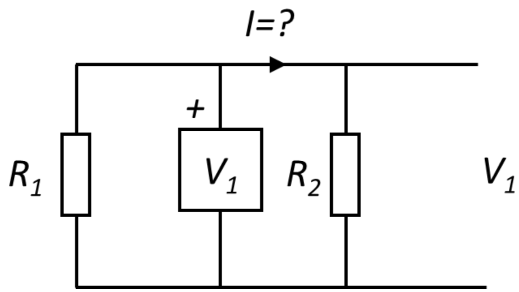
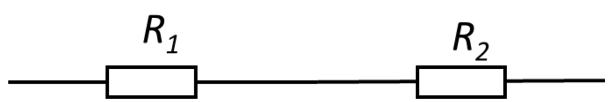
Allmänna tips:

a) Om en ideal spänningskälla kopplas till två motstånd R_1 och R_2 kommer spänningen V_1 ej att påverkas. Visserligen kommer det att gå ström i motståndet R_1, men den är inte intressant för spänningen som är V_1 och om strömmen I genom R_2 efterfrågas påverkas den inte alls av R_1 som kan ignoreras, då den efterfrågade strömmen inte går genom R_1.

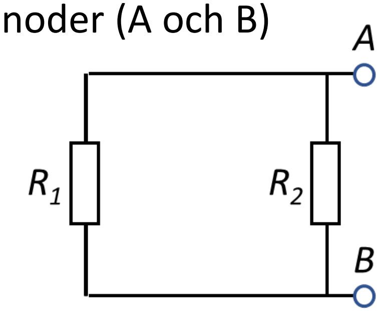


b) En **seriekoppling** ser ut såhär:

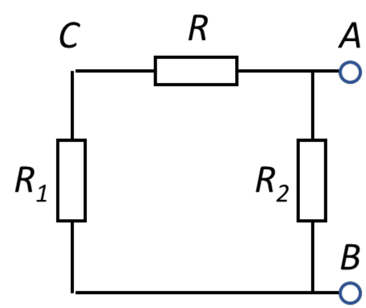


$$R_1 + R_2$$

c) Om två komponenter (t ex motstånd) är **parallellkopplade** måste de båda vara anslutna till **samma två** noder (A och B)



$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$



$$\cancel{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

R_1 och R_2 parallellkopplade

R_1 och R_2 **EJ** parallellkopplade

Uppgift 1a (medel 3.1 p)

Strömmen *I* går inte genom motståndet R_5, så det kan vi glömma helt. Bryggan kan ses som två seriekopplingar som är parallellkopplade. Det ger oss:

$$R = \left(R_1 + R_3\right) // \left(R_2 + R_4\right) = \frac{\left(R_1 + R_3\right)\left(R_2 + R_4\right)}{R_1 + R_3 + R_2 + R_4} \qquad I = \frac{E}{R} = \frac{E\left(R_1 + R_3 + R_2 + R_4\right)}{\left(R_1 + R_3\right)\left(R_2 + R_4\right)}$$

Uppgift 1b (medel 2.2 p)

Bryggan kan nu ses som två parallellkopplingar som är seriekopplade:

$$R = R_1 // R_2 + R_3 // R_4 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$$

$$I = \frac{E}{R} = \frac{E}{\dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \dfrac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}}$$

Uppgift 1c (medel 1.7 p)

Sätter man in värdena i formlerna får man strömmen 40 mA i båda fallen (a och b ovan). Orsaken är följande: R_1 och R_3 är en spänningsdelare på samma sätt som R_2 och R_4. Räknar man ut utspänningen från dessa spänningsdelare så blir det 8 V i båda fallen. Eftersom det är samma spänning kommer det inte att flyta någon ström i den nya ledningen. Den har ingen betydelse. Hade vi haft andra värden på motstånden hade saken kommit i ett annat läge

Uppgift 1d (medel 2.0 p)

Observera, det är effekten P_L i **värmaren** som ska beräknas inte i summan av R_L och R_i eller i R_i. Joules och Ohms lag ger oss:

$$P_L = I^2 R_L \quad I = \frac{E}{R_i + R_L} \;\Rightarrow\; P_L = \frac{E^2 R_L}{\left(R_i + R_L\right)^2}$$

Uppgift 1e (medel 0.9 p)

Hitta maximum av P_L med avseende på R_L genom att derivera:

$$\frac{d}{dR_L}P_L = \frac{d}{dR_L}\frac{E^2 R_L}{\left(R_i + R_L\right)^2} = E^2\,\frac{1\cdot\left(R_i + R_L\right)^2 - 2R_L\left(R_i + R_L\right)}{\left(R_i + R_L\right)^4} = E^2\,\frac{R_i - R_L}{\left(R_i + R_L\right)^3} = 0 \;\Rightarrow\; R_L = R_i$$

Maximala effekten blir då: $P_{L\max} = \dfrac{E^2 R_i}{\left(R_i + R_i\right)^2} = \dfrac{E^2}{4R_i}$

Genom att prova med något annat värde på R_L kan man se att detta är ett maximum och inte ett minimum (alternativt kan man undersöka andraderivatan).

