ÖREBRO
UNIVERSITET

Tentamen: DT504A
Modellering och Numerisk Simulering

2022-03-02 kl. 08:15 – 13:15

Hjälpmedel: Kursboken "Modellbygge och Simulering" av L. Ljung och T. Glad, ett handskrivet A4-ark med egna anteckningar, miniräknare och dator körande WISEFlow Lock. Vänligen notera att uppgifterna skall lösas personligen, sammarbete med medstudenter och hjälp från tredje man är ej tillåtet.

Betygskriterier: Framgår av separat dokument publicerat på Blackboard. Maxpoäng är 60 och godkännt motsvarar 30 poäng.

Anvisningar: Motivera dina lösningar väl, redovisa alla väsentliga beräkningssteg och svara exakt. Var tydlig med vad som antas och vad som visas. Det är huvudsaklingen motiveringarna och själva lösningen som ger poäng, inte det slutgiltiga svaret. Tentamen innehåller lättare och svårare uppgifter blandat. Läs därför igenom hela tesen och välj en ordning av uppgifter som passar dig. Svara på högst en deluppgift per blad. Tentamens-lösningen skall lämnas in på WISEFlow. Handskrivna lösningar uppmuntras och kan scannas med webbkamera.

Rättningsförfarande: Resultat meddelas inom 15 arbetsdagar.

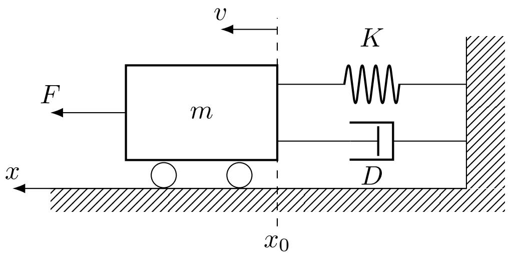
Ansvariga lärare:

- Hugo Strand, uppgift 1–4, tel. 073-313 2934
- Fransizka Klügl, uppgift 5–6, tel. 070-668 9179

Examinator: Hugo Strand

Uppgift 1

Betrakta systemet med en massa m som rullar friktionsfritt i x-led med position x och hastighet v.



Massan påverkas av en extern kraft F, en kraft från en dämpare $F_d = D \cdot \dot{x} = D \cdot v$, och en fjäderkraft $F_k = K(x - x_0)$.

(a) Rita bindningsgrafen för systemet. (2p)

(b) Bestäm alla dimensionslösa parametrar för systemet, genom att lösa för nollrummett hos en – för systemet relevan – matris. Använd basenheterna längd L, tid T och massa M. (4p)

(c) Skriva om systemekvationen

$$F - K(x - x_0) - D \cdot v = m\frac{dv}{dt}$$

på dimensionshomogen form, när $x_0 = 0$ och $F = 0$. (4p)

Uppgift 2

Betrakta differentialekvationen

$$\ddot{x} + a \cdot \dot{x}^2 + (x - 1)^2 + 1 = u(t)$$

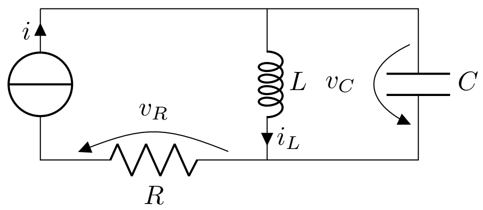
(a) Skriv systemet på tillståndsform. (3p)

(b) Bestäm systemets alla stationärtillstånd för konstant insignal $u(t) = u_0$. (3p)

(c) Härled en linjär tillståndsform för systemet genom att linjärisera runt ett av stationärtillstånden för $u_0 = 1$. (4p)

Uppgift 3

Beakta kretsen med strömmen $i(t)$ som insignal.



(a) Rita bindningsgrafen för systemet. (2p)

(b) Härled ett linjärt differential-algebraiskt-ekvationssystem (DAE) för systemet med den generaliserade tillståndsvektorn $\vec{z} = [i_L, v_C, v_R]^T$. (3p)

(c) Bestäm index för DAE beskrivningen. (3p)

(d) Använd DAE systemet för att härleda en systembeskrivning på tillståndsform med tillståndsvektor $\vec{x} = \vec{z}$. Behandla eventuella högre ordningens tidsderivatior med avsende på i som insignaler. (2p)

Uppgift 4

Beakta det enkla tillståndssystemet

$$\frac{d}{dt}x = \lambda x$$

med en komplexvärd konstant $\lambda \in \mathbb{C}$ och initialvillkor vid $t = 0$, $x(0) = 1$.

Härled och skissa stabilitetsområdet i det komplexa talplanet för,

(a) den analytiska lösningen $x(t)$ med avseende på λ, (1p)

(b) den apprixmativa lösningen $x(t_n)$, som fås med Euler **frammåt** metoden, med avseende på $h \cdot \lambda$, där h är steglängden i tiden ($t_n = n \cdot h$), samt (2p)

(c) den apprixmativa lösningen $x(t_n)$, som fås med Euler **bakåt** metoden, också med avseende på $h \cdot \lambda$. (2p)

(d) Vad är det maximala värdet på steglängden h som ger en stabil lösning för Euler frammåt respektive Euler bakåt, när λ ges av den komplexa konstanten $\lambda = -1 + i$? (d.v.s. $i = \sqrt{-1}$) (5p)

Uppgift 5: Discrete Event System Modelling: Petri Net

Consider the following Petri Net in Figure 1.

