ÖREBRO UNIVERSITET

Ellära för civilingenjörer
FY502G-0100
2019-12-14

Hjälpmedel: Skrivmateriel och miniräknare (utan internetanslutning). Formelblad delas ut vid tentamen.
Betygskriterier: Skrivningens maxpoäng är 60. Samtliga deluppgifter kan ge 4 poäng och bedöms utifrån kriterier för *kunskap och förståelse, färdighet och förmåga,* samt *skriftlig avrapportering*.
För betyg 3/4/5 räcker det med 6 poäng inom vart och ett av områdena *statiska likströmsproblem, tidsberoende fenomen* och *växelströmsproblem* samt 30/40/50 poäng totalt.
Detaljerna framgår av separat dokument publicerat på Blackboard.
Anvisningar: Motivera väl, redovisa alla väsentliga steg, rita tydliga figurer och svara med rätt enhet. Redovisa inte mer än en huvuduppgift per blad och lämna in uppgiftsordning.
Skrivningsresultat: Meddelas inom 15 arbetsdagar.
Examinator: Dag Stranneby.

Lycka till!

1. Statiska likströmsproblem

a) Du har köpt en elbil med batterispänningen 400 V. Det blir kallt på vintern, så du bestämmer dig för att bygga en kupévärmare. En värmeeffekt på 600 W behövs, inte mer för då riskerar du att dra ur batteriet, och inte mindre för då fryser du. Det finns tre värmeelement (effektmotstånd) i en gör-det-själv-sats i tillbehörsaffären, de har resistansen: 80 ohm, 120 ohm och 220 ohm. Hur ska du koppla ihop dem (serie- och parallellkoppling) för att få den önskade värmeeffekten?

b) En Thévenins tvåpol har tomgångsspänning 100 V och kortslutningsström 4 A. Rita upp motsvarande Nortons tvåpol och beräkna ström och inre resistans.

c) En obelastad spänningsdelare, figur A, har U_1 = 12 V, U_2 = 5 V och R_1 = 10 Ω, vilken resistans har R_2?

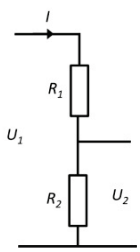


fig A

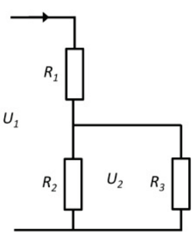
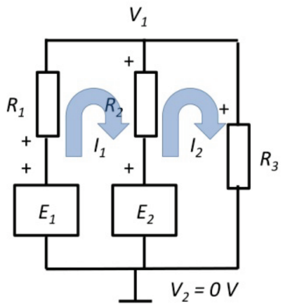


fig B

Nu kopplar vi in en belastning till spänningsdelaren, figur B, R_3 = 8 Ω, vad blir spänningen U_2 då?

d) Gör en maskanalys på kretsen nedan och ställ upp matrisekvationen, OBS! du behöver inte räkna ut några siffervärden, men visa tydligt hur ekvationssystemet ser ut.



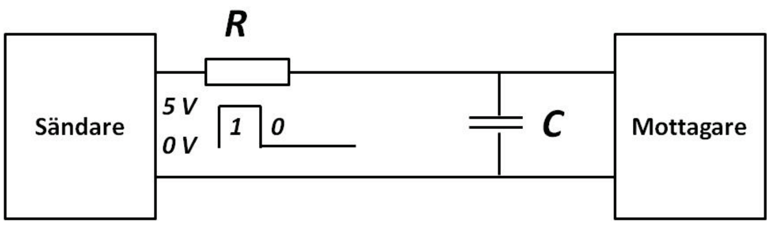
e) Ett perfekt isolerat (inga läckströmmar) föremål ligger på en jordad (= 0 V) diskbänk. Föremålet är uppladdat med laddningen 500 [nC] och spänningen relativt jord mäts till 2.5 [kV]. Hur stor är kapacitansen mellan föremålet och jord? Hur stor energimängd är lagrad i det elektriska fältet?

Nu lyfter man upp föremålet från diskbänken så att kapacitansen sjunker till en fjärdedel av ovan, vilken spänning får föremålet då? Hur stor energimängd är lagrad i det elektriska fältet nu?

Var kom resten av energin ifrån?

2. Tidsberoende fenomen

a) Vi ska överföra datatrafik från sändare till mottagare på en ledning. En logisk etta (1) signaleras som 5 V och en logisk nolla (0) som 0 V.



