

Ellära för civilingenjörer

FY502G-0100

2019-10-03, 08:15 - 11.15

Hjälpmedel: Skrivmateriel och kalkylator (utan internetanslutning). Formelblad delas ut vid tentamen.

Betygskriterier: Skrivningens maxpoäng är 60. Samtliga deluppgifter kan ge 4 poäng och bedöms utifrån kriterier för *kunskap och förståelse, färdighet och förmåga*, samt *skriftlig avrapportering*. För betyg 3/4/5 räcker det med 6 poäng inom vart och ett av områdena *statiska likströmsproblem*, *tidsberoende fenomen* och *växelsströmsproblem* samt 30/40/50 poäng totalt.

Detaljerna framgår av separat dokument publicerat på Blackboard.

Anvisningar: Motivera väl, redovisa alla väsentliga steg, rita tydliga figurer och svara med rätt enhet. Redovisa inte mer än en huvuduppgift per blad och lämna in uppgiftsordning.

Skrivningsresultat: Meddelas inom 15 arbetsdagar.

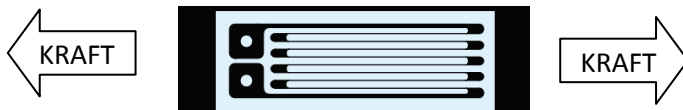
Examinator: Dag Stranneby.

Lycka till!

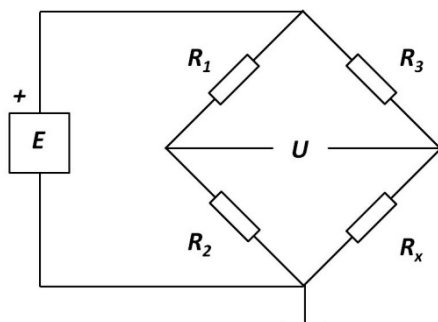
1. Statiska likströmsproblem

a) En tråd av metallen konstantan är 1 meter lång och 0.500 mm i diameter. Metallen har en resistivitet på $49.00 \cdot 10^{-8} \text{ } [\Omega \text{m}]$. Vilken resistans har tråden (svara med 4 värdesiffror)?

b) Tråden används i en trådtöjningsgivare. Den fungerar på så sätt att om man drar med en mekanisk kraft i tråden, kommer tråden att bli lite längre, och diametern kommer att minska. Båda dessa effekter gör att resistansen ökar. Genom att mäta resistansen kan man alltså mäta den mekaniska kraftens styrka. Vilken resistans får tråden i a) om man drar ut den så att den totala längden ökar med 1 mm? För resistansen gäller i detta fall: $R_l = kL^2$, där $k = 2.496 \text{ } [\Omega/\text{m}^2]$.



c) För att mäta resistansen i trådtöjningsgivaren i b) använder man en koppling som kallas Wheatstonebrygga. E är en känd spänning, R_1 , R_2 och R_3 är kända resistanser och R_x är givaren. Ställ upp ett samband som visar hur spänningen U beror av givarens resistans R_x .

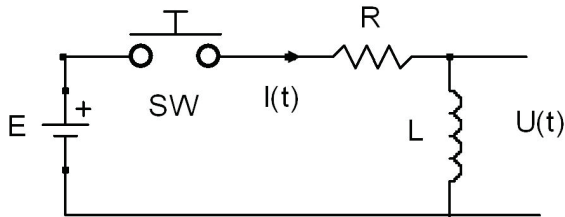


d) Ett problem med mätmetoden i c) är att U inte bara beror på R_x , utan även på E . Om E inte är exakt rätt, blir mätningen av R_x felaktig. Man kan kringgå detta genom att balansera bryggan, dvs man ställer in R_2 så att $U = 0$. Förklara hur detta kan lösa problemet med påverkan av E .

e) Om man balanserar bryggan enligt d), hur kan man då beräkna R_x utgående från R_1 , R_2 och R_3 ?

