



ÖREBRO
UNIVERSITET

Våg- och materiefysik för civilingenjörer

FY501G-0100

2018-01-09, kl. 08:15–13:15

Hjälpmedel: Skrivmateriel, lärobok¹ och miniräknare.

Betygskriterier: Skrivningens maxpoäng är 60. Samtliga deluppgifter kan ge 2 poäng och bedöms utifrån kriterier för *kunskap och förståelse; färdighet, förmåga och värderingsförmåga*; samt *skriftlig avrapportering*. För betyg 3/4/5 räcker det med 4 poäng inom vart och ett av områdena *vågrörelselära, elektromagnetism, kvantmekanik* och *materiens struktur* samt 30/40/50 poäng totalt. Detaljerna framgår av separat dokument publicerat på Blackboard.

Anvisningar: Motivera väl med sidhänvisningar och formelnummer från läroboken, redovisa alla väsentliga steg, rita tydliga figurer och svara med rätt enhet. Redovisa inte mer än en huvuduppgift per blad och lämna in i uppgiftsordning.

Skrivningsresultat: Meddelas inom 15 arbetsdagar.

Examinator: Magnus Ögren.

Lycka till!

1. I norra Skandinavien kan isbildning på högspänningsledningar leda till problem då vindens friktionskrafter mot de förtjockade isledningarna ger resonanssvängningar som kan leda till dyra och farliga avbrott. För stora avstånd mellan stolparna, som fixerar ledningarna i noder, ligger resonansfrekvenserna tätt så att nästan vilka kraftiga vindar som helst kan leda till resonans. Betrakta en högspänningsledning med avståndet 310 m mellan stolparna, en linjär densitet på 3.35 kg/m och en spännkraft i ledningen på 90.1 MN (approximera ledningens form i vila med en rät linje längs med en x -axel riktad till höger).

- a) Vad är frekvensen för grundsvängningen (eng: *fundamental mode*)?
- b) Vad är skillnaden i frekvensen mellan de följande högre ordningars resonanser?
- c) Skriv explicit ned den stående vågens ekvation på formen $y(x, t) = 2y_m \sin(kx) \cos(\omega t)$ då högspänningsledningen har 7 noder, inkluderat de 2 noderna vid stolparna, och amplituden för den stående vågen är 1.0 m.
- d) Den stående vågen i c) kan ses som två identiska vågor som rör sig och transporterar energi i motsatta riktningar. Skriv ned en formel för den av de två vågorna som rör sig åt vänster.
- e) Är det rimligt att använda vågekvationen för att noggrant modellera svängningarna i c) på ledningarna i en datorsimulering om amplituden överstiger 15 m, motivera väl?

¹ *Principles of Physics* 10.th ed. Halliday, Resnick, Walker

2. En människa hör ljud bäst (grunden för den sk dBA skalan) om frekvenserna är av storleken $f = 2 \text{ kHz}$ till $f = 3 \text{ kHz}$.

a) Örats hörselgång går in till trumhinnan och kan liknas vid en 3.5 cm lång pipa som är sluten i ena änden. Beräkna grundtonens frekvens vid en stående ljudvåg i hörselgången.

Du står vid en djup brunn i ett utvecklingsland tillsammans med en tjänsteperson från SIDA, som inte läst någon fysikkurs, och därför ber dig om hjälp.

b) Beskriv (med formler) hur du genom att släppa en sten i brunnen och vänta på ljudet från dess nedslag i vattenytan kan ge SIDA information om hur djupt ned i brunnen vattennivån står.

Tjänstepersonen ber dig att upprepa mätningen varje dygn med en förfinad metod. Du åker dit några dagar i följd med elverk och tongenerator och mäter djupet genom att hitta frekvensen för den lägsta resonansfrekvensen mha en infraljudsmätare.

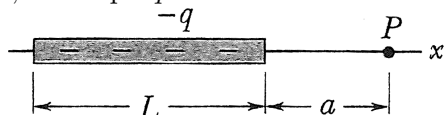
c) Beskriv (med formler) hur du genom att avläsa lägsta resonansfrekvensen för ljud i brunnen kan ge SIDA information om hur djupt ned i brunnen vattennivån står.

