

Tentamen i Modellering och numerisk simulering

DT504A–A001, 4 HP

2023-03-01, kl. 8:15–13:15

Hjälpmedel: Skrivmaterial, miniräknare samt kursboken “Modellbygge och simulering” av Lennart Ljung och Torkel Glad. Ni får markera sidor i boken med hjälp av post-it-flikar eller liknande. Boken kan också få innehålla anteckningar i form av några få ord per sida. Omfattande egna anteckningar är däremot inte tillåtna.

Betygskriterier: Skrivningen består av 6 uppgifter och maxpoängen är 60. För betyg 3/4/5 krävs respektive 30/40/50 poäng.

Anvisningar: Motivera dina lösningar väl, redovisa alla väsentliga beräkningssteg och svara exakt. Var tydlig med vad som antas och vad som visas. Det är huvudsakligen motiveringarna och själva lösningen som ger poäng, inte det slutgiltiga svaret. Tentamen innehåller lättare och svårare uppgifter blandat. Börja därför med att läsa igenom hela tesen och lös sedan uppgifterna i en ordning som passar dig. Redovisa inte mer än en huvuduppgift (1–6) per blad och lämna in lösningarna i uppgiftsordning.

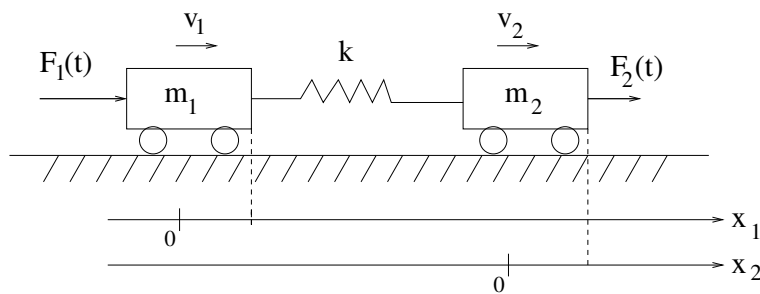
Skrivningsresultat: Meddelas inom 15 arbetsdagar.

Ansvariga lärare:

- Peter Johansson, uppgift 1–4, tel. 070-393 3093
- Franziska Klügl, uppgift 5–6, tel. 070-668 9179

Examinator: Peter Johansson

Uppgift 1



Figuren ovan visar ett system med två massor, m_1 och m_2 , som rullar friktionsfritt i x -led med positioner x_1 och x_2 och hastigheter v_1 och v_2 . Massorna är sammankopplade med en fjäder med fjäderkonstanten k .

Massan m_1 påverkas av en extern kraft F_1 , och massan m_2 av en annan extern kraft F_2 . Dessutom påverkas båda massorna av motriktade krafter från fjädern med storleken $F_f = k(x_1 - x_2)$.

(Nollpunkterna för koordinaterna x_1 och x_2 är förskjutna i figuren på ett sånt sätt att fjäderkraften ska bli noll när de båda koordinaterna är lika stora.)

- (a) Rita en bindningsgraf för systemet och kausalitetsmarkera grafen. [5 p]
- (b) Teckna (skriv ner) systemekvationerna på tillståndsform. [5 p]

Uppgift 2

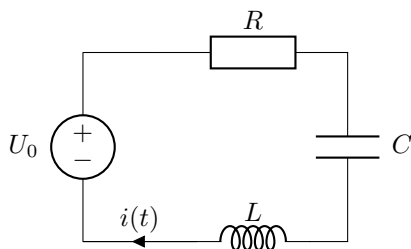
(a) För att få en liten sfärisk partikel med radien R att röra sig med konstant hastighet v genom en vätska (t.ex. vatten eller olja) krävs, på grund av den viskösa friktionen, en konstant kraft F som är proportionell mot hastigheten. Det exakta uttrycket för kraften är

$$F = 6\pi\eta Rv.$$

I denna ekvation betecknar η den dynamiska viskositeten och π är förhållandet mellan omkretsen och diametern på en cirkel, $\pi \approx 3.1416$.

• Vad har η för SI-enhet? [2 p]

(b) Betrakta den elektriska kretsen i figuren nedan. Kretsen består av en spänningskälla, som från och med tiden $t = 0$ ger en konstant spänning U_0 , samt tre komponenter, ett motstånd med resistansen R , en kondensator med kapacitansen C och en spole med induktansen L . Strömmen genom kretsen kan vara tidsberoende och betecknas med $i(t)$.



Sambandet mellan parametervärdena R , C , och L och U_0 , i och t kan skrivas på formen

$$F(i, U_0, R, C, L, t) = 0.$$

Sambandet måste dock också kunna uttryckas på dimensionslös form,

$$G(\pi_1, \dots, \pi_m) = 0,$$

där π_1 etc. är dimensionslösa storheter.

- Hur många (m stycken) dimensionslösa variabler det finns det i det här fallet? [4 p]
- (c) Ta fram uttryck för de dimensionslösa variablerna π_1 , π_2 , etc. [4 p]
(Detta kan göras på olika sätt men de olika variablerna måste förstås i alla fall vara oberoende av varandra.)

