ÖREBRO
UNIVERSITET

LÖSNINGSFÖRSLAG:

Våg- och materiefysik för civilingenjörer

FY501G-0100

2023-03-14, kl. 08:15-13:15

Hjälpmedel: Skrivmateriel, lärobok[1] och miniräknare.

Betygskriterier: Skrivningens maxpoäng är 60. Samtliga deluppgifter kan ge 5 poäng och bedöms utifrån kriterier för *kunskap och förståelse*; *färdighet, förmåga och värderingsförmåga;* samt *skriftlig avrapportering*. För betyg 3/4/5 räcker det med 4 poäng inom vart och ett av områdena *vågrörelselära*, *elektromagnetism*, *kvantmekanik och materiens struktur* samt 30/40/50 poäng totalt. Detaljerna framgår av separat dokument publicerat på Blackboard.

Anvisningar: Motivera väl med sidhänvisningar och formelnummer från läroboken, redovisa alla väsentliga steg, rita tydliga figurer och svara med rätt enhet. Skriv din ladokkod i hörnet uppe till höger på varje sida. Redovisa inte mer än en huvuduppgift per sida och scanna in i uppgiftsordning i god tid.

Skrivningsresultat: Meddelas inom 15 arbetsdagar.

Examinator: Magnus Ögren.

Lycka till!

---

1. a) Låt L beteckna stångens längd. Då blir tiden det tar för ljudet att gå i luften $t_{luft} = L/v_{luft}$ och tiden det tar för ljudet att gå i stången $t_{stång} = L/v_{stång} = L/\left(15v_{luft}\right)$. Enligt texten gäller nu

$$\Delta t = t_{luft} - t_{stång} = L/v_{luft}\left(1 - 1/15\right) \Rightarrow L = \frac{15}{14}v_{luft}\Delta t = \frac{15}{14}\cdot 343\cdot 60\cdot 10^{-3} = 22.05\,[m]\,. \quad (1)$$

Svar a): Stångens längd var 22 m.

b) I detta fall är ljudkällan A 'source' (S) och B 'detector' (D). Då både S och D rör sig mot varandra bidrar de båda till att öka frekvensen, detta avgör vilka tecken vi använder från (17-47) nedan

$$f' = f\frac{v \pm v_D}{v \pm v_S} = f\frac{v + v_D}{v - v_S} = 2000\frac{329 + 80}{329 - 20} = 2647\ [Hz]\,. \quad (2)$$

Svar b): I referenssystemet B uppmäts frekvensen $2.65 \cdot 10^3$ Hz.

---

[1] *Principles of Physics* 10.th ed. Halliday, Resnick, Walker

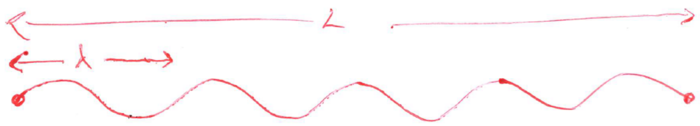
c) Efter reflektionen är det B som är 'source' (S) och A blir 'detector' (D). Då både S och D fortfarande rör sig mot varandra bidrar de båda till att öka frekvensen och (17-47) ger

$$f' = f\frac{v \pm v_D}{v \pm v_S} = f\frac{v + v_D}{v - v_S} = 2647\frac{329 + 20}{329 - 80} = 3710 \ [Hz] \, . \tag{3}$$

Svar c): I referenssystemet A uppmäts nu frekvensen $3.71 \cdot 10^3$ Hz.

2.

a) En enkel skiss över en ögonblicksbild av det horisontella snöret om hela längden, L, svarar mot nio halva våglängder, $\frac{9}{2}\lambda$:



Svar a): Se skissen ovan.

b) Vi beräknar våglängden till $\lambda = \frac{2}{9}L = \frac{2}{9}3.52 = 0.7822$ m, vilket för frekvensen $f = 35$ Hz ger vågens utbredningsfart $v = \lambda f = 0.7822 \cdot 35 = 27.38$ m/s.

Svar b): Vågens utbredningsfart är 27 m/s.

c) Den linjära densiteten ges av (16-24) $\mu = m/L = 22.2 \cdot 10^{-3}/3.52 = 0.0063$ kg/m. Vi kan då beräkna utbredningsfarten enligt (16-26), $v = \sqrt{\tau/\mu} = \sqrt{4.4/0.0063} = 26.43$ m/s.

Svar c): Vågens utbredningsfart är 26 m/s.

d) En ökning av frekvensen f leder till (högre ordnings excitation) att flera (halva) våglängder passar in på längden L.

En minskning av kraften τ leder enligt (16-26) till mindre utbredningsfart, varför våglängden kan minska (utan att frekvensen påverkas).

