



Tentamen på kursen
Matematisk statistik och sannolikhetslära
MA506G

2020-08-26, kl. 08:15–13:15

Hjälpmedel: Miniräknare med tomt minne samt bifogad formelsamling.

Betygskriterier: Maximalt 60 poäng kan erhållas. För betyget $i \in \{3, 4, 5\}$ krävs $10i$ poäng.

Anvisningar: Motivera väl, redovisa alla väsentliga beräkningssteg och skriv tydliga svar. Redovisa högst en uppgift per blad. Lämna in bladen i uppgiftsordning.

Skrivningsresultat: Meddelas inom 15 arbetsdagar

Examinator: Mikael Hansson

Lycka till!

1. (a) Anta att $P(A) = 0.65$, $P(A \cup B) = 0.8$ och $P(B | A \cup B) = 0.75$. Bestäm $P(A \cap B)$. Är A och B oberoende? [10p]
(b) Ur en vanlig kortlek med 52 kort dras på måfå fem kort (en pokerhand). Beräkna sannolikheten för kåk, dvs. tre kort av en valör och två kort av en annan valör.
(c) Beräkna sannolikheten för färg men inte färgstege, dvs. fem kort i samma färg som inte alla är i följd (ess räknas som både 1 och 14).
2. Anta att den simultana täthetsfunktionen för (X, Y) ges av $f_{X,Y}(x, y) = e^{-y}$, $0 \leq x \leq y$. [10p]
(a) Bestäm de marginella täthetsfunktionerna för X och Y .
(b) Beräkna $P(X > 2 | Y < 4)$.
3. Anta att $X \sim \text{Bin}(n, p)$. [6p]
(a) Visa att $g_X(s) = (ps + 1 - p)^n$, där $g_X(s) = E(s^X)$ är den sannolikhetsgenererande funktionen.
(b) Man kan visa att $E(X) = g'_X(1)$ och $V(X) = g''_X(1) + g'_X(1) - (g'_X(1))^2$. Använd detta för att härleda $E(X) = np$ och $V(X) = np(1 - p)$.
4. Vid en viss tentamen når de 60 tentanderna de olika betygsgränserna oberoende av varandra. En tentand blir godkänd med sannolikheten 65 %. [12p]
(a) Använd en lämplig approximation för att beräkna sannolikheten att minst 70 % av tentanderna blir godkända.
(b) Anta att antalet studenter som anmäler sig till fortsättningskursen är $\text{Po}(\lambda)$. De anmälda studenterna fullföljer kursen oberoende av varandra med sannolikheten p . Visa att antalet studenter som fullföljer kursen är $\text{Po}(\lambda p)$.

5. (a) Ada lägger en patiens, som går ut med sannolikheten p , åtta gånger och noterar tre lyckade försök. Beda lägger samma patiens tills den har gått ut två gånger, vilket kräver sju försök. Bestäm ML-skattningen av p . [12p]
Tips: Det handlar om två olika fördelningar.
- (b) En tränare vill visa att hennes sex veckor långa träningsprogram ökar deltagarnas styrka i marklyft. Hon låter fem personer med varierande träningsbakgrund genomföra programmet. Deltagarna får testa sin styrka precis före och precis efter de sex veckorna. Deras före/efter-resultat är 60/80, 80/90, 110/105, 130/135 och 160/175 kilogram. Har tränaren fått ett signifikant resultat vid 5 % felrisk?
Använd standardmodellen för observationer i par.
6. I ett stickprov, som kan antas komma från $N(\mu, \sigma^2)$, har en pumpaodlare funnit att sex av hans pumpor väger 8.3, 7.6, 9.0, 6.4, 10.5 och 6.8 kilogram. [10p]
- (a) Bestäm ett 95 % konfidensintervall för σ .
- (b) Anta att $\sigma = 1.5$. Kan man vid 1 % felrisk visa att pumporna i genomsnitt väger mindre än 9.6 kilogram?
-