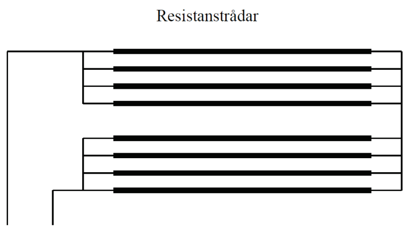
# Ellära för civilingenjörer
# FY502G-0100
# 2018-12-15

**Hjälpmedel:** Skrivmateriel och miniräknare (utan internetanslutning). Formelblad delas ut vid tentamen.
**Betygskriterier:** Skrivningens maxpoäng är 60. Samtliga deluppgifter kan ge 4 poäng och bedöms utifrån kriterier för *kunskap och förståelse, färdighet och förmåga,* samt *skriftlig avrapportering*.
För betyg 3/4/5 räcker det med 6 poäng inom vart och ett av områdena *statiska likströmsproblem, tidsberoende fenomen* och *växelströmsproblem* samt 30/40/50 poäng totalt.
Detaljerna framgår av separat dokument publicerat på Blackboard.
**Anvisningar:** Motivera väl, redovisa alla väsentliga steg, rita tydliga figurer och svara med rätt enhet. Redovisa inte mer än en huvuduppgift per blad och lämna in i uppgiftsordning.
**Skrivningsresultat:** Meddelas inom 15 arbetsdagar. **Examinator:** Dag Stranneby.

## Lycka till!

**1. Statiska likströmsproblem**

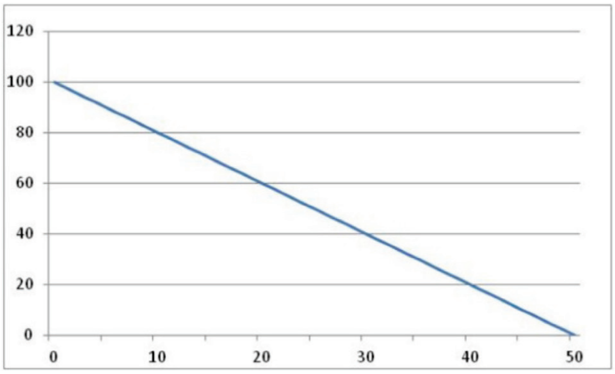
**a)** En lampa till en bil är märkt 40 W/12 V. Beräkna lampans resistans då den är tänd och ansluten till 12 V.
**b)** Bakrutan på samma bil uppvärms av 8 resistanstrådar, var och en med resistansen 6.0 Ω. Trådarna är kopplade enligt figuren nedan:




Hur stor är den totala ersättningsresistansen?

**c)** En kopparledning har en längd på 1 km (totalt) som genomflyts av likströmmen 100 A. På grund av spänningsfallet över ledningen, värms ledningen upp med effekten 2 kW. Vilken diameter har ledningen om resistiviteten för koppar är $1.59 \cdot 10^{-8}$ Ωm? Vilken diameter ska vi ha på ledningen för att minska förlusteffekten till hälften?

**d)** Figuren nedan visar spänningen (vertikala axeln) i Volt som funktion av strömmen i Ampere (horisontella axeln) för en tvåpol:




Visa hur en Thévenins respektive en Nortons tvåpol skulle se ut, och vilka komponentvärdena skulle vara.

**e)** En obelastad spänningsdelare, figur A, har $U_1 = 12$ V, $U_2 = 5$ V och $R_1 = 10\ \Omega$, vilken resistans har $R_2$?

Nu kopplar vi in en belastning till spänningsdelaren, figur B, $R_3 = 8\ \Omega$, vad blir spänningen $U_2$ då?

