ÖREBRO
UNIVERSITET

Facit till dugga 2 version A

Integraler och differentialekvationer, VT20

28 februari 2020

Nedan anges facit i form av tipsrad till dugga 1 version A. Uppgifterna kan ni se på sidorna 2-5 i detta dokument. Notera att det är ett tryckfel på uppgift 3 där e^{-x} ska ersättas med e^{-2x}. Notera även att det finns två möjliga korrekta svar på uppgift 4, nämligen a eller d.

	a	b	c	d	e
1				$\times$	
2		$\times$			
3	$\times$				
4	$\times$				
5		$\times$			
6			$\times$		
7	$\times$				
8					$\times$
9		$\times$			
10			$\times$		
11					$\times$
12			$\times$		

1. Med variabelbytet $t = \tan(x/2)$ fås att

$$\int \frac{1}{\cos(x)}\, dx = \int f(t)\, dt$$

   där $f(t)$ ges av

   (a) $\cos(t)$
   (b) $\sin(t)$
   (c) $1/(1-t^2)$
   (d) $2/(1-t^2)$
   (e) $2/(1+t^2)$

2. Med variabelbytet $u = \ln(x)$ fås att

$$\int \frac{\ln x}{x}\, dx = F(u) + C$$

   om $F(u)$ ges av

   (a) u^2
   (b) $u^2/2$
   (c) $u^2 + u$
   (d) $(u^2 + u)/2$
   (e) $u^2/2 + u$

3. Partialintegrering ger att

$$\int xe^{-2x}\, dx = f(x) - \frac{1}{4}e^{-x} + C$$

   om $f(x)$ ges av

   (a) $-xe^{-2x}/2$
   (b) $-xe^{-2x}$
   (c) $xe^{-2x}/2$
   (d) xe^{-2x}
   (e) $2xe^{-2x}$

4. Partialbråksansättningen
$$\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+1}$$
är lämplig för $f(x)$ given av
   (a) $(5x+1)/(x^3+x^2)$
   (b) $(5x-1)/(x^2+x)$
   (c) $(5x-1)/(x^2-x)$
   (d) $(2x+1)/(x^2(x+1))$
   (e) $(2x-1)/(x(x+1)^2)$
5. Det gäller att
$$\frac{2}{x^2+2x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+2}$$
om
   (a) $A = 1$ och $B = 1$
   (b) $A = 1$ och $B = -1$
   (c) $A = -1$ och $B = 1$
   (d) $A = 2$ och $B = 1$
   (e) $A = 1$ och $B = 2$
6. Vi får att
$$y'(x) - 2xy(x) = h(x)$$
är separabel om $h(x)$ ges av
   (a) 2
   (b) -2
   (c) x
   (d) x^2
   (e) $-x^2$

7. Vi får att

$$y'(x) + x^2 y^n(x) = \sin(x)$$

är linjär om n är lika med

   (a) 1
   (b) 2
   (c) 3
   (d) 4
   (e) 5

8. En integrerande faktor till

$$y'(x) - 3x^2 y(x) = x^2$$

ges av

   (a) e^x
   (b) e^{x^2}
   (c) e^{-x^2}
   (d) e^{x^3}
   (e) e^{-x^3}

9. En integrerande faktor till

$$y'(x) + \frac{y(x)}{\sqrt{1+x^2}} = x$$

ges av

   (a) $\sqrt{1+x^2}$
   (b) $x + \sqrt{1+x^2}$
   (c) $x - \sqrt{1+x^2}$
   (d) $x^2\sqrt{1+x^2}$
   (e) $\sqrt{x}(1+x^2)$

10. Den separabla differentialekvationen kan lösas enligt

$$mv'(t) = -kv^2(t) \quad \Longleftrightarrow \quad \int \frac{1}{v^2}\,dv = \int f(t)\,dt$$

där $f(t)$ ges av

(a) t
(b) $(-k/m)t$
(c) $-k/m$
(d) $(k/m)t$
(e) k/m

11. Den logistiska ekvationen kan lösas enligt

$$N'(t) = kN(t)(100 - N(t)) \quad \Longleftrightarrow \quad \int \left(\frac{A}{N} + \frac{B}{100 - N}\right) dN = \int k\,dt$$

där

(a) $A = 1$ och $B = 1$
(b) $A = 50$ och $B = 50$
(c) $A = 1/50$ och $B = 1/50$
(d) $A = 100$ och $B = 100$
(e) $A = 1/100$ och $B = 1/100$

12. En differentialekvation $L(y) = h(x)$ kallas linjär om det för varje par av funktioner y_1, y_2 och konstanter c_1, c_2 gäller att

(a) $L(y_1 y_2) = c_1 c_2$
(b) $L(c_1 y_1) = c_2 y_2$
(c) $L(c_1 y_1 + c_2 y_2) = c_1 L(y_1) + c_2 L(y_2)$
(d) $L(y_1 + y_2) = c_1 + c_2$
(e) $L(y_1 + y_2) = c_2 - c_1$