



Våg- och materiefysik för civilingenjörer

FY501G-0100

2019-01-15, kl. 08:15–13:15

Hjälpmedel: Skrivmateriel, lärobok¹ och miniräknare.

Betygskriterier: Skrivningens maxpoäng är 60. Samtliga deluppgifter kan ge 2 poäng och bedöms utifrån kriterier för *kunskap och förståelse*; *färdighet, förmåga och värderingsförmåga*; samt *skriftlig avrapportering*. För betyg 3/4/5 räcker det med 4 poäng inom vart och ett av områdena *vågrörelselära, elektromagnetism, kvantmekanik och materiens struktur* samt 30/40/50 poäng totalt. Detaljerna framgår av separat dokument publicerat på Blackboard.

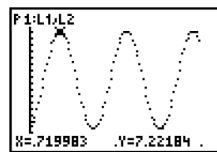
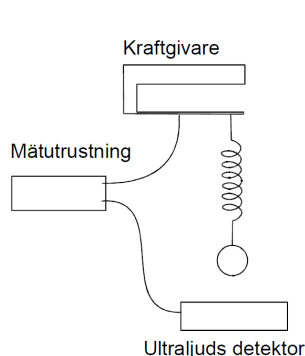
Anvisningar: Motivera väl med sidhänvisningar och formelnummer från läroboken, redovisa alla väsentliga steg, rita tydliga figurer och svara med rätt enhet. Redovisa inte mer än en huvuduppgift per blad och lämna in i uppgiftsordning.

Skrivningsresultat: Meddelas inom 15 arbetsdagar.

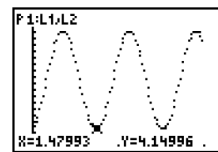
Examinator: Magnus Ögren.

Lycka till!

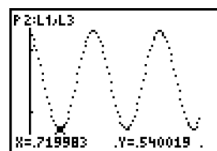
1. För att undersöka en harmonisk svängningsrörelse fäste Piotr en boll i en lätt spiralfjäder, som han hängde i en kraftgivare. På golvet under bollen placerade han en ultraljudsdetektor för mätning av avståndet till bollen. Båda dessa detektorer kopplades till en mätutrustning (figuren till vänster nedan) så att det blev möjligt att studera kraften F i fjädern och läget s av bollen som funktioner av tiden.



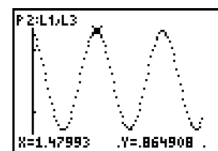
Figur 1. Kraften F som funktion av tiden



Figur 2. Kraften F som funktion av tiden



Figur 3. Läget s som funktion av tiden



Figur 4. Läget s som funktion av tiden

Kraften registrerades i enheten newton, avståndet i meter och tiden i sekunder. I figurerna 1 och 2 visas kraften som funktion av tiden och i figurerna 3 och 4 lägeskoordinaten som funktion av tiden, dvs koordinaterna längst ned är för kryssen på respektive kurva (de fyra diagrammen till höger ovan).

- Bestäm periodtiden och amplituden för svängningen.
- Skriv explicit ned en ekvation för bollen på formen $s(t) = s_m \sin(\omega t + \phi)$.
- Vilken massa har bollen?
- Hur stor är bollens största rörelseenergi?
- Ungefär vilken frekvens (storleksordning) har ljudvågorna från detektorn?

¹Principles of Physics 10.th ed. Halliday, Resnick, Walker

2. I labbsal T112 har ett experiment med ett svängande elastiskt snöre utförts. De viktigaste komponenterna i experimentet förutom snöret är stativ och en signalgenerator inställd på låga frekvenser.
- a) Gör en enkel skiss över uppställningen, där transversella stående vågor studeras, och rita ut en ögonblicksbild av det horisontella snöret om hela längden, L , svarar mot nio halva våglängder, $\frac{9}{2}\lambda$.
 - b) Om längden uppmäts till $L = 3.52$ m och frekvensen $f = 35$ Hz avläses på signalgeneratoren, vad är då vågens utbredningsfart?
 - c) Vi kan också beräkna utbredningsfarten med hjälp av spännkraften i snöret, $\tau = 4.4$ N, samt snörets massa, $m = 22.2$ g. Vilket värde på utbredningsfarten får du då?
 - d) Du vill nu öka antalet halva våglängder för samma längd L till tio ($\frac{10}{2}\lambda$). Beskriv hur du kan göra det på två olika sätt, dvs genom att ändra på två olika parametrar i experimentet. Välj ut ett av sätten och genomför beräkningar för de nya parametervärdena, dvs ange f , λ , v och τ för den nya situationen.
 - e) Förklara varför de samband du använt dig av ovan (tex i b)) förutsätter att svängningarnas amplitud är liten i förhållande till snörets längd.