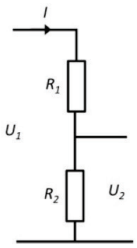


fig A

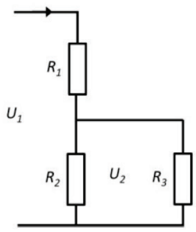
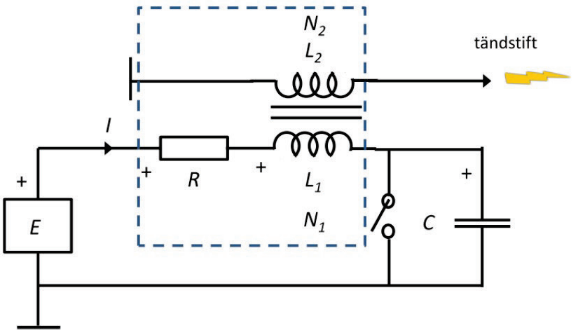


fig B

Det är problem att spänningen sjunker när vi kopplar in en belastning (i detta fall $R_3$), kan man undvika detta problem genom att byta $R_2$ mot någon annan komponent? I så fall vilken?

## 2. Tidsberoende fenomen

En gammal Volvo Amazon har ett klassiskt tändsystem enligt figuren nedan (förenklat):




Tändspolen (en transformator inom streckad ram) består av en primärlindning med $N_1 = 100$ varv och en induktans $L_1 = 8$ mH, $R = 0.5\ \Omega$ och sekundärlindning $N_2 = 10000$ varv. Utanför denna tillkommer kondensatorn $C = 0.5\ \mu$F och spänningskällan är ett vanligt bilbatteri $E = 12$ V. Funktionen är i korthet följande: Brytarspetsarna är slutna och i tändspolens primärlindning $L_1$ byggs det upp en ström. När brytarspetsarna öppnar laddas spolen ur genom kondensatorn $C$, spänningen över $L_1$ transformeras till sekundärkretsen $L_2$, högspänningen ger en gnista i tändstiftet och bränsle/luftblandningen i motorns cylinder antänds.

**a)** Om vi antar ideala komponenter, för att bränsle/luftblandningen ska tända krävs en energi på 100 mJ i tändstiftet. Hur stor ström behöver vi ha i $L_1$ innan brytarspetsarna öppnar?

**b)** Hur lång tid tar det för strömmen i $L_1$ att uppnå denna strömstryka om vi försummar inverkan av $L_2$ och anser att tidskonstanten är $\tau = L_1/R$?

**c)** Vilket är det högsta varvtal motorn kan ha uttryckt i rpm (revolutions per minute) om vi ska bibehålla energin 100 mJ i gnistan? Det är en 4-cylindrig B18-motor som kräver 2 urladdningar per varv.

**d)** När brytarspetsarna har öppnat, och urladdning av spolen sker, kan primärkretsen approximeras med differentialekvationen:

$$\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + \frac{R}{L_1}\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{L_1 C} i(t) = 0$$

Är kretsen överdämpad, kritisk dämpad eller underdämpad? Motivera. tips: Använd karaktäristiska funktionen.

**e)** Om spänningens toppvärde över $L_1$ är 400 V, vad blir spänningen på tändstiftet innan urladdning sker?

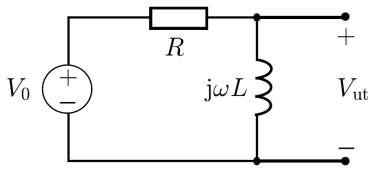
**3. Växelströmsproblem**

**a)** Om du använder ett trefassystem hemma (t ex till köksspisen) blir det *5 hål i väggen*, där en anslutning är skyddsjord (PE) men vilka är de andra fyra anslutningarna?

**b)** Vanligen har vi en huvudspänning på 400 V (effektivvärde) i ett trefassystem, vad blir fasspänningen?

**c)** Vilken fasförskjutning (vinkel) har vi mellan faserna i ett trefassystem?

Betrakta nu nedanstående krets:




Spänningskällan ger en växelspänning representerad av komplexvärdet $V_0 = |V_0| e^{j(\omega t + \pi/4)}$.

