

Test 5 - Behandlas på räkneövningen fredag vecka 10

Testet är uppbyggt av uppgifter från de moment som behandlats under vecka 10. Tills på fredag förväntas ni gjort egna lösningar på uppgifterna nedan. Läraren kommer att dela in er i grupper där ni gruppvis reder ut eventuella frågetecken. Läraren avgör om och på vilket sätt vi tillsammans reder ut frågetecken som hela klassen har kring något moment. Det som reds ut beror mycket på vad ni som studenter bidrar med i form av frågor och förslag på lösningar. Det är därför viktigt att vi antränger oss för att få till en stämning där alla vill och vågar dela med sig av sina matematiska idéer. Till exempel förväntas att vi alla är på plats när passet börjar, stannar kvar hela passet och att frågor från studiekamrater möts med nyfikenhet. Det kommer inte läggas ut några lösningar på blackboard så vi räknar med hög närvaro och aktivt deltagande.

- (1) Bestäm rotationsvolymen som fås då området

$$D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq \pi/4, \sin(x) \leq y \leq \cos(x)\}$$

roteras kring

- (a) x -axeln;
- (b) y -axeln.

- (2) Beräkna längden av kurvan $y = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$ över intervallet $2 \leq x \leq 3$.
- (3) En kvadratisk skiva med sidan r sätts samman, kant i kant, med en fjärdedels cirkelskiva med samma radie. Vi kan anta att densiteten är konstant och att massan endast beror av storleken på arean. Bestäm skivans tyngdpunkt.
- (4) Bestäm tyngdpunktens läge hos ett homogent halvklot.
- (5) En vattentank, som har formen av en halvsfär med radie R , är fylld med vatten. Hur stort arbete krävs minst för att pumpa ut vattnet ur tanken (det vill säga pumpa upp allt vatten till tankens kant)?

Anmärkning till uppgift 5: Uppgiften är direkt plockad från en lite äldre kursbok i matematik. Notera att vi behöver göra något antagande om hur vattnet pumpas ut, vilket faktiskt inte anges i uppgiften. Ett sådant antagande (som också är det som görs i ursprunglig uppgift) är att vi kan betrakta vätskan som indelad i små vattenkuber som var och en flyttas rakt upp tills de når tankens topp och där den kraft som krävs är tyngdkraften med motsatt riktning. Kan du lösa uppgiften med det givna antagandet? Är det ett rimligt antagande? Eller borde vi i praktiken ta hänsyn till något mer? Observera att vi i första hand är intresserade av att öva på att tillämpa integraler på given modell men det skadar inte att också ifrågasätta den givna modellen, det är vanligt att förfining krävs för att det ska bli tillämpbart i praktiken.