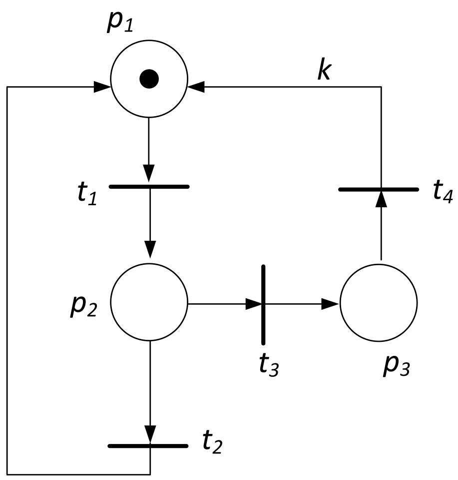


Figure 1: Petri Net Example

Hereby, the label k at the arc (t_4, p_1) is the weight. In the lecture, we have drawn k arcs between t_4 and p_1 instead of labelling the arc.

1. write down the formal definition of this Petri Net (1p)
2. let $k = 1$, which transitions are enabled with the initial marking as given in Figure 1? (1p)
3. Explain what is the difference between the reachability tree and the coverability tree of a Petri Net in general? (2p)
4. draw the reachability / coverability tree for the network with $k = 1$ and $k = 2$ (4p)
5. for which k the Petri Net is bound/unbound? (1p)
6. is there a k for which the Petri Net is not deadlock-free? (1p)

Uppgift 6: Discrete Event Simulation

Queuing System 1: Consider the Queuing System given in Figure 2 with 3 servers. Just image some small supermarket with two (automated) payment stations with a door that just can be passed displaying the payment receipt. Each queue uses a FIFO queuing discipline, the queue in front of D has a restricted capacity of 3, the other queues have infinite capacity. Customers arrive and select the queue with the fewest waiting customers. *If the number of customers in the queues in front of C_1 and C_2 are equally long, the customer chooses C_1. If there are two events at the same time, arrival events are handled first.*

Simulate the system with the following inter-arrival and service times. Service times are independent from the actual cashier server C_1 or C_2 - so simply take

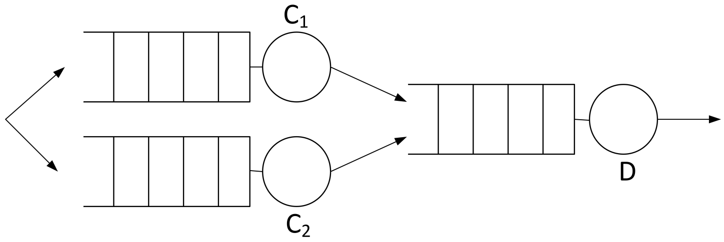


Figure 2: Queuing System Example

the next service time when handling a *Start-Service* event. Service time at D is the same for all customers: $d = 2$.

- Inter-arrival times: $a_1 = 1$, $A_2 = 1$, $A_3 = 2$, $A_4 = 1$, $A_5 = 1$, $A_6 = 2$, $A_7 = 1$
- Service times at C_1 or C_2: $S_1 = 6$, $S_2 = 4$, $S_3 = 5$, $S_4 = 3$, $S_5 = 4$, $S_6 = 5$

and answer the following question:

1. How many customers wait in each of the queues after all events at $t = 6$ are handled. (3p)
2. What are the entries in the event queue after $t = 6$ - what is the next event and when? (2p)

Queuing System 2: Now we replace the two queues to the cashiers C_1 and C_2 by a shared queue. Customers leave the queue any time one of the two servers becomes empty / finished serving the previous customer, see Figure 3.

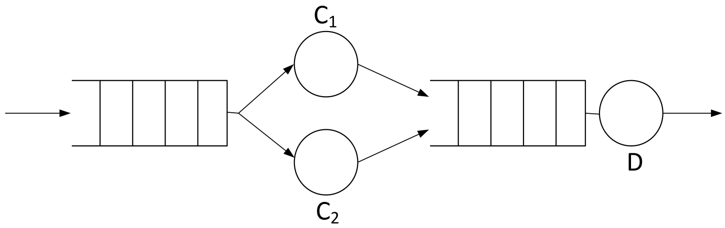


Figure 3: Queuing System Example with shared queue

Using the same inter-arrival and services times as above, how does the situation (entries in the event queue and number of customers waiting in the different queues) look like after processing all events until (including) $t = 6$. (3p)

Process Oriented Simulation: Does it make sense to model the two cashier and one door system using a process oriented simulation scheme? Do you see advantages? do you see disadvantages? (2p)