

# MA501G Diskret matematik och logik, HT 2019

## INLÄMNING 7

Lösningarna ska lämnas till föreläsaren, eller läggas i tidskriftssamlaren utanför dennes rum, **senast fredagen 1/11 kl. 10:00**. För att lösningarna ska beaktas måste de lämnas in i tid.

Du ska försöka att lösa alla uppgifter på grundläggande nivå, för överbetyg även de på fördjupad nivå.

En bra lösning är fullständig och välmotiverad, med förklarande text, en struktur och beräkningar som är lätta att följa samt ett tydligt angivet svar; se även betygskriterierna.

Det är tillåtet att samarbeta, men du måste skriva lösningarna själv, med dina egna ord. För att ha chans på betyg 5 bör du lösa minst en uppgift på fördjupad nivå helt på egen hand; **markera dessa uppgifter tydligt**.

Fredagen **1/11 kl. 10:15** är det obligatoriskt seminarium där lösningarna kommer att presenteras och diskuteras. Observera att även seminarierna är en del av kursens examination. Du ska vara beredd att redovisa (vid tavlan) de uppgifter som du har lämnat in skriftliga lösningar på. Blir det tid över av seminarietiden kommer vi att avsluta passet som en vanlig övning.

## Grundläggande nivå

1. Rita relationsgraferna och ange relationsmatriserna för följande relationer på mängden  $\{1, 2, 3\}$ :
  - (a)  $\mathcal{R}_1 = \{(1, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$
  - (b)  $\mathcal{R}_2 = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (3, 1)\}$
2. Betrakta relationerna  $\mathcal{R}_1$  och  $\mathcal{R}_2$  från uppgift 1.
  - (a) Avgör om  $\mathcal{R}_1$  är reflexiv, symmetrisk, anti-symmetrisk och/eller transitiv.
  - (b) Avgör om  $\mathcal{R}_2$  är reflexiv, symmetrisk, anti-symmetrisk och/eller transitiv.
3. Skapa en ändlig automat som tar in strängar av nollor, ettor och tvåor och skickar ut en etta varje gång summan av de inlästa talen är delbar med 3, och en nolla annars. Till exempel ska indata 1012011021 ge utdata 0000001101.

Tänk på att det ska gå ut tre pilar från varje tillstånd.
4. Skapa en ändlig automat som tar in binära strängar och accepterar 01, 0101, 010101, ... och 10, 1010, 101010, ... (men inga andra).

Tänk på att det ska gå ut två pilar från varje tillstånd.
5. Skapa en ändlig automat som tar in binära strängar och accepterar de som både har ett udda antal nollor och en summa som är delbar med 3 (men inga andra). Till exempel ska 0111 accepteras, men inte 011 eller 111.

Tänk på att det ska gå ut två pilar från varje tillstånd.

## Fördjupad nivå

6. Bestäm antalet bijektioner  $f : \mathcal{P}(\{a, b, c\}) \rightarrow \{1, 2, \dots, 8\}$  sådana att

$$\forall x \forall y (x \subseteq y \rightarrow f(x) \leq f(y)),$$

där  $\mathcal{P}$  betecknar potensmängd.

7. Betrakta alla funktioner  $f : \{1, 2, \dots, m\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$  sådana att

$$\forall x \forall y (x \leq y \rightarrow f(x) \leq f(y)),$$

där  $m$  och  $n$  är godtyckliga positiva heltal.

- (a) Hur många sådana injektioner finns det?
- (b) Hur många sådana surjektioner finns det?
- (c) Hur många sådana funktioner finns det?

Tips: Se Avsnitt 5.4.2.