**d)** Bestäm den komplexa spänningen $V_{ut}$ på polär form, dvs ange amplitud och fas.

**e)** Ett filter har frekvensfunktionen:

$$\tilde{G}(\omega) = \frac{\tilde{u}_{ut}}{\tilde{u}_{in}} = \frac{R}{R + j\omega L} = \frac{1}{1 + j\omega \frac{L}{R}}$$

vilken typ av filter är detta? LP, HP, BP eller BS?

*Lösningsförslag*

# Tenta Ellära 181215, FY502G

## 1.

**a)** $P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P} = \frac{12^2}{40} = 3.6\,[\Omega]$

**b)** 4 parallellkopplade trådar: $R_a = \frac{1}{\frac{1}{R}+\frac{1}{R}+\frac{1}{R}+\frac{1}{R}} = \frac{R}{4}$, två sådana paket seriekopplade:

$$R_b = R_a + R_a = 2R_a = 2\frac{R}{4} = \frac{R}{2} = \frac{6}{2} = 3\,[\Omega]$$

**c)** $P = I^2 R \Rightarrow R = \frac{P}{I^2}$ för en ledning gäller: $R = R_l = \rho\frac{L}{A} \Rightarrow A = \rho\frac{L}{R}$ $A = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2$

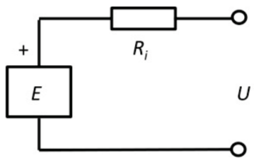
$$d = 2\sqrt{\rho\frac{L}{R\pi}} = 2\sqrt{\rho\frac{LI^2}{P\pi}} = 2\sqrt{1.59\cdot10^{-8}\frac{10^3\cdot100^2}{2\cdot10^3\pi}} = 1.0\cdot10^{-2} = 10\,[\text{mm}]$$

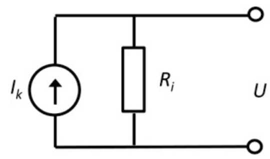
**för halva förlusteffekten:**

$$d = 2\sqrt{\rho\frac{LI^2}{\frac{P}{2}\pi}} = 2\sqrt{1.59\cdot10^{-8}\frac{10^3\cdot100^2}{1\cdot10^3\pi}} = 1.4\cdot10^{-2} = 14\,[\text{mm}]$$

**d)** Ur diagrammet ser man att vid *I = 0*, har vi *E =100* V, och vid *E = 0* V (kortslutning) har vi $I_k$ *= 50* A.

$$R_i = \frac{E}{I_k} = \frac{100}{50} = 2\,[\Omega]$$



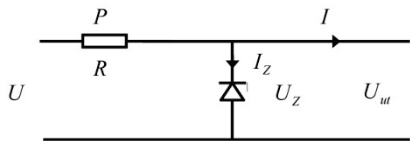

**e)** För den olastade spänningsdelaren: $U_2 = U_1\frac{R_2}{R_1+R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{U_2R_1}{U_1-U_2} = \frac{5\cdot10}{12-5} = 7.2\,[\Omega]$

När vi lastar med $R_3$ kommer den att hamna parallellt med $R_2$. Då blir det:

$$U_2 = U_1 \frac{R}{R_1 + R} \quad R = R_2 // R_3 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \Rightarrow U_2 = U_1 \frac{\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = U_1 \frac{R_2 R_3}{R_1(R_2 + R_3) + R_2 R_3}$$

$$= 12 \frac{7.2 \cdot 8}{10(7.2 + 8) + 7.2 \cdot 8} = 3.3 \, [\mathrm{V}]$$

Genom att byta $R_2$ mot en zenerdiod på $U_z = 5$ V, kommer $U_2$ att vara 5 V så länge om strömmen som tas ut är: $0 \leq i < \frac{U_1 - U_Z}{R_1}$




## 2.

**a)** Energin i spolen: $W_L = \frac{L_1 I^2}{2} \Rightarrow I = \sqrt{\frac{2W_L}{L_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 10^{-3}}} = 5 \, [\mathrm{A}]$

