گزارش نهایی پروژه 3

مقدمه

این گزارش شامل سه بخش اصلی است: 1) درونیابی، 2) تحلیل داده‌های Excel، و 3) انتگرال‌گیری عددی. هدف این سند، ارائه‌ی یک گزارش منسجم و نهایی بر اساس محتوای فایل مرجع `result.pdf` و نمودارهای ارائه‌شده است.

بخش 1: درونیابی

داده‌ها

نقاط زیر برای درونیابی در نظر گرفته شده‌اند:

$$(1,1),\ (2,3),\ (3,5),\ (4,8),\ (5,5),\ (6,2)$$

روش اول: درونیابی لاگرانژ

در روش لاگرانژ، چندجمله‌ای درونیاب به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$P(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i L_i(x)$$

که در آن:

$$L_i(x) = \prod_{j=0,\, j \neq i}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

این روش یک چندجمله‌ای یکتا تولید می‌کند که از تمام نقاط داده عبور می‌کند.

روش دوم: اسپلاین مکعبی طبیعی

در این روش، بازه‌ی داده به چند زیربازه تقسیم می‌شود و در هر زیربازه یک چندجمله‌ای درجه سه تعریف می‌گردد. شرط‌های اصلی عبارت‌اند از:

- پیوستگی خود تابع
- پیوستگی مشتق اول
- پیوستگی مشتق دوم
- شرط مرزی طبیعی: مشتق دوم در دو انتهای بازه صفر است

در پیاده‌سازی این بخش از `CubicSpline` با شرط طبیعی استفاده شده است.

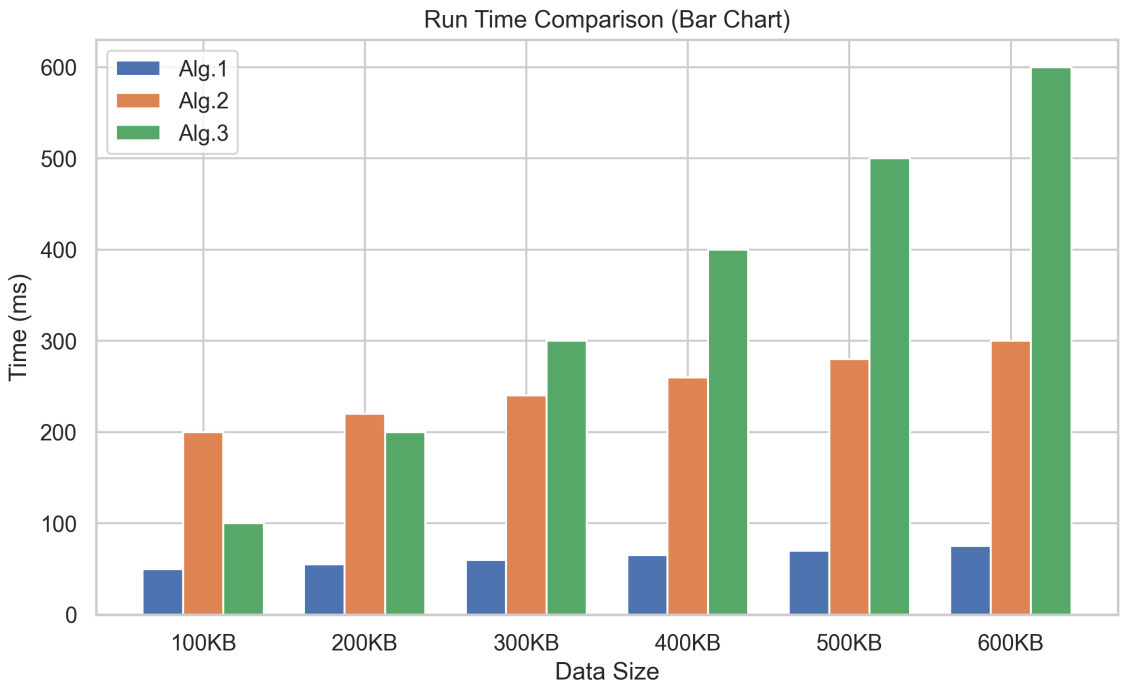
بخش 2: تحلیل داده‌های Excel

توصیف داده‌ها

فایل Excel به‌صورت پویا خوانده شده و داده‌ها به‌طور مستقیم از ستون‌ها و سطرها استخراج شده‌اند. بنابراین در صورت اضافه شدن داده‌های جدید، نمودارها و تحلیل‌ها بدون تغییر در کد به‌روزرسانی می‌شوند.

