



ÖREBRO
UNIVERSITET

Tentamen: DT504A

Modellering och Numerisk Simulering

2021-03-03 kl. 08:15 – 13:15

Hjälpmedel: Kurslitteratur, egna anteckningar, miniräknare och dator. Vänligen notera att uppgifterna skall lösas personligen, samarbete med medstudenter och hjälp från tredje man är ej tillåtet.

Betygskriterier: Framgår av separat dokument publicerat på Blackboard. Maxpoäng är 60 och godkänt motsvarar 30 poäng.

Anvisningar: Motivera dina lösningar väl, redovisa alla väsentliga beräkningssteg och svara exakt. Var tydlig med vad som antas och vad som visas. Det är huvudsakligen motiveringarna och själva lösningen som ger poäng, inte det slutgiltiga svaret. Tentamen innehåller lättare och svårare uppgifter blandat. Läs därför igenom hela tesen och välj en ordning av uppgifter som passar dig. Svara på högst en deluppgift per blad. Tentamens-lösningen skall lämnas in i pdf-format. Handskrivna lösningar uppmuntras och kan scannas till pdf-format med mobilkamera och lämplig app (t.ex. "Microsoft Lens", "Adobe Scan", eller dyl.).

Rättningsförfarande: Resultat meddelas inom 15 arbetsdagar.

Ansvariga lärare:

- Hugo Strand, uppgift 1–5, tel. 073-313 2934
- Fransizka Klügl uppgift 6, tel. 070-668 9179 (tillgängling kl. 9.00-11.00)

Examinator: Hugo Strand

Uppgift 1

(a) Givet ett system med en ström i , en resistor R , en induktans L och en kapacitans C . Bestäm alla dimensionslösa parametrar för systemet, genom att bestämma noll-rummet hos en – för systemet relevant – matris. (5p)

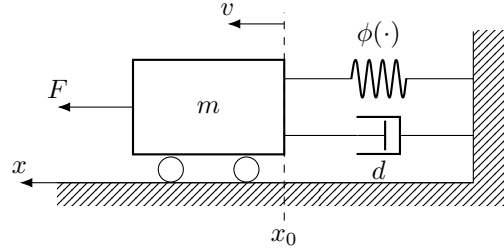
(b) Skriv om systemekvationen

$$L \frac{d^2}{dt^2} i + R \frac{d}{dt} i + \frac{1}{C} i = 0$$

på dimensionslös form med hjälp av parametrarna $\omega^{-1} = \sqrt{LC}$ och $\xi = \frac{R}{2L\omega}$. (5p)

Uppgift 2

Betrakta systemet med en massa m som rullar friktionsfritt i x -led med position x och hastighet v .



Massan påverkas av en extern kraft F , en kraft från en dämpare $F_d = d \cdot v$, och en fjäderkraft $F_k = \phi(x - x_0)$ där $\phi(\cdot)$ är en olinjär funktion.

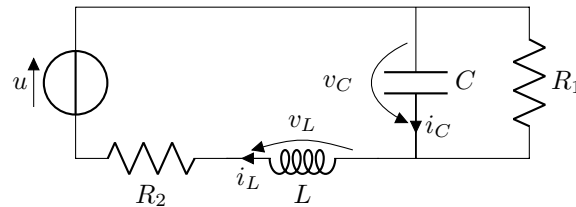
- Härled systemekvationerna på tillståndsform. (2p)
- Rita bindningsgraf för systemet. (4p)
- Härled en linjär tillståndsform för systemet när fjäderkraften ges av

$$\phi(x - x_0) = k \cdot \tanh(x - x_0)$$

genom att linjärisera runt stationärtillståndet $x = x_0$ och $v = 0$. (4p)

Uppgift 3

Beakta kretsen



med spänningen $u(t)$ som insignal.