Vi beskriver nu de nya parametervärdena enligt det första sättet. Vi behåller $\tau = 4.4$ N och därmed $v = 26.43$ m/s. Den nya våglängden ges av $\lambda = \frac{2}{10}L = 0.2 \cdot 3.52 = 0.7040$ m, och vi kan få frekvensen från (där vi väljer att använda v från **c)**)

$$v = f\lambda \ \Rightarrow \ f = \frac{v}{\lambda} = \frac{26.43}{0.7040} = 37.54 \, Hz$$

Svar d): Vi kan öka antalet halva våglängder tex genom att öka frekvensen eller genom att minska spännkraften. En möjlig realisation av det förstnämnda är

$$f = 38\, Hz,\ \lambda = 0.70\, m,\ v = 26\, m/s,\ \tau = 4.4\, N.$$

e) Den teori vi arbetat med i kapitel 16 och 17 i kursboken förutsätter att den 'vanliga' vågekvationen gäller. Som en ser i härledningen av denna, sidan 405 i kursboken, används antagandet att svängningarna är små, dvs $A \ll L$.

Svar e): Sambandet vi använt grundar sig på vågekvationen (16-45) vilken bara är giltig då $A \ll L$.

3 **5** We take the charge $Q = 45.0$ pC of the bee to be concentrated as a particle at the center of the sphere. The magnitude of the induced charges on the sides of the grain is $|q| = 1.000$ pC.

(a) The electrostatic force on the grain by the bee is

$$F = \frac{kQq}{(d+D/2)^2} + \frac{kQ(-q)}{(D/2)^2} = -kQ|q|\left[\frac{1}{(D/2)^2} - \frac{1}{(d+D/2)^2}\right]$$

where $D = 1.000$ cm is the diameter of the sphere representing the honeybee, and $d = 40.0\,\mu$m is the diameter of the grain. Substituting the values, we obtain

$$F = -\left(8.99\times10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2\right)(60.0\times10^{-12}\,\text{C})(1.000\times10^{-12}\,\text{C})\left[\frac{1}{(5.00\times10^{-3}\ \text{m})^2} - \frac{1}{(5.04\times10^{-3}\ \text{m})^2}\right]$$
$$= -3.4\times10^{-10}\ \text{N}.$$

Svar a): The negative sign implies that the force between the bee and the grain is attractive. The magnitude of the force is $|F| = 3.4\times10^{-10}$ N.

(b) Let $|Q'| = 60.0$ pC be the magnitude of the charge on the tip of the stigma. The force on the grain due to the stigma is

$$F' = \frac{k|Q'|q}{(d+D')^2} + \frac{k|Q'|(-q)}{(D')^2} = -k|Q'||q|\left[\frac{1}{(D')^2} - \frac{1}{(d+D')^2}\right]$$

where $D' = 1.000$ mm is the distance between the grain and the tip of the stigma. Substituting the values given, we have

$$F' = -\left(8.99\times10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2\right)(60.0\times10^{-12}\,\text{C})(1.000\times10^{-12}\,\text{C})\left[\frac{1}{(1.000\times10^{-3}\ \text{m})^2} - \frac{1}{(1.040\times10^{-3}\ \text{m})^2}\right]$$
$$= -4.1\times10^{-8}\ \text{N}.$$

Svar b): The negative sign implies that the force between the grain and the stigma is attractive. The magnitude of the force is $|F'| = 4.1\times10^{-8}$ N.

Svar c): (c) Since $|F'| > |F|$, the grain will move to the stigma.

3. d) Gauss' lag (23-7):

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = q_{enc}, \tag{4}$$

ger ett samband mellan totala inneslutna laddningen q_{enc} innanför en sluten yta och det totala elektriska flödet genom den ytan. $\varepsilon_0 = 8.854\cdot10^{-12}$ F/m är den så kallade elektriska konstanten (i vakuum). $\oint$ betyder integration över en sluten yta. $\vec{E}$ är det elektriska fältet, $d\vec{A}$ är ett utåtriktat ytelement.

Så om vi omsluter en positiv punktladdning q med en sfärisk yta med radie R får vi

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \varepsilon_0 E(R)\,4\pi R^2 = q,$$

där vi utnyttjat den sfäriska symmetrin för det utåtriktade elektriska fältet. Således är det elektriska fältets styrka på avståndet R

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2},$$

vilket stämmer med formel (23-10) i kursboken.

4.

a) Om (29-4) $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$ har enheten T, så måste $BR = \frac{\mu_0 i}{2\pi}$ multiplicerat med något som har enheten $\frac{1}{m}$ ha enheten T. Vi ser vi att

$$\frac{\frac{L}{2}}{R\sqrt{R^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2}} = \frac{\frac{L}{2}}{R\frac{L}{2}\sqrt{\left(\frac{2R}{L}\right)^2+1}} = \frac{1}{R\sqrt{\left(\frac{2R}{L}\right)^2+1}}, \tag{5}$$

har enheten $\frac{1}{m}$.

b) Analytiskt: För uttrycket (5) ovan gäller då $R \ll L$ att $1/R\sqrt{\left(\frac{2R}{L}\right)^2+1} \approx \frac{1}{R}$.

