



Tentamen i
Matematisk statistik och sannolikhetslära
MA506G

2021-06-04, kl. 8.15–13.15

Hjälpmedel: Formelsamling och miniräknare med tomt minne

Betygskriterier: Maxpoäng på tentan är 60 poäng, och den nedre gränsen för betyg k ($k \in \{3, 4, 5\}$) är $10k$ poäng.

Anvisningar: Motivera väl, redovisa alla väsentliga beräkningssteg och svara exakt. Besvara högst en uppgift per blad. Lämna in bladen i uppgiftsordning.

Skrivningsresultat: Meddelas inom 15 arbetsdagar.

Examinator: Niklas Eriksen.

Lycka till!

1. Fördelningsfunktionen för den kontinuerliga slumpvariabeln X ges av $F_X(x) = (3x - x^3)/2$ för $0 \leq x \leq 1$.
 - (a) Beräkna $\mathbf{P}(0.25 \leq X \leq 0.5)$. [3p]
 - (b) Beräkna $\mathbf{E}(X)$ och $\mathbf{V}(X)$. [4p]
 - (c) Är medianen större eller mindre än 0.4? Glöm inte att motivera väl. [3p]
2. I volleyboll spelar man först till tre set. Varje set kan ses som ett oberoende försök med vinstsannolikhet p . När Örebro Volley spelar mot Gislaved är sannolikheten att Örebro vinner setet $p = 0.6$.
 - (a) Bestäm sannolikhetsfunktionen för Örebro segermarginal, som är antalet set som Örebro vinner minus antalet set som Gislaved vinner (om Örebro förlorar är alltså marginalen negativ). [4p]
 - (b) Vid resultaten 3–0 och 3–1 tilldelas vinnande lag 3 poäng och förlorande lag 0 poäng. Vid resultatet 3–2 tilldelas vinnande lag 2 poäng och förlorande lag 1 poäng. Beräkna väntevärdet av Örebros poängsumma? [2p]
 - (c) Bestäm sannolikheten att Örebro vann första set om de tilldelats 3 poäng. [4p]
3. I ett nytt bostadsområde med 1000 bostäder planeras för nya grundskolor. Antalet barn per familj antas vara oberoende, och sannolikheterna för antalet grundskolepliktiga barn i en familj skattas för 0, 1, 2 och 3 barn till 0.4, 0.2, 0.3 respektive 0.1. Hur stor är sannolikheten att 1150 grundskoleplatser kommer att räcka till samtliga barn? [10p]

4. Elasticiteten i en typ av konstfiber förväntas öka om man tillsätter flour. Vi gör ett antal observationer med olika halter av flour tillsatt, och får då följande data: [10p]

Flourhalt	0.0	0.3	0.7	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
Elasticitet	12.86	13.10	13.82	14.60	15.72	16.47	16.13	18.45

Anpassa en linje till dessa punkter med linjär regression, och rita sedan ut såväl punkter som linje i ett spridningsdiagram. Beräkna slutligen förklaringsgraden.

5. (a) En drönare får sin strömförsörjning antingen från två batterier med spänning 7.2 volt eller fyra batterier med spänning 3.6 volt. Sannolikheten att batteriet slutar att fungera inom en timme är p , oavsett batterityp, och batterierna förutsätts fungera oberoende av varandra. För att drönaren inte ska störta behöver minst hälften av batterierna fungera. För vilka p är det säkrare att flyga en timme med två batterier än fyra? [6p]
- (b) En annan drönarmodell har utrustats med 125 minibatterier, som var-dera har sannolikheten $p = 0.08$ att fungera en hel timme. Hur stor är sannolikheten att drönaren kan flyga en timme, om högst 12 batterier kan avvaras? [4p]
6. Ur ett större parti sockerbetor väljs 30 av dessa ut för mätning av sockerhalten, som kan antas vara normalfördelad med väntevärde μ och standardavvikelse σ . Mätningarna ger vid handen att medelvärdet av sockerhalten är $\bar{x} = 16.51$ och att

$$\sum_{k=1}^{30} (x_k - \bar{x})^2 = 45.63.$$

- (a) Bestäm ett tvåsidigt 99 % konfidensintervall för μ och ett ensidigt 95 % konfidensintervall för σ som ligger så lågt som möjligt. [6p]
- (b) Hur stort stickprov behöver man ta om bredden på konfidensintervallet för μ ska minska till hälften, under förutsättning att s inte förändras? Hur stort stickprov behövs om vi vill halvera bredden och enbart förutsätter att $s \in I_\sigma$ enligt beräkningen av I_σ ovan? [4p]