ÖREBRO
UNIVERSITET

Tentamen: DT504A
Modellering och Numerisk Simulering

2022-08-22 kl. 14:15 – 19:15

Hjälpmedel: Kursboken “Modellbygge och Simulering” av L. Ljung och T. Glad, ett handskrivet A4-ark med egna anteckningar, och miniräknare.

Betygskriterier: Framgår av separat dokument publicerat på Blackboard. Maxpoäng är 60 och godkännt motsvarar 30 poäng.

Anvisningar: Motivera dina lösningar väl, redovisa alla väsentliga beräkningssteg och svara exakt. Var tydlig med vad som antas och vad som visas. Det är huvudsaklingen motiveringarna och själva lösningen som ger poäng, inte det slutgiltiga svaret. Tentamen innehåller lättare och svårare uppgifter blandat. Läs därför igenom hela tesen och välj en ordning av uppgifter som passar dig. Svara på högst en deluppgift per blad.

Rättningsförfarande: Resultat meddelas inom 15 arbetsdagar.

Ansvariga lärare:

- Hugo Strand, uppgift 1–4, tel. 073-313 2934
- Fransizka Klügl, uppgift 5–6, tel. 070-668 9179

Examinator: Hugo Strand

Uppgift 1

(a) Givet ett system med en ström i, en resistor R, en induktans L och en kapacitans C. Bestäm alla dimensionslösa parametrar för systemet, genom att bestämma noll-rummet hos en – för systemet relevant – matris. (5p)

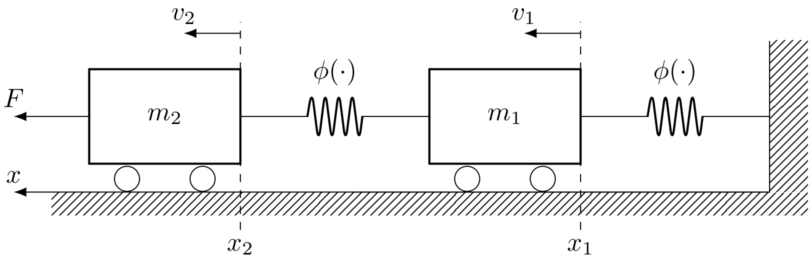
(b) Skriv om systemekvationen

$$L\frac{d^2}{dt^2}i + R\frac{d}{dt}i + \frac{1}{C}i = 0$$

på dimensionslös form med hjälp av parametrarna $\omega^{-1} = \sqrt{LC}$ och $\xi = \frac{R}{2L\omega}$. (5p)

Uppgift 2

Betrakta systemet med två massor m_1 och m_2 som rullar friktionsfritt i x-led med positionerna x_1, x_2 och hastigheter v_1, v_2.



Massan m_1 påverkas av en extern kraft F och en fjäderkraft $F_k = \phi(x_2 - x_1)$ där $\phi(\cdot)$ är en olinjär funktion. Massan m_2 påverkas av den motsatta fjäderkraften samt en fjäderkraft från en identisk fjäder fäst i väggen till höger. Antag att $x_1 = x_2 = 0$ är systemets jämviktsläge om $F = 0$.

(a) Härled systemekvationerna på tillståndsform. (4p)

(b) Rita bindningsgrafen för systemet. (3p)

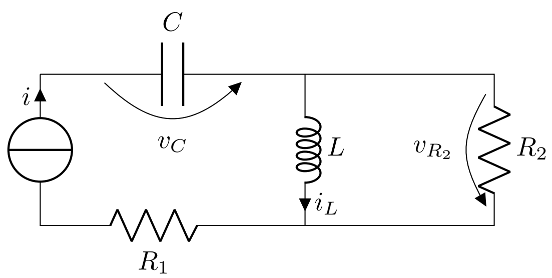
(c) Härled en linjär tillståndsform för systemet när fjäderkrafterna ges av

$$\phi(x) = k \cdot (e^x - 1),$$

där k är en konstant, genom att linjärisera runt stationärtillståndet $x_1 = x_2 = 0$ och $v_1 = v_2 = 0$. (3p)

Uppgift 3

Beakta kretsen med strömmen $i(t)$ som insignal.