3. Efter experimentella undersökningar gav Charles-Augustin de Coulomb 1785 en formel för (storleken av) kraften mellan två elektriska laddningar som kan skrivas på formen

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2}. \quad (1)$$

a) Använd Coulombs formel (1) för att visa följande formel för (storleken av) det elektriska fälten på avståndet R från en punktladdning q

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{R^2}. \quad (2)$$

b) Använd istället Gauss lag för elektriska fält och visa samma formel dvs (2) ovan.

En elektron färdas (pga en för oss okänd kraft) med den konstanta farten $v = 2.2 \cdot 10^6$ m/s runt i en liten cirkel med radien $a = 53 \cdot 10^{-12}$ m (som en väteatom!).

c) Beräkna storleken $|\vec{\mu}|$ på det magnetiska momentet.

d) Ange riktningen för det magnetiska fältet, associerat med $\vec{\mu}$, i mitten av cirkeln, om du ser den ovanifrån och elektronen då rör sig medurs i cirkeln.

Nu kopplas ett externt magnetfält \vec{B} , med styrka $|\vec{B}| = 1.0$ T, på parallellt med $\vec{\mu}$.

e) Hur mycket energi kostar det att vända upp och ner på hela elektronens cirkelrörelse, bortse från Lorentzkraften dvs $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$, och svara i elektronvolt.

4. Under kursen har vi utifrån Maxwells ekvationer visat att det elektriska- (och det magnetiska-) fältet \vec{E} uppfyller vågekvationen, dvs för tex $\vec{E} = E_x \vec{e}_x$

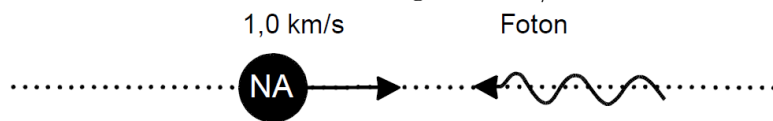
$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}, \quad (3)$$

med

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}. \quad (4)$$

- a) Visa att vänsterledet och högerledet i (3) ovan har samma enhet.
- b) Visa att vänsterledet och högerledet i (4) ovan har samma enhet.
- c) I boken diskuteras att en oftare väljer att mäta det elektriska fältet snarare än det magnetiska i en elektromagnetisk våg. Ge ett bra argument för att detta inte betyder att det elektriska fältet är *starkare* än det magnetiska.
- d) Den elektriska fältvektorn som nämns ovanför (3) har riktningen \vec{e}_x . Om motsvarande magnetfält är $\vec{B} = (0, B_y, B_z)$, i vilken riktning transporterar då EM-vågen energi?
- e) Halva Nobelpriset 2018 belönade två av utvecklarna bakom högintensiva ultrakorta laserpulser. Effekten i en sådan puls kan överstiga 10^{20} W! Om pulsen har en tvärsnittsarea på 1.0 mm^2 , vad blir då RMS- (Root Mean Square) amplituden på motsvarande magnetfält om en använder den klassiska elektromagnetismen enligt Maxwell?

5. Nobelpriset i fysik år 1997² gick till Stewen Chu³, Claude Cohen-Tannoudji och William D. Phillips för "utveckling av metoder för att kyla och infånga atomer med laserljus". I studiet av atomerna och deras spektrum har det alltid varit önskvärt att göra mätningar och experiment vid så låga temperaturer som möjligt. Låg temperatur innebär låga hastigheter för atomerna. En metod att åstadkomma detta infördes 1985 av William D. Phillips. Metoden kallas för laserkyllning eftersom atomerna bromsas ned med hjälp av laserljus. Den kan beskrivas på följande sätt: I en stråle med natriumatomer har atomerna alla hastigheten 1,0 km/s (antag tex isotopen ²³Na som har massan ca 23 u). De framrusande atomerna möter en laserstråle med rakt motsatt riktning. Laserstrålen består av fotoner med våglängden 589 nm och när natriumatomerna kan absorbera strålningen. Absorptionen av en foton minskar natriumatomens hastighet. Efter en mycket kort tid, vanligen omkring 10 ns, lämnar den nedbromsade atomen ifrån sig (emitterar) en foton. (Den emitterade fotonens riktning varierar slumpmässigt vilket innebär att det inte blir någon sammanlagd förändring av natriumatomens rörelsemängd på grund av rekylerna från de emitterade fotonerna). Nya fotoner från laserstrålen kan åter absorberas vilket ger upphov till nya inbromsningar. För att bromsa en atom behövs en intensiv laserstråle. Under gynnsamma betingelser kan man uppnå en motriktad retardation på natriumatomerna av storleksordningen 10⁶ m/s².