2. Tidsberoende fenomen

En RL-krets ser ut som nedan, $E = 10 \text{ V}$, $R = 8 \Omega$ och $L = 1.2 \text{ H}$:



a) Antag att vi slår på brytaren SW vid tidpunkten $t = 0$, rita en skiss hur spänningen $U(t)$ kommer att se ut som funktion av tiden t , motivera med ett matematiskt uttryck.

b) Vad blir tidskonstanten τ , och vad får strömmen $I(t)$ för slutvärde (stationärvärde)?

c) Spolen lagrar energi i sitt magnetfält, hur lång tid tar det innan energin i spolen har nått upp till 0.6 J ?

d) När man öppnar brytaren SW, uppstår en spänning över spolen. Om strömderivatan är -1000 A/s , hur stor spänning får vi maximalt över spolen $U(t)$?

e) Om vi kopplar in en kondensator $C = 1 \mu\text{F}$, i serie med induktansen L , så får vi en serieresonanskrets. Vad har den för dämpfaktor och dämpad resonansfrekvens uttryckt i Hz? Skissa hur strömmen $I(t)$ ser ut som funktion av tiden t när man slår till SW.

3. Växelströmsproblem

a) Om du använder ett trefassystem hemma (t ex till köksspis) blir det 5 hål i väggen, där en anslutning är skyddsjord (PE) men vilka är de andra fyra anslutningarna?

b) Vanligen har vi en huvudspänning på 400 V (effektivvärde) i ett trefassystem, vad blir fasspänningen? Vilken fäsförskjutning (vinkel) har vi mellan faserna i ett trefassystem?



c) Vi har ett filter med frekvensfunktionen $H(\omega) = \frac{j\omega L}{R + j\omega L}$ (se uppgift 2) beräkna motsvarande amplitudfunktion och fäsfunktion, skissa ett Bodediagram

d) Vilken typ av filter är detta? LP, HP, BP eller BS? Motivera.

e) Hur kommer frekvensfunktionen att se ut om vi byter plats på R och L ? Vilken typ av filter har vi fått nu?

Lösningsförslag

1. Statiska likströmsproblem

$$a) \quad R_l = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} = 49.00 \cdot 10^{-8} \frac{1}{\pi \left(\frac{0.500 \cdot 10^{-3}}{2}\right)^2} = 2.496 [\Omega]$$

$$b) \quad R_l = kL^2 = 2.496 \cdot 1.001^2 = 2.501 [\Omega]$$

$$c) \text{ Två spänningsdelare: } U = E \frac{R_2}{R_1 + R_2} - E \frac{R_x}{R_3 + R_x} = E \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_x}{R_3 + R_x} \right)$$

$$d) \text{ Om man ställer in } R_2 \text{ så att } U = 0 \text{ innebär det att: } \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_x}{R_3 + R_x} \right) = 0$$

det gör att det inte spelar någon roll vad E har för värde.

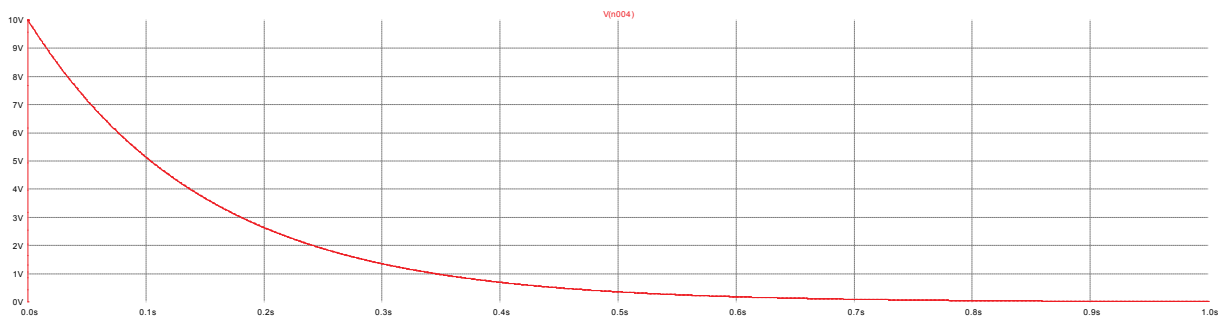
$$e) \quad \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_x}{R_3 + R_x} \right) = 0 \Rightarrow \frac{R_2(R_3 + R_x) - R_x(R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_x)} = 0 \Rightarrow$$

$$R_2(R_3 + R_x) - R_x(R_1 + R_2) = 0 \Rightarrow R_2 R_3 - R_1 R_x = 0 \Rightarrow R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

