Del 1.

Probability. Nuts.

$$f(\mu,\sigma,x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Vi skal bare integrere utrykket med hensyn på dx.

Hvis vi antar at a, b er lik 1.

$$\int \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx = \frac{(x-\mu)^3}{3\sqrt{2e\pi}\,\sigma^3}$$

Hvis vi tar med a og b grense.

$$\int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$$

Så blir svaret.

$$-\frac{(a-b)(a^2+a(b-3\mu)+b^2-3b\mu+3\mu^2)}{3\sqrt{2e\pi}\,\sigma^3}$$

- Når sannsynlighetsdistribusjonen ligger mellom a og b.

- Integrer for verdiene $(x-\mu)$ er større lik $-\sigma$ og mindre lik 1σ.

$\mu = 1$

$-\sigma \leq x-\mu \leq \sigma \quad \sigma \leq x-1 \leq \sigma$

Det samme som $\sigma-1 \leq x \leq \sigma+1$

$$\int_{\sigma-\mu}^{\sigma+\mu} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-1/2\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} = \mu\left[\frac{(x-\mu)^2}{\sqrt{2e\pi}\,\sigma^3}\right] + \mu$$ Care... Video...

Vi integrer x...

Svar skal bli 68%

Det her er Maxwell boltzman?

Sett $\mu = 0$ og $\sigma = \sqrt{\frac{kT}{m}}$ Temperaturen til gassen?

$$\sigma = \frac{FWHM}{\sqrt{8\ln 2}}$$

Feil...

68% Vi trenger middelverdi μ og standardavvik σ.

- $FWHM = 2\sqrt{2\ln 2}\,\sigma$

mulig feil

bruk $\mu = 168 \cdot 10^{-2}$

$\sigma = 6 \cdot 10^{-2}$

blir feil...

$$\sigma = \frac{FWHM}{\sqrt{8\ln 2}}$$

Ast 3.2

Derive the Ideal gass law. $P = nkT$

$$P = \frac{1}{3}\int_0^\infty pv\, n(p)\, dp$$

$n(p) = nP(p)$ er tetthetsdistribusjonen.

$$P = \frac{1}{3}\int_0^\infty pv\, n(p)\, dp$$

$$P = \frac{1}{3}\int_0^\infty \frac{p^2}{m} n(p)\, dp = \frac{1}{3m}\int_0^\infty n\left(\frac{1}{2\pi mkT}\right)^{3/2}$$

$$4\pi e^{-p^2/2mkT} \cdot p^4\, dp$$

Substitusjonen $x = \frac{p^2}{2mkT}$ slik at $p^2 = 2mkTx$

videre blir $dp = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2mkT}{x}}\, dx$

Subsiderer $P = \frac{4\pi n}{3m}\left(\frac{1}{2\pi mkT}\right)^{3/2}\int_0^\infty e^{-x}(2mkTx)^2 \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2mkT}{x}}\, dx$

legger sammen. $P = \frac{2\pi n}{3m}\left(\frac{1}{2\pi mkT}\right)^{3/2}(2mkT)^{5/2}\int_0^\infty e^{-x} x^{3/2}\, dx$

Vi bruker gamma funksjonen $\Gamma\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{3}{2}\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3\sqrt{\pi}}{4}$

Da får vi

$$P = \frac{\pi^{3/2} n}{2m}\left(\frac{1}{2\pi mkT}\right)^{3/2}(2mkT)^{5/2} = \underline{\underline{nkT}}$$

Ast 3, 3

Utlede den gjennomsnittlige energien til molekylene i en ideell gass.

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \int_0^\infty P(v)\frac{1}{2}mv^2 dv$$

$$\frac{m}{2}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} 4\pi \int_0^\infty e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{mv^2}{kT}\right)} \cdot v^2 dv$$

Vi substituerer $x = \frac{1}{2}\frac{mv^2}{kT}$ slik at $v^2 = \frac{2xkT}{m}$

Da blir $dv = \frac{kT}{\sqrt{m}} dx = \frac{kT\sqrt{m}}{m\sqrt{2xkT}} dx = \sqrt{\frac{kT}{2mx}}\, dx$

Vi setter inn

$$E = \frac{m}{2}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} 4\pi \int_0^\infty e^{-x}\left(\frac{2xkT}{m}\right)^2 \sqrt{\frac{kT}{2mx}}\, dx$$

Vi løser integralet.

$$E = \frac{m}{2}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} 4\pi \left(\frac{2kT}{m}\right)^2 \sqrt{\frac{kT}{2m}} \cdot \frac{3}{4}\sqrt{\pi}$$

Utrykket blir da.

$$E = \frac{3}{2}m\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}\left(\frac{2\pi kT}{m}\right)^{3/2}\left(\frac{kT}{m}\right)$$

Dette tillsvarer $\underline{\underline{E = \frac{3}{2}kT}}$