(a) Rita bindningsgrafen för systemet. (2p)

(b) Härled ett linjärt differential-algebraiskt-ekvationssystem (DAE) för systemet med den generaliserade tillståndsvektorn $\vec{z} = [v_{R_2}, v_C, i_L]^T$. (3p)

(c) Bestäm index för DAE beskrivningen. (3p)

(d) Använd DAE systemet för att härleda en systembeskrivning på tillståndsform med tillståndsvektor $\vec{x} = \vec{z}$. Behandla eventuella högre ordningens tidsderivatior med avsende på i som insignaler. (2p)

Uppgift 4

Med egna ord svara förklarande på följande

(a) Vad är en styv differentialekvation? Beskriv två viktiga egenskaper hos numeriska algoritmer för styva differentialekvationer. (3p)

(b) Beskriv en gängse procedur för modellvalidering. (3p)

(c) Vad är skillnaden mellan en modells *variansfel* och *biasfel*? (2p)

(d) Hur bör man förhålla sig till en matematisk modell? Varför? (2p)

Discrete Event System Modelling

Uppgift 5

Petri Net

Consider the following definition of a Petri Net:

$P = \{p_1, p_2, p_3\}$
$T = \{t_0, t_1, t_2, t_3\}$
$A = \{(p_1, t_1), (t_1, p_3), (p_1, t_0), (p_1, t_3), (t_3, p_1), (p_3, t_0), (p_3, t_2), (t_2, p_3), (p_2, t_2), (t_3, p_2)\}$

for all $x \in A : w(x) = 1$

1. Draw the graph of the Petri Net defined by the sets P, T, A and w. (3p)
2. What is the difference between reachability tree and coverability tree? Why both are important tools for Petri Net analysis? (2p)
3. Give an example for a marking of this Petri Net, so that the network is deadlock free; justify why this marking is deadlock free. (2p)
4. Determine whether this Petri Net is bound or unbound. Prove (Justify) your answer using the appropriate graph. (3p)

Uppgift 6

Discrete Event Simulation in Practice

Consider the following Queuing System with 2 servers (see Figure 1). This could be a model of a partial manufacturing system with two steps like priming and painting.
Each of the servers has a FIFO queue. The queue to server S1 is infinite, the queue to server S2 has only 2 places. Jobs arrive to be handled first by server S1. Jobs that are finished at server S1 continue towards server S2. If the queue in front of S2 is full, the job from S1 cannot continue and cannot leave S1. So, S1 is blocked and waits until there is space in the queue for S2 again.

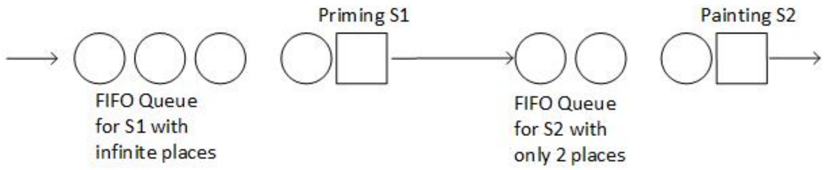


Figure 1: Queuing System Example

Simulate the system with the following inter-arrival and service times. Hereby show clearly at which time the event happens, how the status of the system changes with every event and what is contained on the event queue. $t_0 = 7:00$ is the start of the simulated time. The following times are in minutes.

- Inter-arrival times: $A_1 = 1$, $A_2 = 2$, $A_3 = 2$, $A_4 = 1$, $A_5 = 4$, $A_6 = 3$, $A_7 = 4$
- Service times at S1: $P_1 = 2$, $P_2 = 3$, $P_3 = 2$, $P_4 = 3$, $P_5 = 3$, $P_6 = 4$
- Service times at S2: $Q_1 = 10$, $Q_2 = 7$, $Q_3 = 5$, $Q_4 = 3$, $Q_5 = 5$, $Q_6 = 4$

Describe the state of the simulated system including the event queue at $t_x = 7:15$. How many events of each type did you handle until this time? (3p)

Discrete Event Simulation - Concepts

Your task is to design an event-based simulation of a epidemic model of the SEIR type. SEIR stands for the different disease states that a simulated human can have: S = Susceptible, E = Exposed, I = Infected and R = Recovered. Susceptible means that the human can get the disease, exposed means that the human has been in contact with an infectious other person and will be sick and infectious after a particular period (drawn from a given random distribution). After that there is another state change after a particular period of time (drawn from another given random distribution) from infectious to recovered. After being recovered the human is immune and cannot be infected again.

1. In an event-based implementation of this model, what events would you include. Justify your answer (2p)
2. Shortly describe an idea how you would map this model idea to an event-based implementation of this model as given in the lecture. Assume a large population (e.g. size of a city like Örebro). Is is possible? Which of the events that you identified is particularly challenging? (5p)