Uppgift 3

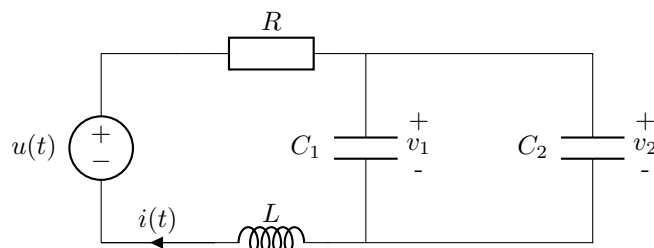
Betrakta ett system som beskrivs av differentialekvationen

$$\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + \sin(x) = u(t) = u_0 + u_1(t),$$

där x är en dynamisk variabel medan $u(t)$ är en insignal.

- (a) Teckna de ekvationer som, på tillståndsform, bestämmer systemets beteende. [3 p]
- (b) Vilka stationärtillstånd har systemet om $u(t) = u_0 = 1/\sqrt{2}$. [3 p]
- (c) Härled en linjär tillståndsform för systemet genom att linjarisera runt en av de stationärpunkter du funnit i (b). [4 p]
(I (c), tänk på att även inkludera avvikelser från stationärtillståndet hos insignalen.)

Uppgift 4

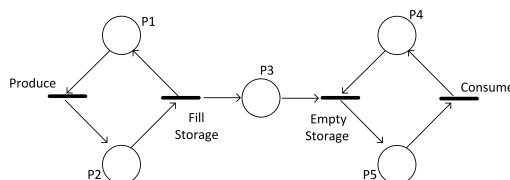


Figuren visar en elektrisk krets som har en tidsberoende spänningskälla $u(t)$ som insignal. Samtliga komponenter, motståndet med resistansen R , spolen med induktansen L och de båda kondensatorerna med kapacitanserna C_1 respektive C_2 , är linjära.

- (a) Rita bindningsgrafén för systemet. [2 p]
- (b) Använd de samband som elläran ger för att teckna ett ekvationssystem på DAE-form om de generaliserade tillståndsvariablerna ges av strömmen $i(t)$ och de båda kondensatorspänningarna $v_1(t)$ och $v_2(t)$, d.v.s. den generaliserade tillståndsvektorn ges av $\bar{z}(t) = [i(t), v_1(t), v_2(t)]^T$ (T står här för transponatet). [4 p]
- (c) Bestäm index för den DAE-beskrivning du funnit i deluppgift (b). [4 p]

Uppgift 5

Consider the following Petri Net in Figure 1.



Figur 1: Petri Net

1. write down the formal definition of this Petri Net [1p]
2. what is the difference between the reachability tree and the coverability graph? [2p]
3. which is the minimum number of token you need to set as a start constellation so that no deadlock situation appears? Justify your answer by drawing the reachability tree or coverability graph [5p]
4. with the minimum number of tokens at start, is the Petri Net bound? Again, justify your answer based on the reachability tree / coverability graph. [2p]

Uppgift 6

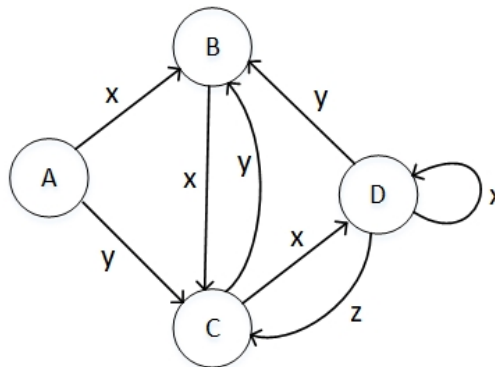
Emergency Department as Event-based Model

The task is to model the emergency unit of a hospital. In such a unit, people with different health conditions arrive and need to be treated. First, those incoming people need to meet a nurse who learns about the persons and does a first evaluation of their condition from a medical point. Based on this first contact, incoming persons are either transported immediately to treatment rooms (category 1), or asked to wait until another nurse or doctor is available to take care of them (category 2) or, as a third option, sent home with some advice. Those with in group 2 - the ones with not so severe problems - will be fetched from the waiting room and will go through some tests and treatments. How many actions and tests depend on the actual individual case. Eventually, severe patients from category 1 and 2 are transported further to the standard stations at the hospital for further treatment.

1. Describe how you would model this system as a queuing system: Which elements are servers? where are the queues and how persons move through a network. Draw the system and explain your assumptions. Sketch a queuing system for an example emergency unit as described above. [4p]
2. Which data can you collect during simulating your model? What are typical questions that you can answer based on simulation runs? [2p]

Discrete Event Simulation

Figure 2 shows a state chart of a system with 4 states and 3 types events.



Figur 2: State Automaton

The initial state at t_0 is A. The following **inter-event times** have been generated: for x events: $A_x = \{1.0, 1.0, 0.5, 2.5, 2.0\}$ for y events: $A_y = \{1.5, 1.5, 2.0, 2.0, 0.5\}$ and for z events: $A_z = \{1.0, 2.0, 3.0, 3.0, 2.0, 1.0\}$.

Draw the sample path of the first 5 events. In which state is the system after the fifth event? [4p]