2. Tidsberoende fenomen

$$a) \text{ Strömmen är } I(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \text{ spänningen över spolen blir:}$$

$$U_L(t) = L \frac{dI(t)}{dt} = L \frac{d}{dt} \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) = L \frac{E}{R} \frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L}t} = E e^{-\frac{R}{L}t}$$



$$b) \quad \tau = \frac{L}{R} = \frac{1.2}{8} = 0.15 \text{ s} \quad I(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \quad t \rightarrow \infty \quad I(t) = \frac{E}{R} = \frac{10}{8} = 1.25 \text{ A}$$

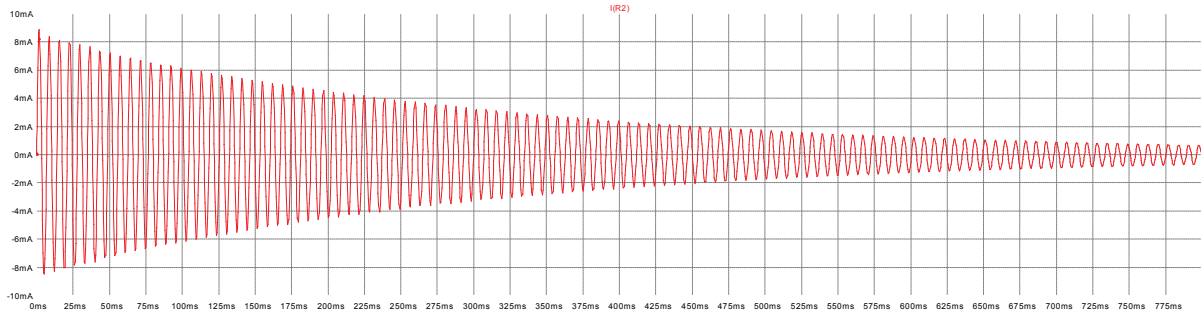
$$c) \quad W_L = \frac{LI_L^2}{2} \Rightarrow I_L = \sqrt{\frac{2W_L}{L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.6}{1.2}} = 1 \text{ A}$$

$$I(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \Rightarrow t = -\frac{L}{R} \ln \left(1 - \frac{RI(t)}{E} \right) = -\frac{1.2}{8} \ln \left(1 - \frac{8 \cdot 1}{10} \right) = 0.24 \text{ s}$$

d) $U_L(t) = L \frac{dI(t)}{dt} = 1.2 \cdot (-1000) = -1.2 \text{ kV}$

e) $\zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{8}{2} \sqrt{\frac{1 \cdot 10^{-6}}{1.2}} = 3.65 \cdot 10^{-3}$

$\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \zeta^2} \approx \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{1.2 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}} = 912.8 \text{ rad/s}$ $f_d = \frac{\omega_d}{2\pi} = \frac{912.8}{2\pi} = 145.3 \text{ Hz}$



3. Växelströmsproblem

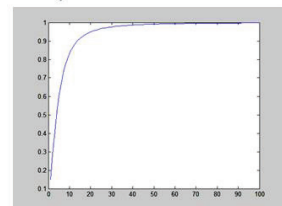
a) Faser: L1, L2 och L3, samt neutral (nolla) N

b) Fasspänningen blir: $U_f = \frac{U_h}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 231 \text{ V}$, det är 120° fäsförskjutning mellan faserna

c) amplitudfunktion: $|H(\omega)| = \left| \frac{j\omega L}{R + j\omega L} \right| = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$

fäsfunktion: $\angle H(\omega) = 90 - \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)$

Amplitudfunktion



d) HP, släpper igenom höga frekvenser, spärrar för låga

e) $H(\omega) = \frac{R}{R + j\omega L}$ blir ett LP-filter

Fäsfunktion