Du tröttnar på att släppa dig ut varje dag med elverk till platsen. Kanske du kan använda samma princip som de som fick Nobelpris för gravitationsvågor använde för att mäta längder, automatisera med en batteridrivna laser, fotodiod och koppla en radiosändare som skickar SIDA information varje dygn från platsen om hur nivå har ändrats?

d) Beskriv (med formler och en skiss) hur du genom att bygga (och kalibrera) en Michelson's interferometer kan ge SIDA information om hur djupet ändras varje dygn. (Antag att du kan justera den halvgenomskinliga spegelns genomskinlighet för att passa med andelen ljus som reflekteras från vattenytan)

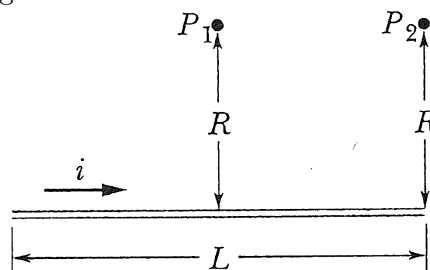
e) Använd valfria metoder för att bestämma hur mycket lägre vattennivån står under dygn 2, om följande information gällde under dygn 1: a) det tog tiden 2.0 s för ljudet från nedslaget att höras efter du släppt en sten; b) resonansfrekvensen var 4.6 Hz; c) lasern hade en våglängd på 632.8 nm. Slutligen hade det skett $2.0011 \cdot 10^5$ skift i fotodioden (från mörkt till ljust) mellan dygn 1 och dygn 2.

3. I figuren nedan ser du en homogent utbredd negativ laddning på sträckan $L = 1.0$ mm, totalt på $q = 1.0$ nC.



- a) Anta nu att figuren inte är skalenlig så att $a = 1.0$ m är mycket större än L . Ange då ett approximativt värde på det elektriska fältets styrka, $|\vec{E}|$, i punkten P.
- b) En liten negativ laddning Q som placeras i punkten P utsätts för en elektrisk kraft $\vec{F} = Q\vec{E}$ till höger i figuren. Vilken riktning hade det elektriska fältet \vec{E} i punkten P innan laddningen Q placerades där?

I figuren nedan ser du en strömförande ledare med längden $L = 1.0$ m.



Enligt en civilingenjörstudent gäller att magnetfältet i punkten P_1 har styrkan

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \frac{\frac{L}{2}}{R\sqrt{R^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2}}.$$

- c) Argumentera för att enheten för högerledet i formeln ovan kan vara T (Tesla).

Enligt en annan civilingenjörstudent gäller att magnetfältet i punkten P_1 kan approximeras med motsvarande formel för en oändligt lång ledare ($L \rightarrow \infty$) om $R \ll L$ (betyder R mycket mindre än L).

- d) Verifiera civilingenjörstudentens påstående analytiskt eller numeriskt för $R = 1.0$ mm.
- e) Argumentera kvalitativt med utgångspunkt i Biot-Savarts lag (eng: *law of Biot and Savart*) för om styrkan av magnetfältet i punkten P_2 (se figuren ovan) är större eller mindre än i punkten P_1 .

4.

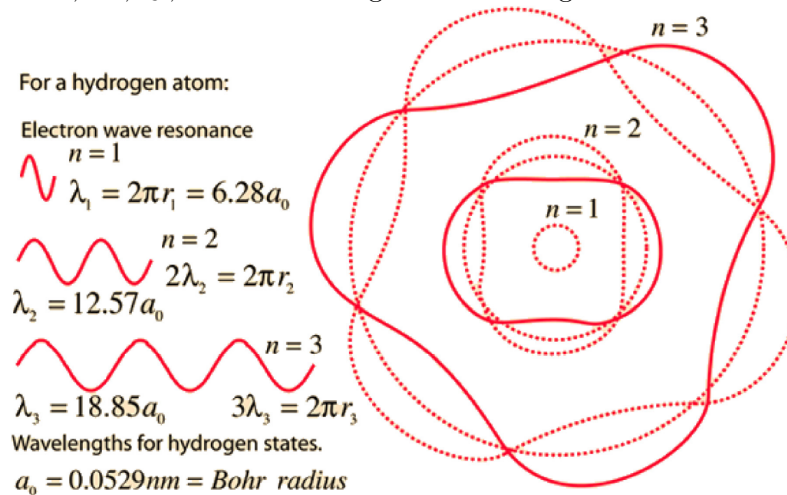
- a) Använd en av Maxwells ekvationer till att argumentera för varför ingen människa ännu har hittat en magnetisk monopol (eng: *magnetic monopole*)
- b) Använd en av Maxwells ekvationer till att argumentera för varför magnetfältet på avståndet R från en lång rak ledare med likströmmen i uppfyller formeln $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$. Du får gärna anta att inga tidsberoende elektriska fält finns i närheten om du vill.

