MA501G Diskret matematik och logik, HT 2019

Inlämning 1

Lösningarna ska lämnas till föreläsaren, eller läggas i tidskriftssamlaren utanför dennes rum, **senast onsdagen 18/9 kl. 10:00**. För att lösningarna ska beaktas måste de lämnas in i tid.

Du ska försöka att lösa alla uppgifter på grundläggande nivå, för överbetyg även de på fördjupad nivå.

En bra lösning är fullständig och välmotiverad, med förklarande text, en struktur och beräkningar som är lätta att följa samt ett tydligt angivet svar; se även betygskriterierna.

Det är tillåtet att samarbeta, men du måste skriva lösningarna själv, med dina egna ord. För att ha chans på betyg 5 bör du lösa minst en uppgift på fördjupad nivå helt på egen hand; **markera dessa uppgifter tydligt**.

Onsdagen **18/9 kl. 10:15** är det obligatoriskt seminarium där lösningarna kommer att presenteras och diskuteras. Observera att även seminarierna är en del av kursens examination. Du ska vara beredd att redovisa (vid tavlan) de uppgifter som du har lämnat in skriftliga lösningar på. Blir det tid över av seminarietiden kommer vi att avsluta passet som en vanlig övning.

Grundläggande nivå

1. Givet informationen nedan, bestäm mängderna A och B genom att rita Venndiagram.

   (a) $A \setminus B = \{2, 4, 5\}$, $A \cap B = \{1, 3\}$, $B \setminus A = \{6\}$

   (b) $A \cap B = \{a\}$, $A \setminus B = \{b, c\}$, $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$

   (c) $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = \{2, 3, 4, 6\}$, $A \cap B = \{1, 5\}$, $A \setminus B = \{2, 4\}$

2. Låt $A = \{\emptyset, \{1\}, \{1, 2\}\}$. Vilka av följande påstående är sanna?

   (a) $\{\emptyset\} \in A, \quad \{\emptyset\} \subseteq A, \quad \{1\} \in A$

   (b) $\{1\} \subseteq A, \quad \{\{1\}\} \subseteq A, \quad \{2\} \in A$

   (c) $\emptyset \in \emptyset, \quad \emptyset \subseteq \emptyset, \quad \emptyset \subset \emptyset$

   (d) $\emptyset \in \{\emptyset\}, \quad \emptyset \subseteq \{\emptyset\}, \quad \emptyset \subset \{\emptyset\}$

3. Använd Venndiagram för att avgöra om följande påståenden är sanna eller falska. ($A^c = A^*$ betecknar komplementet av A.)

   (a) $(B \cap C)^c = (A \cap C^c) \cup (C \cap B)^c$

   (b) $(B \cap A) \cup (A^c \cap B) = (A \setminus B)^c$

4. Använd mängdlärans räkneregler för att visa följande likheter. Skriv ut **alla** steg.

   (a) $(A \cup B) \cap (B \cup A^c) = B$

   (b) $A^c \cap (A \cup B) = (A \cup B^c)^c$

5. Betrakta mängderna $A = \{1, 2\}$, $B = \{3\}$ och $C = \{4\}$.

   (a) Bestäm $\mathcal{P}(A \times B)$ och ange $|\mathcal{P}(A \times B)|$.

   (b) Bestäm $\mathcal{P}(B) \times \mathcal{P}(C)$ och ange $|\mathcal{P}(B) \times \mathcal{P}(C)|$.

Fördjupad nivå

6. På en viss utbildning uppskattar 5 % av studenterna Java, Matlab och Python. 40 % gillar Java, 26 % gillar Matlab och 30 % gillar Python. 80 % uppskattar något av dessa språk. Bestäm hur många procent som uppskattar exakt ett av språken.

7. Låt $\mathcal{P}(X)$ beteckna potensmängden av mängden X.

   (a) Är $\mathcal{P}(A \cup B) \subseteq \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$ för alla mängder A och B? Ge ett bevis eller ett motexempel.

   (b) Är $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subseteq \mathcal{P}(A \cup B)$ för alla mängder A och B? Ge ett bevis eller ett motexempel.