Ledningen kan (förenklat) modelleras som ett RC-nät, med R = 1 kΩ och C = 10 nF. Ledningen kan beskrivas med differentialekvationen:

$$\frac{dU_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC} U_C(t) = \frac{E}{RC}$$

där E är pulsens (1) maxspänning från sändaren in i ledningen, och U_C är spänningen över kapacitansen, alltså vad som kommer ut ur ledningen och in i mottagaren. Beräkna differentialekvationens homogena lösning.

b) Beräkna differentialekvationens partikulära lösning och den kompletta lösningen. Begynnelsevillkoret är $U_C(0) = 0$.

c) Använd nu lösningen från b), eller använd lösningen för uppladdning av ett RC-nät i formelsamlingen, för att lösa följande problem:

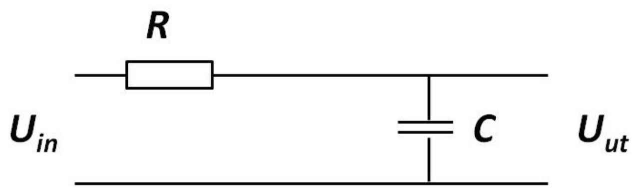
Vi skickar en etta som är en 5 µs lång puls. På grund av att ledningen måste laddas upp när ettan kommer, hinner inte U_C att nå upp till 5 V, innan pulsen tar slut och en nolla (0) kommer. Vilken största spänning kommer mottagaren att se när vi sänder en etta?

d) I mottagaren finns en tröskelkrets som känner av spänningsnivån. En spänning över 2.5 V tolkas som en etta, och under denna nivå som en nolla. Vad kommer mottagaren att ta emot för signal i fallet c)?

e) Hur lång måste en puls minst vara för att en etta ska klara att komma upp i 2.5 V innan pulsen är slut? (Detta kommer att sätta en gräns för dataöverföringsfrekvensen/hastigheten).

3. Växelströmsproblem

a) Vi använder ledningen i uppgift 2, men nu för att överföra analoga ljudsignaler, med samma värden på *R* och *C*.



Ställ upp ett uttryck för den komplexa frekvensfunktionen $G(\omega)=\frac{U_{ut}}{U_{in}}$ med hjälp av $j\omega$-metoden.

b) Vilken typ av filterfunktion är detta, LP, HP, BP eller BS?

c) Beräkna gränsfrekvensen för ledningen dvs vid vilken frekvens *f* är $|G(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$?

d) Vad är storleken (beloppet) på *G* vid gränsfrekvensen uttryckt i dB?

e) Hur kan man förändra ledningen så att man höjer gränsfrekvensen?

Omtenta 191214 ellära, D.S.

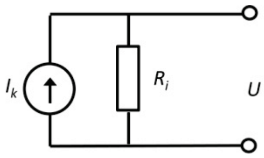
Lösningsförslag

1. Statiska likströmsproblem

a) Totala resistansen som behövs: $P = UI = \dfrac{U^2}{R} \;\Rightarrow\; R = \dfrac{U^2}{P} = \dfrac{400^2}{600} = 267\,[\Omega]$

Parallellkoppla 120 ohm och 80 ohm så fås: $R_1 = \dfrac{R_a R_b}{R_a + R_b} = \dfrac{120 \cdot 80}{120 + 80} = 48\,[\Omega]$

Seriekoppla med 220 ohm: $R_1 + R_2 = 48 + 220 = 268\,[\Omega]$ (närmaste man kan komma)

b) 

$$I = I_k = 4\,[\mathrm{A}]$$

$$R_i = \frac{E}{I_k} = \frac{100}{4} = 25\,[\Omega]$$

c) Den olastade spänningsdelaren i A: $U_2 = U_1 \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} \;\Rightarrow R_2 = \dfrac{U_2 R_1}{U_1 - U_2} = \dfrac{5 \cdot 10}{12 - 5} = 7.2\,[\Omega]$

När man lastar med R_3 hamnar den parallellt över R_2, fig B:

$$U_2 = U_1 \frac{R}{R_1 + R} \qquad R = R_2 // R_3 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \;\Rightarrow\; U_2 = U_1 \frac{\dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}{R_1 + \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = U_1 \frac{R_2 R_3}{R_1 (R_2 + R_3) + R_2 R_3}$$

$$= 12 \frac{7.2 \cdot 8}{10(7.2 + 8) + 7.2 \cdot 8} = 3.3\,[\mathrm{V}]$$

d)
$$E_1 - I_1 R_1 - (I_1 - I_2) R_2 - E_2 = 0 \;\Rightarrow\; -I_1 (R_1 + R_2) + R_2 I_2 = E_2 - E_1$$

$$E_2 - (I_2 - I_1) R_2 - I_2 R_3 = 0 \;\Rightarrow\; I_1 R_2 - I_2 (R_2 + R_3) = -E_2$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{RI} = \begin{bmatrix} -(R_1 + R_2) & R_2 \\ R_2 & -(R_2 + R_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_2 - E_1 \\ -E_2 \end{bmatrix}$$

e) $C = \dfrac{Q}{U} = \dfrac{500 \cdot 10^{-9}}{2.5 \cdot 10^3} = 200 \cdot 10^{-12} = 200\,[\mathrm{pF}]$

$$W_C = \frac{CU^2}{2} = \frac{200 \cdot 10^{-12} \cdot \left(2.5 \cdot 10^3\right)^2}{2} = 6.25 \cdot 10^{-4} = 0.625\,[\mathrm{mJ}]$$