- Rita bindningsgraf för systemet. (2p)
- Härled ett linjärt differential-algebraiskt-ekvationssystem (DAE) för systemet med den generaliserade tillståndsvektorn $\vec{z} = [i_L, v_C, i_C, v_L]^T$. (3p)
- Bestäm index för DAE beskrivningen. (3p)
- Använd DAE systemet för att härleda en systembeskrivning på tillståndsform med tillståndsvektor $\vec{x} = \vec{z}$. Behandla eventuella högre ordningens tidsderivator med avseende på u som insignaler. (2p)

Uppgift 4

Beakta systemet

$$T \frac{d}{dt} x = u - x$$

(a) Bestäm systemets stationärtillstånd för konstant insignal $u(t) = u_0$. (1p)

(b) Lös systemet för $x(t)$ givet insignalen $u(t) = 1$ och initialvärdet $x(0) = 0$. (2p)

(b) Använd Euler bakåt med tidssteg h för att härleda en tidsdiskret modell som approximerar dynamiken hos systemet. (2p)

(c) Visa att den tidsdiskreta modellen har samma stationära lösning som det ursprungliga (tidskontinuerliga) systemet. (1p)

(d) Beräkna felet E efter ett tidssteg med Euler bakåt, till andra ordningen i tidssteget h , dvs. bestäm C i uttrycket

$$E = x(h) - x_1 = Ch^2 + \mathcal{O}(h^3)$$

där x_1 är resultatet från Euler bakåt. (4p)

Uppgift 5

Beakta differentialekvationen

$$\ddot{y} - \mu(1 - y^2)\dot{y} + y = 0$$

där $\mu > 0$ är en designparameter.

(a) Skriv systemet på tillståndsform. (3p)

(b) Beräkna alla stationärpunkter för systemet. (1p)

(c) Linjärisera systemet runt initialtillståndet $y(0) = 2$ och $\dot{y}(0) = 0$. (4p)

(d) Beräkna egenvärdena för den linjäriserade dynamiska matrisen för systemet och diskutera systemets styvhet i termer av designparametern μ . (2p)

Uppgift 6: Discrete Event Simulation

Simulation Routine

Consider the following Queueing System with 2 servers (see also Figure 1). Each of the servers has a FIFO queue. The queue to server S1 is infinite, the queue to server S2 has only 2 places. Jobs arrive to be handled first by server S1, followed by server S2. Jobs that are finished at server S1 continue towards server S2. If the queue in front of S2 is full, the job in S1 cannot continue; There are two possibilities in such a situation: Either S1 is blocked and needs to wait until there is space in the queue towards S2 or the job is blocked and is deleted from the system as it cannot be handled in time. This could be a model of a partial

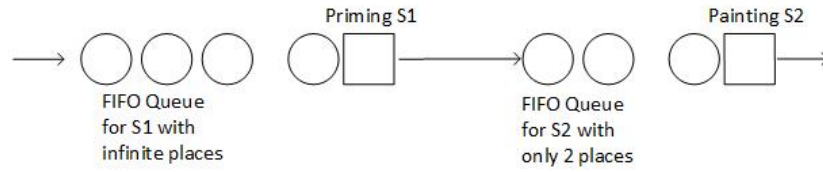


Figure 1: Queueing System Example

manufacturing system with two steps like priming and painting.

Simulate the system (by hand or write a small program) with the following inter-arrival and service times:

- Inter-arrival times:
 $A_1 = 1, A_2 = 2, A_3 = 2, A_4 = 1, A_5 = 4, A_6 = 3, A_7 = 2$
- Service times at S1: $P_1 = 3, P_2 = 4, P_3 = 3, P_4 = 3, P_5 = 3, P_6 = 4$
- Service times at S2: $Q_1 = 7, Q_2 = 7, Q_3 = 5, Q_4 = 3, Q_5 = 5, Q_6 = 4$

and answer the following questions

1. Describe the state of the simulated system including the event queue at $t = 15$ (2p)
2. Describe the state of the simulated system including the event queue at $t = 18$ in both cases - with or without blocking (2p)

Discrete Event Modelling

Your task is to model different units of a hospital. Emergency patients arrive at the emergency unit (arrival process) and after examination (service) are further distributed to other wards (stay as service). There are normal wards, isolation wards and intensive care units. Due to the current pandemic situation, most patients need to be transferred to isolation. A particular share of patients sooner or later need to be taken care in the intensive unit.

You model this system using discrete event simulation.

1. Event-oriented approach: Which types of events will you need in the model? Justify your selection of events and describe the event routines. You may also use event graphs to illustrate the relations between the different events. (3p)
2. Process-oriented approach: which elements of the model would you model as processes? Select one element and give the process (2p)
3. Discuss whether you would advice to use a event-oriented or a process-oriented way of discrete event simulation in this case? (1p)