MA501G Diskret matematik och logik, HT 2019

Inlämning 4

Lösningarna ska lämnas till föreläsaren, eller läggas i tidskriftssamlaren utanför dennes rum, **senast torsdagen 10/10 kl. 10:00**. För att lösningarna ska beaktas måste de lämnas in i tid.

Du ska försöka att lösa alla uppgifter på grundläggande nivå, för överbetyg även de på fördjupad nivå.

En bra lösning är fullständig och välmotiverad, med förklarande text, en struktur och beräkningar som är lätta att följa samt ett tydligt angivet svar; se även betygskriterierna.

Det är tillåtet att samarbeta, men du måste skriva lösningarna själv, med dina egna ord. För att ha chans på betyg 5 bör du lösa minst en uppgift på fördjupad nivå helt på egen hand; **markera dessa uppgifter tydligt**.

Torsdagen **10/10 kl. 10:15** är det obligatoriskt seminarium där lösningarna kommer att presenteras och diskuteras. Observera att även seminarierna är en del av kursens examination. Du ska vara beredd att redovisa (vid tavlan) de uppgifter som du har lämnat in skriftliga lösningar på. Blir det tid över av seminarietiden kommer vi att avsluta passet som en vanlig övning.

Matlabdel

För dessa uppgifter, redovisa era koder med förklarande kommentarer. Själva koden blir förstås identisk om ni har arbetat i par; det är helt okej.

1. Skriv en rekursiv funktion `remainder` som beräknar den principala resten r då $n \geq 0$ divideras med $d > 0$.

2. Använd `remainder` för att lösa följande problem.

   (a) Skriv en funktion `prime` som avgör om ett heltal är ett primtal.

   (b) Skriv en funktion `sgd` som använder Euklides algoritm för att beräkna den största gemensamma delaren av två positiva heltal.

3. Antalet sätt att fördela n olika föremål i k högar är $S(n,k)$, Stirlingtal av andra ordningen, där $S(n,k)$ har följande rekursiva definition:

$$\begin{cases} S(n,1) = S(n,n) = 1, & \\ S(n,k) = S(n-1,k-1) + k \cdot S(n-1,k) & \text{om } 1 < k < n, \\ S(n,k) = 0 & \text{annars.} \end{cases}$$

   (a) Skriv en funktion `Stirling` som beräknar dessa tal.

   (b) Gör Övning 5.58 för hand.

Grundläggande nivå

4. Anta att du kastar två tärningar och beräknar summan.
   (a) Vad är sannolikheten att summan är högst 4 eller minst 11?
   (b) Vad är sannolikheten att summan är minst 8 eller jämn?
   (c) Vad är sannolikheten att summan är högst 6 om man vet att den är udda?
   (d) Är händelserna ”summan är högst 6” och ”summan är udda” oberoende?

   Tips: Börja med att beräkna sannolikheten att summan är i för $i \in \{2, 3, \ldots, 12\}$.

5. (a) Hur många delmängder av mängden $\{1, 2, \ldots, 9\}$ innehåller exakt två jämna tal?
   (b) Hur många delmängder av mängden $\{1, 2, \ldots, 9\}$ innehåller minst ett udda tal?

6. Visa att om fem punkter placeras innanför en liksidig triangel med sidlängd 2, så finns det alltid två punkter, avståndet mellan vilka är mindre än 1.

   Tips: Studera Exempel 5.6.

7. Visa att

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \binom{n}{4} + \cdots + \binom{n}{n-1} = \binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \binom{n}{5} + \cdots + \binom{n}{n}$$

   för alla udda heltal $n \geq 1$.

Fördjupad nivå

8. Visa att det bland sex olika heltal alltid finns två vars summa eller differens är delbar med 8.

9. Visa att

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \binom{n}{4} + \cdots + \binom{n}{n} = \binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \binom{n}{5} + \cdots + \binom{n}{n-1}$$

   för alla jämna heltal $n \geq 2$.