Ett svenskt företag (vars aktiekurs stigit ca 200% under hösten 2017) har bla en produkt för att producera el från solen. Solen kan vinkelrätt mot en 1.0 m^2 stor area vid jordens yta antas leverera en medeleffekt om 1.0 kW under dygnets ljusa timmar. En spegel med arean $1.0 \cdot 10^2 \text{ m}^2$ följer solen med en datoralgoritm, speglar solljuset till en brännpunkt, där en Stirlingmotor omvandlar värme till el via en generator, se bilden nedan:



- c) Anta att medelvåglängden för solljuset är av storleksordningen 500 nm . Uppskatta kraften (i Newton) pga ljustrycket mot en av de paraboliska speglarna i bilden ovan.
- d) En källa till energiförluster i anläggningen är värmestrålning från den del som fångar upp strålarna i brännpunkten och leder värmen in i motorn. Om denna del har en yta på ca 1.0 m^2 och en temperatur på ca 364 K , hur stor andel av den insamlade effekten försvinner genom värmestrålning?
- e) Bryggaren Brännström skall starta ett mikro-'bryggeri' i Örebro. Hen har efter nogsamt genomförda experiment och provsmakningssessioner bestämt sig för att övervaka sockerhalten i 'mäskan' genom dess brytningsindex. Bryggaren ser i Table 33-1 i sin gamla fysikbok att brytningsindex för en 30%-ig sockerlösning är 1.38 och för en 80%-ig sockerlösning är 1.49. Bryggaren tänker att en linjär interpolation mellan de två kända brytningsindexen kommer kunna hjälpa hen att få en första uppskattning på brytningsindex för alla mellanliggande sockerhalter. Brännström finner experimentellt att en viss 'mäsk' ger totalreflektion (mot luft) vid infallsvinklar större än 45° . Vad var sockerhalten?

5. En idé som binder ihop Bohrs enkla modell med cirkulära elektronbanor med radier r_1, r_2, r_3, \dots och de Broglies materievågor illustreras nedan:



- Beräkna den elektrostatiske kraften mellan protonen och elektronen i en väteatom med hjälp av Coulombs lag om radien anges till (figuren) $r_1 = a_0 = 0.05292$ nm. Konstanten a_0 kallas för Bohr-radie.
- Om du betraktar elektronen i **a)** som en klassisk partikel som utför en cirkelrörelse kring protonen med centripetalacceleration $a_c = \frac{v^2}{r}$, vad får du då för klassisk rörelsemängd $p = mv$ på elektronen?
- Storleken av det klassiska rörelsemängdsmomentet $L = pr_1$ för den innersta elektronen kan du nu beräkna med p från **b)**. Visa att resultatet blir en heltalsmultipel, vilken, av Plancks konstant delat med 2π (dvs \hbar).
- Betrakta (figuren) tillståndet för den innersta elektronen som en våg med våglängden $\lambda_1 = 2\pi r_1$, dvs lika med omkretsen för den innersta banan. Visa nu att du får samma resultat som i **b)** om du räknar ut elektronens rörelsemängd med hjälp av våglängden λ_1 för materievågen och Plancks konstant.
- Styrkan av det magnetiska dipolmomentet, $|\vec{\mu}_{orb}|$, associerat med banrörelsemängdsmomentet (eng: *orbital magnetic dipole moment*) från **c)**, kan enligt läroboken uttryckas $|\vec{\mu}_{orb}| = \frac{e}{2m} |\vec{L}_{orb}|$. Undersök om värdet på $|\vec{\mu}_{orb}|$ stämmer med vad du får om du istället betraktar strömmen associerat med elektronen som rör sig i cirkeln med radie $r_1 = a_0 = 0.05292$ nm som en klassisk strömslinga (eng: *coil carrying current*).

6. En elektron är inspärrad i en endimensionell väldigt djup brunn med dimensionen $L = 1.0 \cdot 10^{-10}$ m.

a) Om osäkerheten (eng: *uncertainty*) i elektronens läge är $\Delta x = L/\pi$ och storleksordningen för dess rörelsemängd är samma som dess osäkerhet, $p \simeq \Delta p$, vilken uppskattning ger det för elektronens klassiska energi i brunnen?

b) Gör en skiss av sannolikhetstätheten $|\Psi(x)|^2$ för det första exciterade tillståndet i brunnen.

13 elektroner, varav 7 med spinn-upp, är inspärrade i en tvådimensionell väldigt djup brunn med dimensionerna $L_x = 1.0 \cdot 10^{-10}$ m och $L_y = 2L_x = 2.0 \cdot 10^{-10}$ m.

c) Vilken konfiguration och energi har grundtillståndet? Rita en skiss över hur elektronerna sitter i olika energinivåer samt beräkna den totala energin i grundtillståndet.

En elektronvåg är inkommande mot en endimensionell energibarriär av höjden U_b och bredden L . Även om en inkommande elektrons rörelseenergi E är mindre än U_b finns det kvantmekaniskt en sannolikhet att elektronen tunnlar genom barriären.

d) Beräkna transmissionskoefficienten (eng: *transmission coefficient*) för situationen, om $U_b = 2.0$ eV, $L = 0.10$ nm och $E = 1.0$ eV.

e) En lysdiod konstrueras av p-n-övergången i en Gallium-Arsenik-Fosfor halvledare. Energiskillnaden mellan halvledarens valensband och ledningband är 1.92 eV. Vilken våglängd har ljuset från lysdioden?