2017级高等代数 I期中考试试题

（考试时间2017年11月20日14：00—15:30）

我郑重承诺：在本次考试中，遵守考场纪律、自尊自爱、平等竞争，维护学校的荣誉和学生的尊严。 承诺人签字：

学号____________ 姓名____________

题号	一	二	三	四	五	六	总分
题分	20	30	10	15	10	15	
得分							

得分	评卷人

一．判断题(每小题5分，共20分)判断下列命题是否正确,并说明理由.

1、 数域P上的n元线性方程组的系数矩阵A的秩比未知量个数少1，那么该方程组的任意两个解向量成比例；

2、 方程个数等于未知量个数的齐次线性方程组，系数矩阵为A，则A的行列式的每行的代数余子式组成的向量都是该齐次方程组的解；

3、向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_r$ 线性相关的充分必要条件是其中每个向量都可由其余向量线性表示；

3、 设$\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_t$是齐次线性方程组$Ax=0$的一个基础解系，向量$\beta$不是$Ax=0$的解则$\beta,\beta+\alpha_1,\beta+\alpha_2,...,\beta+\alpha_t$线性无关.

得分	评卷人

二、填空与选择（每小题 5 分，共 30 分）

1、元素为 0 或 1 的三阶行列式可以取到的最大值为________;

2、设线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = b_1 \\ \quad x_2 - x_3 = b_2 \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 = b_3 \end{cases}$$

有解，试求常数b_1,b_2,b_3满足的条件________________;

3、设线性方程组$Ax=0$的解都是线性方程组$Bx=0$的解，则矩阵A的秩与矩阵B 的$r(B)$之间的关系是________________;

4、设$A=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$，则$A_{14}+A_{24}+A_{34}+A_{44}=$________;

5、$\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 2 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 2016 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 2017 \end{vmatrix}$ = ________________;

6、已知 $r(A)=n-1$，则 b=________________. 其中，n 阶矩阵

$$A=\begin{pmatrix} 2 & b & b & b & b \\ b & 2 & 0 & 0 & 0 \\ b & 0 & 2 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, n>2,$$

得分	评卷人

三．（10 分）计算 $n \quad (n>1)$ 阶行列式.

$$D_n=\begin{vmatrix} 0 & a_1+a_2 & \cdots & a_1+a_n \\ a_2+a_1 & 0 & \cdots & a_2+a_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_n+a_1 & a_n+a_2 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$$

得分	评卷人

四、（10 分）如果 $n \quad (n>1)$ 行列式等于 0, 那么该行列式的任意两行对应元素的代数余子式成比例 ；

得分	评卷人

五、（15 分） 设 4 元齐次线性方程组 (I) 为

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \end{cases},$$

且已知另一个 4 元齐次线性方程组 (II) 的一个基础解系为 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}$

（1）求方程组 (I) 的一个基础解系；

（2）方程组 (I) 与 (II) 有无非零公共解？若有非零公共解，求出全部非零公共解。

得分	评卷人

六、（15 分）设有齐次线性方程组

$$\begin{cases} (1+a)x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 0 \\ 2x_1 + (2+a)x_2 + \cdots + 2x_n = 0 \\ \cdots\quad\cdots\quad\cdots \\ nx_1 + nx_2 + \cdots + (n+a)x_n = 0 \end{cases} \quad (n \geq 2)$$

试问 a 为何值时该方程组有非零解，并求其通解。