, we see $f_{1,A} = f_{3,B}$. That is, the third harmonic of B matches the frequency of A 's first harmonic.

Similarly, we find $f_{2,A} = f_{6,B}$.

None of the first eight harmonics of B would match $f_{3,A} = \frac{3v_A}{2l_A} = \frac{3}{2L} \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}$.

(b)

From $v = \sqrt{\tau/\mu}$, we have

$$\frac{v_{\text{new}}}{v_{\text{old}}} = \frac{\sqrt{\tau_{\text{new}}/\mu_{\text{new}}}}{\sqrt{\tau_{\text{old}}/\mu_{\text{old}}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

3. The total electric flux through the cube is $\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$. The net flux through the two faces parallel to the yz plane is

$$\begin{aligned} \Phi_{yz} &= \iint [E_x(x=x_2) - E_x(x=x_1)] dy dz = \int_{y_1=0}^{y_2=1} dy \int_{z_1=1}^{z_2=3} dz [10 + 2(4) - (10 - 2(1))] \\ &= 6 \int_{y_1=0}^{y_2=1} dy \int_{z_1=1}^{z_2=3} dz = 6(1)(2) = 12. \end{aligned}$$

Similarly, the net flux through the two faces parallel to the xz plane is

$$\Phi_{xz} = \iint [E_y(y=y_2) - E_y(y=y_1)] dx dz = \int_{x_1=1}^{x_2=4} dx \int_{z_1=1}^{z_2=3} dz [-3 - (-3)] = 0,$$

and the net flux through the two faces parallel to the xy plane is

$$\Phi_{xy} = \iint [E_z(z=z_2) - E_z(z=z_1)] dx dy = \int_{x_1=1}^{x_2=4} dx \int_{y_1=0}^{y_2=1} dy (3b - b) = 2b(3)(1) = 6b.$$

Applying Gauss' law, we obtain

$$q_{\text{enc}} = \epsilon_0 \Phi = \epsilon_0 (\Phi_{xy} + \Phi_{xz} + \Phi_{yz}) = \epsilon_0 (6.00b + 0 + 12.0) = 32.0\epsilon_0$$

which implies that $b = 7\frac{1}{3} \text{ N/C} \cdot \text{m}$.

4.

a)

Från tex (40-21) kan vi se att magnetfältets styrka är

$$B = \Delta E / (2\mu_z) = 4.00 \cdot 10^{-25} \text{ J} / (2 \cdot 9.27 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}) = 0.0216 \text{ T}.$$

Svar a): Styrkan av det magnetiska fältet är 21.6 mT.

b) Staven har volymen $V = A\ell = (1.00 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 8.00 \cdot 10^{-2} = 8.00 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ och totala massan $m_{tot} = V\rho = 8.00 \cdot 10^{-6} [\text{m}^3] \cdot 7900 [\text{kg/m}^3] = 0.0632 \text{ kg}$. Då varje järnatom har massan $m_{atom} = 55.847 [\text{g/mol}] / 6.022 \cdot 10^{23} [\text{1/mol}] = 9.2738 \cdot 10^{-23} \text{ g} = 9.2738 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ (se tex Appendix F i kursboken) blir antalet järnatomer i stången $N = m_{tot}/m_{atom} = 0.0632 / 9.2738 \cdot 10^{-26} = 6.8149 \cdot 10^{23}$. Det sammanlagda magnetiska-dipol-momentet för järnstången blir $\mu = 2.1 \cdot 10^{-23} N = 14.3113 \text{ J/T}$.

För att räkna ut det mekaniska momentet i ett vinkelrätt externt magnetfält, med styrkan $B = 1.5 \text{ T}$, använder vi (28-36) för vinkeln $\theta = 90^\circ$

$$\tau = \mu B \sin \theta = 14.3113 \cdot 1.5 = 21.4669 [\text{J} = \text{Nm}]. \quad (1)$$

Svar b): Det mekaniska momentet måste ha styrkan 21 Nm.

(a) Using Wien's law, $\lambda_{\max} T = 2898 \mu\text{m} \cdot \text{K}$, we obtain

5

$$\lambda_{\max} = \frac{2898 \mu\text{m} \cdot \text{K}}{T} = \frac{2898 \mu\text{m} \cdot \text{K}}{5800 \text{ K}} = 0.50 \mu\text{m} = 500 \text{ nm}.$$

The electromagnetic wave is in the visible spectrum.

(b)

$$\text{If } \lambda_{\max} = 1.06 \text{ mm} = 1060 \mu\text{m}, \text{ then } T = \frac{2898 \mu\text{m} \cdot \text{K}}{\lambda_{\max}} = \frac{2898 \mu\text{m} \cdot \text{K}}{1060 \mu\text{m}} = 2.73 \text{ K}.$$

6.

Enligt (39-21) i kursboken är energinivåerna för en neutron ($m_n = 1.67493 \cdot 10^{-27}$ kg) i en tredimensionell kubisk oändlig potentialbrunn med sidan $L = 7.7 \cdot 10^{-15}$ m

$$E_{n_x, n_y, n_z} = \frac{h^2}{8m_n L^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2).$$

Så (tex) för skillnaden i energi mellan tillståndet $(n_x, n_y, n_z) = (2, 1, 1)$ och grundtillståndet $(n_x, n_y, n_z) = (1, 1, 1)$ gäller $\Delta E = 3h^2 / (8m_n L^2) = 1.6579 \cdot 10^{-12}$ J. Om vi har N uran-235 atomer som skall utveckla energin 1 kt, får vi ekvationen

$$E_{1kt} = N \Delta E = 4.19 \cdot 10^{12} \text{ J} \Rightarrow N = 2.5273 \cdot 10^{24}.$$

Varje uran-235 atom har massan ca $235m_n$ så att totala massan uran-235 som behövs för att utveckla energin 1 kt är $235m_n N = 235 \cdot 1.67493 \cdot 10^{-27} \cdot 2.5273 \cdot 10^{24} = 0.9948$ kg.

Svar a): Enligt ovanstående överslagsberäkning behövs 1 kg uran-235 för att utveckla energin motsvarande 1 kt trotyl.

Svar b): Trotyl verkar genom kemiska reaktioner, uran-235 genom kärnreaktioner. Enligt ovanstående uträkning motsvarar det en skillnad i massa om 10^6 (1 kt jämfört med 1 kg). Energin för kärnreaktionen är $1.6579 \cdot 10^{-12} / (1.602 \cdot 10^{-12}) = 1.0349 \cdot 10^7 \text{ eV} \simeq 10 \text{ MeV}$, så motsvarande kemiska reaktion bör då vara av storleksordningen 10 eV.