41.1 [sidan 1154] Våg- och materiefysik MÖ

Silver har Fermienergin $E_F=5.5$ eV. Vid temperaturen $T=0^\circ$ C= 273.15 K ger detta sannolikheten för ockupation vid olika energier E enligt den sk Fermi-Dirac fördelningen (41-6)

$$P(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_F}{k_B T}\right) + 1},\tag{1}$$

där $k_B=1.381\cdot 10^{-23}\;J/K=8.617\cdot 10^{-5}\;eV/K$ är Boltzmanns konstant.

a) För $E=4.4~{\rm eV}$ får vi (räknar genomgående i eV)

$$P(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{4.4 - 5.5}{8.617 \cdot 10^{-5} \cdot 273.15}\right) + 1} = \frac{1}{\exp\left(-46.7\right) + 1} \simeq 1.$$
 (2)

Svar a): Sannolikheten är 1.0.

b) För E = 5.4 eV får vi

$$P(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{5.4 - 5.5}{8.617 \cdot 10^{-5} \cdot 273.15}\right) + 1} = 0.9859.$$
 (3)

Svar b): Sannolikheten är 0.99.

c) För E = 5.5 eV får vi

$$P(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{5.5 - 5.5}{8.617 \cdot 10^{-5} \cdot 273.15}\right) + 1} = \frac{1}{1+1} = 0.5.$$
 (4)

Svar c): Sannolikheten är 0.50.

d) För E = 5.6 eV får vi

$$P(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{5.6 - 5.5}{8.617 \cdot 10^{-5} \cdot 273.15}\right) + 1} = 0.01408.$$
 (5)

Svar d): Sannolikheten är 0.014.

e) För E=6.4 eV får vi

$$P(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{6.4 - 5.5}{8.617 \cdot 10^{-5} \cdot 273.15}\right) + 1} = 2.476 \cdot 10^{-17}.$$
 (6)

Svar e): Sannolikheten är $2.5 \cdot 10^{-17}$ (nästan 0).

f) Vi söker nu temperaturen T så att $E=5.6~\mathrm{eV}$ ger sannolikheten 0.16

$$P(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{5.6 - 5.5}{8.617 \cdot 10^{-5} \cdot T}\right) + 1} = 0.16,\tag{7}$$

$$\exp\left(\frac{5.6 - 5.5}{8.617 \cdot 10^{-5} \cdot T}\right) = \frac{1}{0.16} - 1 = 5.250,\tag{8}$$

$$\frac{5.6 - 5.5}{8.617 \cdot 10^{-5} \cdot T} = \ln(5.250), \qquad (9)$$

$$T = \frac{5.6 - 5.5}{8.617 \cdot 10^{-5} \cdot \ln(5.250)} = \frac{0.1}{8.617 \cdot 10^{-5} \cdot 1.658} = 6.999 \cdot 10^{2} K, \quad (10)$$

Svar f): Den sökta temperaturen är 700 K.