

MA501G Diskret matematik och logik, HT 2019

INLÄMNING 5

Lösningarna ska lämnas till föreläsaren, eller läggas i tidskriftssamlaren utanför dennes rum, **senast onsdagen 16/10 kl. 10:00**. För att lösningarna ska beaktas måste de lämnas in i tid.

Du ska försöka att lösa alla uppgifter på grundläggande nivå, för överbetyg även de på fördjupad nivå.

En bra lösning är fullständig och välmotiverad, med förklarande text, en struktur och beräkningar som är lätta att följa samt ett tydligt angivet svar; se även betygskriterierna.

Det är tillåtet att samarbeta, men du måste skriva lösningarna själv, med dina egna ord. För att ha chans på betyg 5 bör du lösa minst en uppgift på fördjupad nivå helt på egen hand; **markera dessa uppgifter tydligt**.

Onsdagen **16/10 kl. 10:15** är det obligatoriskt seminarium där lösningarna kommer att presenteras och diskuteras. Observera att även seminarierna är en del av kursens examination. Du ska vara beredd att redovisa (vid tavlan) de uppgifter som du har lämnat in skriftliga lösningar på. Blir det tid över av seminarietiden kommer vi att avsluta passet som en vanlig övning.

Grundläggande nivå

1. (a) Rita den oriktade grafen vars grannmatris är

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ange även dess incidensmatris.

- (b) Rita den riktade multigrafen vars grannmatris är

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. Beteckna med $K_{m,n}$ den komplett bipartita grafen på $m + n$ hörn.

- (a) Rita $K_{4,4}$ och markera en hamiltoncykel. Vilket samband mellan m och n måste gälla för att $K_{m,n}$ ska ha en hamiltoncykel?
- (b) Rita $K_{2,5}$ och markera en eulerväg eller motivera varför det inte går.
- (c) Rita $K_{3,3}$ och markera en eulerväg eller motivera varför det inte går.

3. (a) Rita den oriktade grafen G vars incidensmatris är

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

där kanten som motsvarar kolumn 1 har vikt 1, kanten som motsvarar kolumn 2 har vikt 2, osv.

- (b) Bestäm ett minimalt spännande träd för G genom att utgå från en kantlös graf och lägga till kanter. Redovisa varje steg.
 - (c) Bestäm ett minimalt spännande träd för G genom att utgå från G och ta bort kanter. Redovisa varje steg.
4. Skapa ett binärt sökträd T av följdén 3, 1, 7, 5, 6, 4, 0, 2, 9, 8.
5. Betrakta T från uppgift 4. Vilken följd fås om man går igenom T
- (a) med bredden- respektive djupet-först-sökning?
 - (b) i preordning?
 - (c) i inordning?
 - (d) i postordning?

Fördjupad nivå

6. Vi antar nedan att om A känner B, så måste B känna A.
 - (a) Visa att det i en grupp på fem personer kan hända att det varken finns tre personer som alla känner varandra eller tre personer som alla är obekanta med varandra.
 - (b) Visa att det i en grupp på sex personer alltid finns tre personer som alla känner varandra eller tre personer som alla är obekanta med varandra.
7. Ett binärt träd är **stympat** om varje kant ned till höger innehåller ett löv. I figuren på sidan 160 i kursboken är de tre vänstra träden stympade, men inte de två högra.
 - (a) Rita alla stympade träd med 1, 2, 3, 4 respektive 5 hörn.
 - (b) Hitta en rekursionsformel för antalet stympade träd med n hörn. Bevisa att din formel gäller för alla värden på n .