MA501G Diskret matematik och logik, HT 2019

Inlämning 6

Lösningarna ska lämnas till föreläsaren, eller läggas i tidskriftssamlaren utanför dennes rum, **senast torsdagen 24/10 kl. 10:00**. För att lösningarna ska beaktas måste de lämnas in i tid.

Du ska försöka att lösa alla uppgifter på grundläggande nivå, för överbetyg även de på fördjupad nivå.

En bra lösning är fullständig och välmotiverad, med förklarande text, en struktur och beräkningar som är lätta att följa samt ett tydligt angivet svar; se även betygskriterierna.

Det är tillåtet att samarbeta, men du måste skriva lösningarna själv, med dina egna ord. För att ha chans på betyg 5 bör du lösa minst en uppgift på fördjupad nivå helt på egen hand; **markera dessa uppgifter tydligt**.

Torsdagen **24/10 kl. 10:15** är det obligatoriskt seminarium där lösningarna kommer att presenteras och diskuteras. Observera att även seminarierna är en del av kursens examination. Du ska vara beredd att redovisa (vid tavlan) de uppgifter som du har lämnat in skriftliga lösningar på. Blir det tid över av seminarietiden kommer vi att avsluta passet som en vanlig övning.

Grundläggande nivå

1. (a) Visa att $(p \to q) \leftrightarrow (\neg q \to \neg p)$ är en tautologi genom att ställa upp en sanningsvärdestabell.

   (b) Visa att $(p \to q) \to (\neg q \to \neg p) \Leftrightarrow 1$ genom att använda satslogiska räkneregler (se Tabell 7.1 och 7.2). Motivera varje steg.

2. (a) Visa att $(p \to q \wedge r) \leftrightarrow (p \to q) \wedge (p \to r)$ är en tautologi genom att ställa upp en sanningsvärdestabell.

   (b) Visa att $p \to q \wedge r \Leftrightarrow (p \to q) \wedge (p \to r)$ genom att använda satslogiska räkneregler. Motivera varje steg.

3. Betrakta den booleska funktionen $f(x, y, z) = (x + \bar{y})(y + \bar{z})(z + \bar{x})$.

   (a) Ställ upp värdetabellen för f.

   (b) Skriv f på disjunktiv normalform med valfri metod. Om du använder värdetabellen, motivera varför metoden fungerar. Om du använder räkneregler i boolesk algebra (se Tabell 7.3), motivera varje steg.

   (c) Skriv f på konjunktiv normalform med valfri metod. Om du använder värdetabellen, motivera varför metoden fungerar. Om du använder räkneregler i boolesk algebra, motivera varje steg.

4. Låt universum vara **Z** och betrakta följande predikat: $P(x)$: x är ett primtal, $D(x, y)$: x delar y, $M(x, y, z)$: y delar produkten xz.

   (a) Skriv ”om x delar y och y delar x, så är $x = y$” med predikatlogiska symboler. Är påståendet sant?

   (b) Översätt följande predikatlogiska formel till god svenska:

   $$\forall x \exists y (P(y) \wedge D(y, x)).$$

   Är påståendet sant?

   (c) Skriv ”om ett primtal delar produkten ab, så delar det a eller b” med predikatlogiska symboler. Är påståendet sant?

Fördjupad nivå

5. Låt universum vara **Z**. Definiera ett predikat P sådant att $\forall x \exists y P(x, y)$ är sann men $\forall y \exists x P(x, y)$ är falsk.

6. Skriv ”det finns högst två objekt i universum med egenskapen P” med predikatlogiska symboler.