ÖREBRO
UNIVERSITET

Facit till dugga 2 version B

Integraler och differentialekvationer, VT20

28 februari 2020

Nedan anges facit i form av tipsrad till dugga 2 version B. Uppgifterna kan ni se på sidorna 2-5 i detta dokument. Notera att det är ett tryckfel på uppgift 3 där e^{-x} ska ersättas med e^{-3x}.

	a	b	c	d	e
1		×			
2			×		
3			×		
4					×
5			×		
6				×	
7					×
8			×		
9				×	
10		×			
11			×		
12	×				

1. Med variabelbytet $t = \tan(x/2)$ fås att

$$\int \frac{1}{\sin(x)}\,dx = \int f(t)\,dt$$

där $f(t)$ ges av

(a) t

(b) $1/t$

(c) $2/t$

(d) $2/(1+t^2)$

(e) $\sin(t)$

2. Med variabelbytet $u = \cos(x)$ fås att

$$\int \frac{\sin(x)}{\cos(x)}\,dx = F(u) + C$$

om $F(u)$ ges av

(a) u

(b) $\ln|u|$

(c) $-\ln|u|$

(d) $\tan(u)$

(e) $\sin(u)$

3. Partialintegrering ger att

$$\int xe^{-3x}\,dx = f(x) - \frac{1}{9}e^{-x} + C$$

om $f(x)$ ges av

(a) $xe^{-3x}/3$

(b) xe^{-3x}

(c) $-xe^{-3x}/3$

(d) $-xe^{-3x}$

(e) $3xe^{-3x}$

4. Partialbråksansättningen

$$\frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$$

är lämplig för $f(x)$ given av

(a) $(5x+1)/(x^3+x^2)$

(b) $(5x-1)/(x^2+x)$

(c) $(5x-1)/(x^2-x)$

(d) $(2x+1)/(x^2(x+1))$

(e) $(2x-1)/(x(x+1)^2)$

5. Det gäller att

$$\frac{2}{x^2-2x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-2}$$

om

(a) $A = 1$ och $B = 1$

(b) $A = 1$ och $B = -1$

(c) $A = -1$ och $B = 1$

(d) $A = 2$ och $B = 1$

(e) $A = 1$ och $B = 2$

6. Vi får att

$$y'(x) - 2y(x) = h(x)$$

är separabel om $h(x)$ ges av

(a) x

(b) $-2x$

(c) $3x$

(d) 18

(e) $-x^2$

7. Vi får att

$$y'(x) + x^4 y^n(x) = \tan(x)$$

är linjär om n är lika med

(a) 5
(b) 4
(c) 3
(d) 2
(e) 1

8. En integrerande faktor till

$$y'(x) - 2xy(x) = x^3$$

ges av

(a) e^x
(b) e^{x^2}
(c) e^{-x^2}
(d) e^{x^3}
(e) e^{-x^3}

9. En integrerande faktor till

$$y'(x) - \frac{2y(x)}{x} = x^2 + 1$$

ges av

(a) $\ln|x|$
(b) $1/x$
(c) x
(d) $1/x^2$
(e) x^2

10. Den separabla differentialekvationen kan lösas enligt

$$mv'(t) = -kv(t) \quad \iff \quad \int \frac{1}{v}\,dv = \int f(t)\,dt$$

där $f(t)$ ges av

(a) t

(b) $-k/m$

(c) $(-k/m)t$

(d) k/m

(e) $(k/m)t$

11. Den logistiska ekvationen kan lösas enligt

$$N'(t) = kN(t)(50 - N(t)) \quad \iff \quad \int \left(\frac{A}{N} + \frac{B}{50 - N}\right) dN = \int k\,dt$$

där

(a) $A = 1$ och $B = 1$

(b) $A = 50$ och $B = 50$

(c) $A = 1/50$ och $B = 1/50$

(d) $A = 100$ och $B = 100$

(e) $A = 1/100$ och $B = 1/100$

12. En differentialekvation $L(y) = h(x)$ kallas linjär om det för varje par av funktioner u_1, u_2 och konstanter a_1, a_2 gäller att

(a) $L(a_1u_1 + a_2u_2) = a_1L(u_1) + a_2L(u_2)$

(b) $L(u_1 + u_2) = a_2 - a_1$

(c) $L(u_1u_2) = a_1a_2$

(d) $L(u_1 + u_2) = a_1 + a_2$

(e) $L(a_1u_1) = a_2u_2$