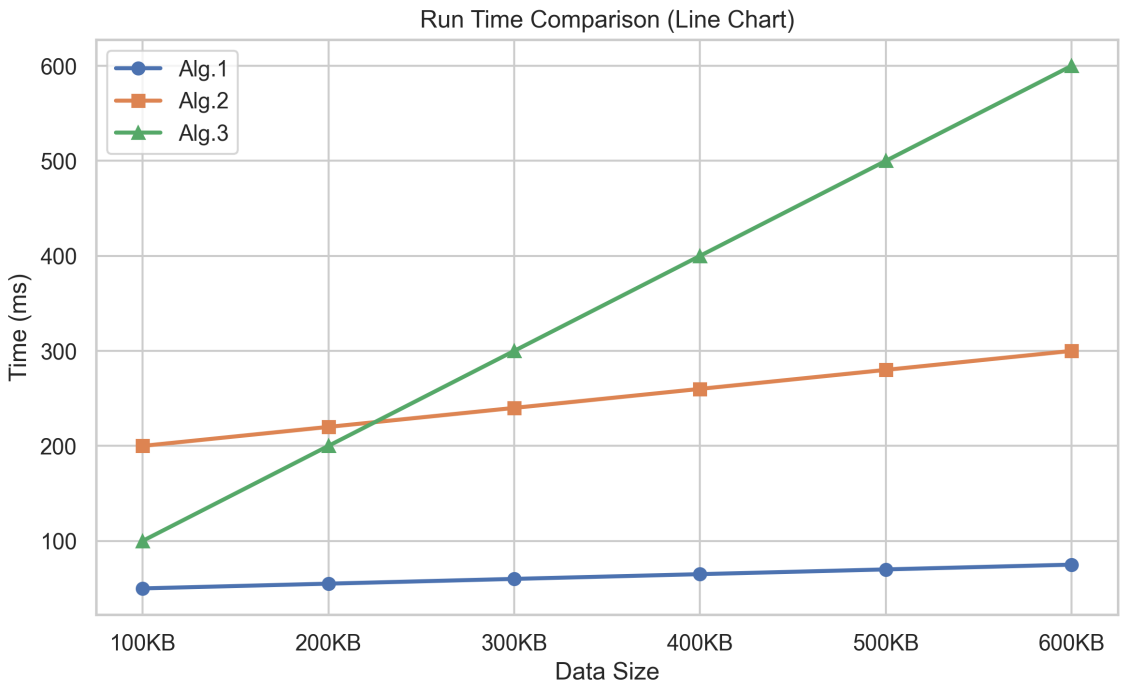
نمودارها

نمودار میله‌ای



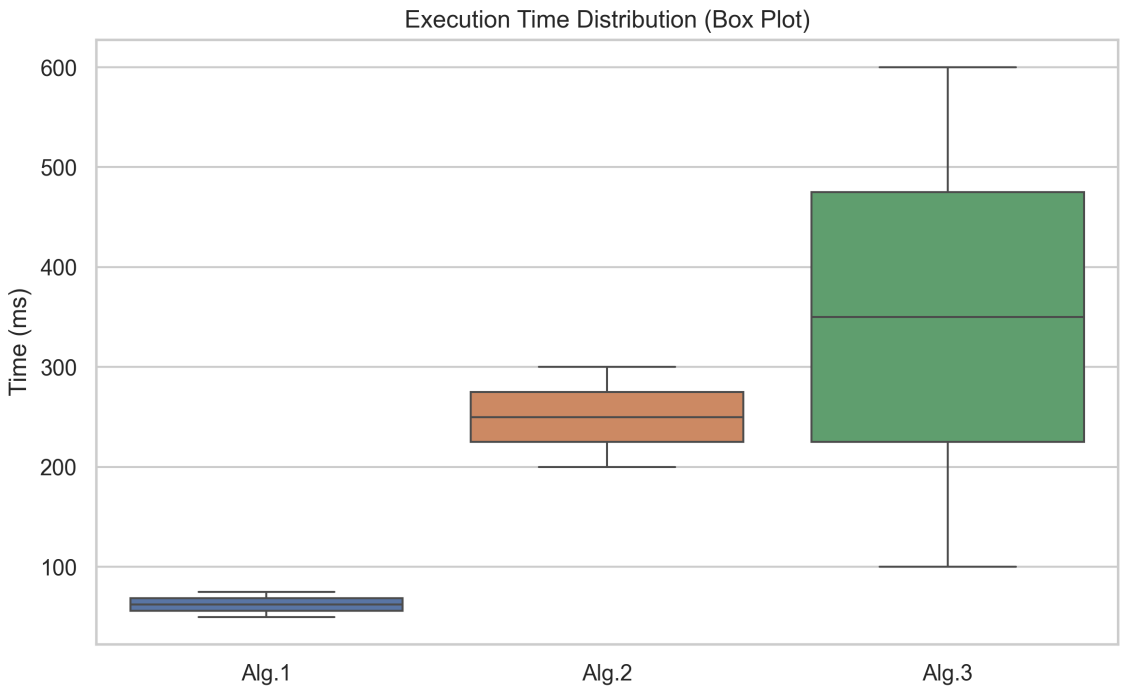
این نمودار مقایسه‌ی مستقیم زمان اجرای سه الگوریتم را نشان می‌دهد. طبق تحلیل فایل مرجع، `Alg.3` بیشترین زمان اجرا را دارد.