Numeriskt: $\frac{\frac{L}{2}}{R\sqrt{R^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2}} = \frac{\frac{1.0}{2}}{1.0\cdot10^{-3}\sqrt{(1.0\cdot10^{-3})^2+\left(\frac{1.0}{2}\right)^2}} = 9.99998\cdot10^2 \approx \frac{1}{R} = 1.0\cdot10^3,$ då $R = 1.0\cdot10^{-3}$ m och $L = 1.0$ m.

c) Enligt Biot-Savarts lag bestäms styrkan av en integral över bidrag av formen (29-1). För punkten P_2 gäller att nämnaren (r^2) är betydligt större än för punkten P_1 för de punkter som ligger på ett större horisontellt avstånd än $L/2$. Därför blir styrkan av magnetfältet svagare i P_2.

5.

a) Den beskrivna situationen kan modelleras med formel (35-14)

$$d\sin(\theta) = m\lambda,\ m = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots. \tag{6}$$

Vinkeln θ uttrycks med trigonometri som $\theta = \arctan(0.030/5.0)$ för $m = 1$, avståndet mellan spalterna är $d = 0.10\cdot10^{-3}$ m. Våglängden blir då

$$\lambda = d\sin(\theta) = 0.10\cdot10^{-3}\sin(\arctan(0.030/5.0)) = 5.9999\cdot10^{-7}\ [m], \tag{7}$$

ev kan Taylorapproximationen $\sin(\arctan(0.030/5.0)) \approx \arctan(0.030/5.0) \approx 0.030/5.0$ användas.

Svar a): Ljusets våglängd är $6.0\cdot10^{-7}$ m.

b) Vi använder Wiens förskjutningslag (38-15)

$$\lambda_{max}T = 2898\ [\mu mK]\ \Rightarrow\ T = \frac{2898\ [\mu mK]}{\lambda_{max}} = \frac{2898\cdot10^{-6}\ [mK]}{290\cdot10^{-9}\ [m]} = 9993.1 \approx 10^4\ K.$$

Svar b): Temperaturen på ytan av Sirius är ca tiotusen grader K (lite varmare än vår sol).

c) Problemet handlar om fotoelektrisk effekt. Vi använder (38-5) för att se om elektronerna kan ha någon positiv kinetisk energi, dvs om de lossnar.

$$hf = K_{max} + \Phi \Rightarrow K_{max} = h\frac{c}{\lambda} - \Phi = 6.63 \cdot 10^{-34}\frac{3.00 \cdot 10^8}{0.55 \cdot 10^{-6}} - 0.35 \cdot 10^{-18} = 1.16 \cdot 10^{-20} J.$$

Svar a): Ja det lossnar elektroner, som får den kinetiska energin $1.2 \cdot 10^{-20}$ J.

6.

a) Enligt (39-4) ges grundtillståndet för elektronen av följande formel för $n = 1$

$$E_n = \frac{h^2}{8mL^2}n^2 = \frac{h^2}{8mR^2} = \frac{(6.6261 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9.109 \cdot 10^{-31} \cdot (5 \cdot 10^{-10})^2} = 2.4100 \cdot 10^{-19} J = 1.5044 eV. \tag{8}$$

Svar a): Energin blir 1.5 eV.

b) Enligt (39-4) ges grundtillståndet för protonen av följande formel för $n = 1$

$$E_n = \frac{h^2}{8mL^2}n^2 = \frac{h^2}{8mR^2} = \frac{(6.6261 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 1.673 \cdot 10^{-27} \cdot (5 \cdot 10^{-15})^2} = 1.3122 \cdot 10^{-12} J = 8.1908 MeV. \tag{9}$$

Svar b): Energin blir 8.2 MeV.

c) Resultaten från **a)** var $E_1 = 1.5$ eV, vilket är mindre men av samma storleksordning som 'höjden' $V_0 = 3$ eV för den ändliga lådpotentialen med samma bredd $L = R$. I likhet med vad vi ser i Figure 39-8 sidan 1082 kommer vågfunktionen för grundtillståndet i den ändliga lådpotentialen att fortsätta en bit in i ('tunnla') potentialväggen. Vågfunktionen blir utsträckt, jämfört med den oändliga lådpotentialen, så att våglängden blir större. Enligt (tex) (38-17) svarar en större våglängd mot lägre energi för materievågen.

Svar c): Energin kommer bli lägre än 1.5 eV eftersom våglängden nu blir större.