- Hur lång blir stoppsträckan för natriumatomen?
- Hur stor blir hastighetsminskningen för en natriumatom på grund av absorptionen av en foton?
- Hur många sådana kollisioner måste ske per sekund om retardationen skall bli 10⁶ m/s²?
- För att visa vilken dramatisk 'nedfrysning' det är frågan om, räkna ut vilken effekt lasern minst behöver ha om den skall kyla ca 23 gram natrium (i verkliga experiment är antalet atomer endast ca 10⁶ st) på det sätt som beskrivs ovan?
- I figuren ovan rör sig natriumatomerna endast åt ett håll. Normalt rör sig atomer godtyckligt i tre dimensioner. Gör en enkel tredimensionell skiss över hur du skulle vilja använda 6 lasrar för att kyla en gas i tre dimensioner.

²En av årets Nobelpristagare, den 96-åriga fortfarande aktiva forskaren Arthur Ashkin, har i en intervju hävdade att han borde varit med och delat priset redan 1997, detta då hans optiska pincett är mera grundläggande än de atomfällor som belönades då.

³Stewen Chu blev senare energiminister i Barack Obamas regering 2009-2013. Energiminister för Donald Trump är Rick Perry, tidigare Texasguvernör med bakgrund i oljeindustrin. Han har tidigare lovat att avskaffa energidepartementet – som han nu är chef över.

6.

- a) Det är vanligt att en använder energienheten elektronvolt (eV) för att beskriva energiförändringar orsakade av elektroner i atomer. En atom har en radie av storleksordningen $R = 5 \cdot 10^{-10}$ m. Om en använder en endimensionell oändlig lådpotential (eng: *infinite potential well*) med bredden $L = R$ för att grovt beräkna grundtillståndet för en elektron i atomen, vad blir då energin uttryckt i elektronvolt?
- b) Det är vanligt att en använder energienheten megaelektronvolt (MeV) för att beskriva energiförändringar orsakade av protoner och neutroner i atomkärnor. En atomkärna har en radie av storleksordningen $r = 5 \cdot 10^{-15}$ m. Om en använder en endimensionell oändlig lådpotential (eng: *infinite potential well*) med bredden $L = r$ för att grovt beräkna grundtillståndet för en proton i atomkärnan, vad blir då energin uttryckt i megaelektronvolt?
- c) Du skall hjälpa till att förbättra energiberäkningen för en elektrons grundtillstånd i atomen från a) genom att istället använda en endimensionell ändlig lådpotential (eng: *finite potential well*) med samma bredd $L = R$ och med 'höjden' $V_0 = 3.0$ eV. Kommer den beräknade energinivån för den ändliga brunnen bli högre eller lägre än för den oändliga och varför (skissa gärna)?
- d) Ett annat sätt att förbättra energiberäkningen för en elektrons grundtillstånd i atomen från a) är genom att istället använda en tredimensionell kubisk oändlig lådpotential med samma bredd $L_x = L_y = L_z = R$. Ger detta högre eller lägre energi än för den oändliga endimensionella modellen och varför?
- e) Enligt kursboken är energin för väteatomens grundtillstånd $E_1 = -13.66$ eV. Verifiera detta genom att sätta in vågfunktionen för väteatomens grundtillstånd $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi}a^{3/2}}e^{-r/a}$ i den radiella Schrödingerekvationen i sfäriska koordinater

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \psi(r)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \psi(r)}{\partial r} \right) + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2mr^2} \psi(r) + U(r) \psi(r) = E_1 \psi(r). \quad (5)$$