Allmänna tips:

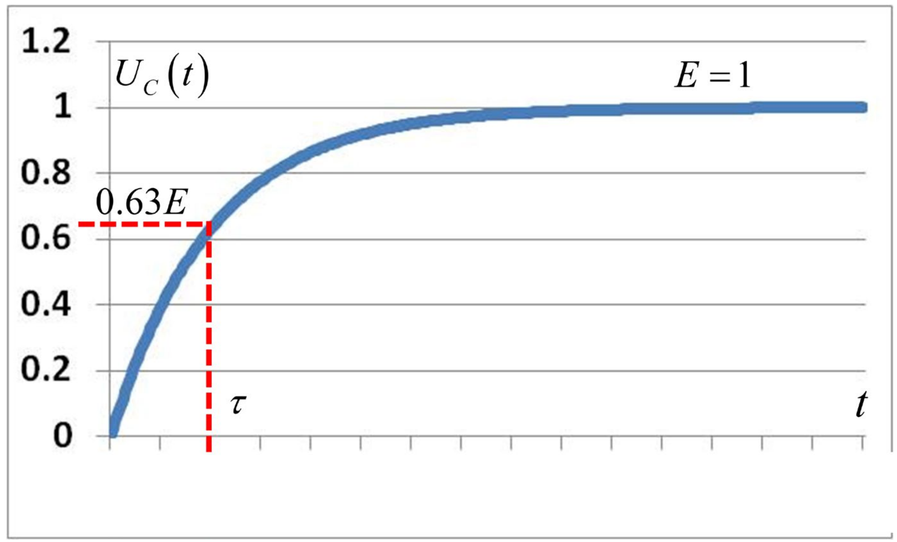
a) När en RC-krets **laddas upp** följer kondensatorspänningen funktionen (formelsamlingen):

$$U_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$ där tidskonstanten är: $\tau = RC$

När kretsen **laddas ur:** $U_C(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

b) Vid tidskonstanten har spänningen kommit upp till 63% av slutvärdet. Det innebär att om spänningen ska upp till 50% av slutvärdet, måste tiden som åtgår vara lite mindre än tidskonstanten.

Får man ett svar som är större eller avsevärt mindre än tidskonstanten är det orimligt.



c) Längst upp på tentan står ”Motivera väl, redovisa alla väsentliga steg”, det gäller alla uppgifter på tentan.

Uppgift 2a (medel 0.9 p)

Ur formelsamlingen: $U_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ där $\tau = RC$ lös ut tidskonstanten och sätt in siffror:

$$U_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \Rightarrow \tau = \frac{-t}{\ln\left(1 - \frac{U_C(t)}{E}\right)} = \frac{-10^{-3}}{\ln\left(1 - \frac{5}{10}\right)} = 1.443 \text{ ms}$$

Uppgift 2b (medel 1.0 p)

Lös ut *R*, sätt in siffror: $\tau = RC \quad \Rightarrow \quad R = \dfrac{\tau}{C} = \dfrac{1.443 \cdot 10^{-3}}{10^{-6}} = 1443\ \Omega$

Uppgift 2c (medel 0.9 p)

Enligt tidigare, men med andra siffror:

$$\tau = RC = \frac{-t}{\ln\left(1-\frac{U_C(t)}{E}\right)} \Rightarrow R = \frac{-t}{C\ln\left(1-\frac{U_C(t)}{E}\right)} = \frac{-10^{-3}}{10^{-6}\cdot\ln\left(1-\frac{2}{10}\right)} = 4481\,\Omega$$

Ett alternativ är att öka kondensatorns kapacitans *C* istället.

Uppgift 2d (medel 0.9 p)

Ur formelsamlingen fås:

Odämpade resonansfrekvensen: $$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{1 \cdot 100 \cdot 10^{-6}}} = 100 \ \mathrm{rad}/\mathrm{s}$$

Dämpfaktorn: $$\zeta = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{20}{2}\sqrt{\frac{100 \cdot 10^{-6}}{1}} = 0.1$$

Uppgift 2e (medel 0.3 p)

Eftersom dämpfaktorn är 0.1 som är avsevärt mindre än 1, är systemet underkritiskt dämpat, och kommer att svänga. Av detta skäl kan vi glömma figur 4, som är överdämpad (inga svängningar).

Figur 3 har konstant amplitud, vilket betyder att dämpfaktorn är noll, så figur 3 kan vi också plocka bort.

Resonansfrekvensen är 100 rad/s, vilket innebär en periodtid på: $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega_0} = 0.063 \text{ s}$

Tidsskalan i diagrammen är i millisekunder, det verkar som om figur 1 stämmer bäst, figur 2 har en högre frekvens (kortare periodtid).