**b)** Vi vet att en RL-krets laddas upp genom: $I(t) = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L_1}t}\right)$ där $\tau = \frac{L_1}{R}$

om vi behöver ladda upp till *I = 5* A, tar det en viss tid *t*:

$$t = -\frac{L_1}{R} \ln\left(1 - \frac{R}{E} I(t)\right) = -\frac{8 \cdot 10^{-3}}{0.5} \ln\left(1 - \frac{0.5}{12} 5\right) = 3.7 \, [\mathrm{ms}]$$

**c)** Om det tar 3.7 ms att ladda upp spolen till 5 A, och vi behöver 2 urladdningar per varv på motorn, så betyder det att ett varv kan inte gå snabbare än: $2 \cdot 3.7 = 7.4 \, [\mathrm{ms}]$

om vi gör ett varv på *7.4* ms, betyder det att vi gör $\frac{1}{7.4 \cdot 10^{-3}} = 133.8 \, [\mathrm{varv/s}]$ det blir på en minut

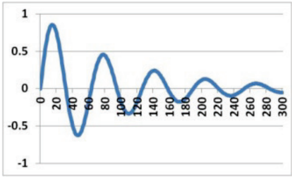
$60 \cdot \frac{1}{7.4 \cdot 10^{-3}} = 60 \cdot 133.8 = 8026 \, [\mathrm{rpm}]$ (svårt att tro att en gammal B18 klarar det...)

**d)** Karaktäristiska ekvationen ger: $r^2 + \frac{R}{L_1} r + \frac{1}{L_1 C} = 0$ *pq*-formeln ger:

$r_{1,2} = -\frac{R}{2L_1} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L_1}\right)^2 - \frac{1}{L_1 C}}$ det intressanta är vad som står under rot-tecknet:

$\left(\frac{R}{2L_1}\right)^2 - \frac{1}{L_1 C} = \left(\frac{0.5}{2 \cdot 8 \cdot 10^{-3}}\right)^2 - \frac{1}{8 \cdot 10^{-3} \cdot 0.5 \cdot 10^{-6}} = -2.499 \cdot 10^8$ ett stort negativt tal, det

innebär komplexa rötter som innebär underdämpat system, vi får dämpade svängningar typ:




**e)** transformatorformeln: $\frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} \Rightarrow U_2 = U_1 \frac{N_2}{N_1} = 400 \frac{10000}{100} = 40\ [\text{kV}]$

# 3.

**a)** Förutom skyddsjord (PE) har vi nolla (N) och de tre faserna L1, L2 och L3

**b)** $U_h = \sqrt{3} U_f \quad \Rightarrow U_f = \frac{U_h}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230\ [\text{V}]$

**c)** 120°, se föreläsningsanteckningar del 8

**d)** spänningsdelning ger: $V_{ut} = V_0 \frac{j\omega L}{R + j\omega L} = V_0 \frac{\omega L e^{j\frac{\pi}{2}}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} e^{j\varphi}} = V_0 \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)}$

där $\varphi = \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)$ sätt in $V_0$:

$$V_{ut} = |V_0| e^{j\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)} \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)} = \frac{|V_0| \omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \varphi + \omega t + \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{|V_0| \omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} e^{j\left(\frac{3\pi}{4} - \varphi\right)} e^{j\omega t}$$

vi får amplitud: $|V_{ut}| = \frac{|V_0| \omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$ och fasvinkel: $\angle V_{ut} = \frac{3\pi}{4} - \varphi = \frac{3\pi}{4} - \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)$

**e)** Kolla beloppet:

$$\tilde{G}(\omega) = \frac{\tilde{u}_{ut}}{\tilde{u}_{in}} = \frac{R}{R + j\omega L}, \quad \left|\tilde{G}(\omega)\right| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

för låga frekvenser närmar vi oss

$$\left|\tilde{G}(\omega)\right| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \approx \frac{R}{\sqrt{R^2}} = 1$$

för höga frekvenser

$$\left|\tilde{G}(\omega)\right| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \approx \frac{R}{\sqrt{(\omega L)^2}} \to 0$$

alltså ett lågpassfilter LP