ÖREBRO
UNIVERSITET

Test 4 - Behandlas på räkneövningen fredag vecka 8

Testet är uppbyggt av uppgifter från de moment som behandlats under vecka 8. Tills på fredag förväntas ni gjort egna lösningar på uppgifterna nedan. Läraren kommer att dela in er i grupper där ni gruppvist reder ut eventuella frågetecken. Läraren avgör om och på vilket sätt vi tillsammans reder ut frågetecken som hela klassen har kring något moment. Det som reds ut beror mycket på vad ni som studenter bidrar med i form av frågor och förslag på lösningar. Det är därför viktigt att vi antränger oss för att få till en stämning där alla vill och vågar dela med sig av sina matematiska idéer. Till exempel förväntas att vi alla är på plats när passet börjar, stannar kvar hela passet och att frågor från studiekamrater möts med nyfikenhet. Det kommer inte läggas ut några lösningar på blackboard så vi räknar med hög närvaro och aktivt deltagande.

(1) Antag att ett objekt med massan m och hastigheten $v(t)$ i horisontell riktning bromsas av luftmotståndet enligt differentialekvationen

$$m\frac{dv}{dt} = -kv\,,$$

där k är en positiv konstant. Bestäm $v(t)$ om $v(0) = v_0$. Om $-kv$ ersätts med $-kv^2$, kan du lösa uppgiften på samma sätt som du gjorde för $-kv$?

(2) Differentialekvationen

$$2y' - xy = 2x$$

är både linjär och separabel. Visa hur differentialekvationen kan lösas som linjär och därefter som separabel. Kan du använda de olika lösningsmetoderna för att kontrollera om du har gjort rätt? Eller finns det något bättre sätt att kontrollera om din lösning stämmer?

(3) Bestäm allmän lösning $y(x)$ till differentialekvationen

$$y' + x \cdot y^2 = x$$

och bestäm den partikulärlösning som uppfyller att $y(0) = 2$.

(4) Bestäm allmän lösning $N(t)$ till den logistiska ekvationen

$$\frac{dN}{dt} = kN(M - N)$$

där k är en proportionalitetskonstant och M en konstant sådan att $N(t) \leq M$ för alla t. Använd gärna något grafritande verktyg för att illustrera grafen till den funktion som erhålls, där du kan välja olika värden för k och M för att se hur detta påverkar grafen.

(5) Kan du hitta något samband mellan $g(x)$ och $h(x)$ som gör att differentialekvationen

$$y'(x) + g(x)y(x) = h(x)$$

är separabel? Kan du ge ett exempel på en sådan differentialekvation där det blir tekniskt svårt att lösa med hjälp av en integrerande faktor men enklare med separabel metod? Eller är metoden med en integrerande faktor enklare rent tekniskt? Kan din studiekamrat lösa uppgiften? Med båda metoderna?