Kapacitansen sjunker till en fjärdedel: $C = \dfrac{200 \cdot 10^{-12}}{4} = 50 \cdot 10^{-12} = 50\,[\mathrm{pF}]$

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{500 \cdot 10^{-9}}{50 \cdot 10^{-12}} = 10 \cdot 10^3 = 10\,[\mathrm{kV}]$$

$$W_C = \frac{CU^2}{2} = \frac{50 \cdot 10^{-12} \cdot \left(10 \cdot 10^3\right)^2}{2} = 2.5 \cdot 10^{-3} = 2.5\,[\mathrm{mJ}]$$

När man lyfte objektet "drog man isär" laddningarna (laddningsseparation), där kom arbetet

Omtenta 191214 ellära, D.S.

2. Tidsberoende fenomen

a) Homogenlösningen fås genom: $\frac{dU_{Ch}(t)}{dt}+\frac{1}{RC}U_{Ch}(t)=0 \quad r+\frac{1}{RC}=0 \Rightarrow r=-\frac{1}{RC}$

$$U_{Ch}(t)=Ae^{rt}=Ae^{-\frac{1}{RC}t}$$

b) Partikulärlösningen fås genom ansatsen: $U_{Cp}(t)=K, \quad \frac{dU_{Cp}(t)}{dt}+\frac{1}{RC}U_{Cp}(t)=\frac{E}{RC}$

$$0+\frac{1}{RC}K=\frac{E}{RC} \Rightarrow K=E$$

Komplett lösning: $U_C(t)=U_{Ch}(t)+U_{Cp}(t)=Ae^{-\frac{1}{RC}t}+E$

Med begynnelsevillkor: $U_C(t)=E-Ee^{-\frac{1}{RC}t}=E\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$ lösningen finns i formelsamlingen

c) Insättning i lösningen för uppladdning av RC-nät: $U_C(5\cdot 10^{-6})=5\left(1-e^{-\frac{1}{10^3\cdot 10^{-8}}5\cdot 10^{-6}}\right)=1.97\,[\mathrm{V}]$

d) Eftersom spänningen (1.97 V) inte kommer över tröskelspänningen 2.5 V, kommer ettan aldrig att uppfattas av mottagaren utan tolkas en nolla. Vi kommer att missa ettan och får ett datafel.

e) För att mottagaren ska detektera pulsen som en etta måste $U_C(t)$ > 2.5 V, sök pulslängden t:

$$U_C(t)=E\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)=2.5 \quad \Rightarrow \frac{2.5}{E}-1=-e^{-\frac{1}{RC}t} \Rightarrow t=-RC\ln\left(1-\frac{2.5}{E}\right)$$

med insatta siffror: $t=-10^3\cdot 10^{-8}\ln\left(1-\frac{2.5}{5}\right)=6.9\,[\mu\mathrm{s}]$

3. Växelströmsproblem

a) $G(\omega)=\frac{U_{ut}}{U_{in}}=\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}}=\frac{1}{j\omega CR+1}$

b) LP (lågpass), ty låga frekvenser ω ger stort $|G(\omega)|$ och höga frekvenser ger litet $|G(\omega)|$

c) $|G(\omega_g)|=\frac{1}{\sqrt{1^2+(\omega_g CR)^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 1+(\omega_g CR)^2=2 \Rightarrow \omega_g=\frac{1}{RC}\Rightarrow$

$$f_g=\frac{1}{2\pi RC}=\frac{1}{2\pi\cdot 10^3\cdot 10^{-8}}=15.92\,[\mathrm{kHz}]$$

d) $\left|G(\omega_g)\right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \;\Rightarrow\; G_{dB} = 20\log\left(\left|G(\omega_g)\right|\right) = 20\log\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -3\;[\mathrm{dB}]$

(OBS *20* för att det är spänningar.)

e) Se lösningen till c). Minska *C* och *R*, genom att, om möjligt, minska längden på ledningen, eller bygga ledningen på ett annat sätt.