ÖREBRO UNIVERSITET

Test 3 - Behandlas på räkneövningen fredag vecka 7

Testet är uppbyggt av uppgifter från de moment som behandlats under vecka 7. Tills på fredag förväntas ni gjort egna lösningar på uppgifterna nedan. Läraren kommer att dela in er i grupper där ni gruppvist reder ut eventuella frågetecken. Läraren avgör om och på vilket sätt vi tillsammans reder ut frågetecken som hela klassen har kring något moment. Det som reds ut beror mycket på vad ni som studenter bidrar med i form av frågor och förslag på lösningar. Det är därför viktigt att vi antränger oss för att få till en stämning där alla vill och vågar dela med sig av sina matematiska idéer. Till exempel förväntas att vi alla är på plats när passet börjar, stannar kvar hela passet och att frågor från studiekamrater möts med nyfikenhet. Det kommer inte läggas ut några lösningar på blackboard så vi räknar med hög närvaro och aktivt deltagande.

(1) Bestäm

$$\int \frac{\sin^3(x)\cos(x)}{\sin^2(x)-1}\,dx\,.$$

Kan du hitta flera sätt att bestämma integralen?

(2) För de positiva heltal n som du finner det möjligt, beskriv lämpliga strategier för att bestämma integralerna:

(a) $\int 5x(x^2+1)^n\,dx$.

(b) $\int x^n e^{-x}\,dx$.

(c) $\int \cos^n(x)\,dx$.

(d) $\int \frac{2x+1}{x^n(x+1)}\,dx$.

Skulle du kunna använda dina lösningsstrategier även för något negativt heltal n?

(3) Beräkna

$$\int_1^2 \frac{x}{\sqrt{x^4+2x^2+3}}\,dx\,.$$

Kan du identifiera och härleda de integreringsregler som används?

(4) Visa att om m och n är positiva heltal så är gäller att

$$m=n \quad\Longrightarrow\quad \int_0^{2\pi}\cos(mx)\cos(nx)\,dx=\pi$$

och att

$$m\neq n \quad\Longrightarrow\quad \int_0^{2\pi}\cos(mx)\cos(nx)\,dx=0\,.$$

(5) För heltal $n=0,1,2,\cdots$, låt

$$I_n=\int_0^{\pi/2}\cos^n(x)\,dx\,.$$

Beräkna I_0 och I_1 och visa att

$$I_n = \frac{n-1}{n} \cdot I_{n-2}$$

för alla heltal $n \geq 2$.

(6) Avgör om ansättningen, med lämpligt val av konstanterna A, B och C,

$$\frac{2x^3 - 2x^2 + x - 1}{x^4 + x^2} = \frac{A}{x^2} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$$

fungerar. Om inte, gör lämplig justering av ansättningen och bestäm nödvändiga konstanter och bestäm sedan

$$\int \frac{2x^3 - 2x^2 + x - 1}{x^4 + x^2} \, dx \, .$$