نمودار خطی



این نمودار روند تغییرات زمان اجرا را در برابر افزایش حجم داده نشان می‌دهد. هر سه الگوریتم با افزایش اندازه‌ی داده، روندی صعودی دارند؛ با این تفاوت که شیب رشد `Alg.1` کم‌تر، `Alg.2` متوسط و `Alg.3` بیش‌تر است.

نمودار جعبه‌ای



این نمودار میزان پراکندگی و نوسان زمان اجرا را نمایش می‌دهد. بر اساس تحلیل، `Alg.1` کمترین پراکندگی، `Alg.2` پراکندگی متوسط و `Alg.3` بیشترین دامنه‌ی تغییرات را دارد.

میانگین زمان اجرای Alg.2

داده‌های زمان اجرای `Alg.2` برابرند با:

$$200,\ 220,\ 240,\ 260,\ 280,\ 300$$

میانگین این مقادیر برابر است با:

$$\frac{200 + 220 + 240 + 260 + 280 + 300}{6} = 250$$

پس میانگین زمان اجرای `Alg.2` برابر 250 است.

جمع‌بندی بخش Excel

- `Alg.3` بیشترین زمان اجرا را دارد.
- با افزایش حجم داده، زمان اجرای هر سه الگوریتم افزایش می‌یابد.

- پراکندگی زمان اجرا به‌ترتیب از کم به زیاد: `Alg.1` ، سپس `Alg.2` ، و در نهایت `Alg.3` .
- کد به‌صورت پویا طراحی شده و با ورود داده‌های جدید نیز قابل اجراست.

بخش 3: انتگرال‌گیری عددی

مسئله

تابع مورد بررسی در بازه‌ی ((0,1)) با روش‌های عددی مختلف تقریب زده شده است.

روش‌ها

1) روش ذوزنقه‌ای

در این روش، ناحیه زیر نمودار تابع با ذوزنقه‌ها تقریب زده می‌شود. این روش ساده است اما دقت آن نسبت به روش‌های پیشرفته‌تر کمتر است.

2) روش سیمسون

روش سیمسون از چندجمله‌ای‌های درجه دوم برای تقریب تابع استفاده می‌کند و معمولاً دقت بیشتری نسبت به روش ذوزنقه‌ای دارد.

3) انتگرال‌گیری گوسی

در این روش، نقاط و وزن‌های بهینه انتخاب می‌شوند تا تقریب با دقت بالاتری انجام شود. در تحلیل کیفی گزارش، روش گوسی دقیق‌تر از دو روش دیگر در نظر گرفته شده است.

جمع‌بندی بخش انتگرال‌گیری

- روش ذوزنقه‌ای ساده‌تر ولی خطادارتر است.
- روش سیمسون از ذوزنقه‌ای دقیق‌تر است.

- روش گوسی معمولاً دقیق‌ترین تقریب را ارائه می‌دهد.

نتیجه‌گیری

در این پروژه سه موضوع اصلی بررسی شد:

1. درونیابی با روش لاگرانژ و اسپلاین مکعبی طبیعی
2. تحلیل داده‌های Excel و رسم نمودارهای میله‌ای، خطی و جعبه‌ای
3. انتگرال‌گیری عددی با روش‌های ذوزنقه‌ای، سیمسون و گوسی

نتایج نشان دادند که:

- درونیابی روی نقاط مشخص‌شده با دو روش مختلف قابل انجام است.
- تحلیل داده‌های Excel نشان می‌دهد `Alg.3` بیشترین زمان اجرا و بیشترین پراکندگی را دارد.
- میانگین زمان اجرای `Alg.2` برابر 250 است.
- در انتگرال‌گیری عددی، روش گوسی دقت بالاتری دارد.

این گزارش مطابق ساختار پروژه و بدون فصل‌بندی اضافی یا فهرست مطالب تهیه شده است.