Svar: figur 1 visar bäst hur strömmen varierar i den aktuella kretsen.

Allmänna tips:

a) Om man har en **frekvensfunktion** av typen: $H(\omega) = \frac{R}{R + ja + jb}$

så fås **amplitudfunktionen** som beloppet av frekvensfunktionen:

$$|H(\omega)| = \frac{|R|}{|R + ja + jb|} = \frac{|R|}{|R + j(a+b)|} = \frac{\sqrt{R^2}}{\sqrt{R^2 + (a+b)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (a+b)^2}}$$

Notera att alla imaginära termerna måste adderas **innan** kvadreringen sker, man kan inte kvadrera varje term för sig ty:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \neq a^2 + b^2$$

b) **Fasfunktionen** fås ur:

$$\angle H(\omega) = \arctan\left(\frac{\textit{imaginärdel täljare}}{\textit{realdel täljare}}\right) - \arctan\left(\frac{\textit{imaginärdel nämnare}}{\textit{realdel nämnare}}\right)$$

$$= \arctan\left(\frac{0}{R}\right) - \arctan\left(\frac{a+b}{R}\right) = -\arctan\left(\frac{a+b}{R}\right)$$

Uppgift 3a (medel 0.8 p)

Med jω-metoden fås (spänningsdelare):

$$H(\omega) = \frac{R}{R + j\omega L - j\dfrac{1}{\omega C}} = \frac{R}{R + j\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)}$$

Uppgift 3b (medel 0.4 p)

Amplitudfunktionen är beloppet av frekvensfunktionen:

$$|H(\omega)| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

maximum uppnås när nämnaren är så liten som möjligt, det inträffar när

$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ kallas resonansfrekvensen

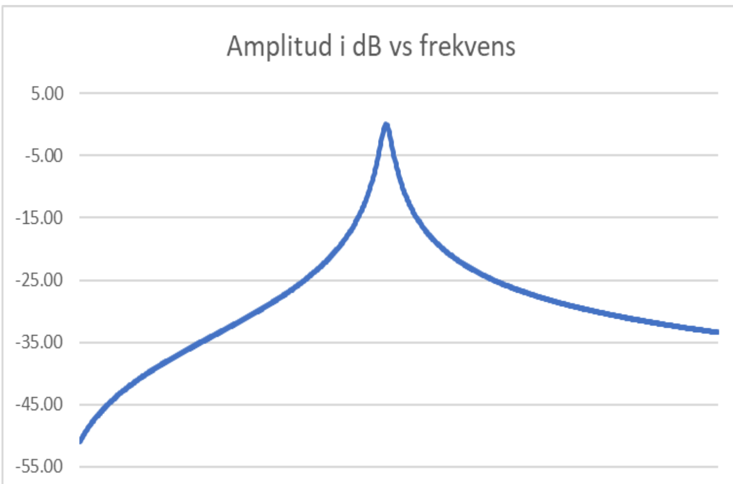
Uppgift 3c (medel 0.4 p)

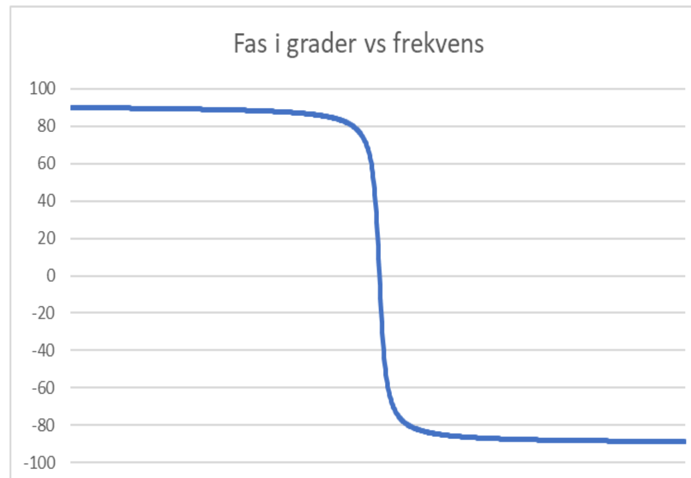
Fasfunktionen är frekvensfunktionens argument: $\angle H(\omega) = -\arctan\left(\dfrac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R}\right)$

Vid $\omega L - \dfrac{1}{\omega C} = 0 \Rightarrow \omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ blir $\angle H(\omega) = 0$

Uppgift 3d (medel 0.3 p)

Bode-diagram består av amplitudfunktion och fasfunktion som fås ur b) och c):





Uppgift 3e (medel 0.5 p)

Det är ett BP-filter (bandpass) ett begränsat frekvensområde släpps igenom, fås ur amplitudfunktionen i d) eller i b).