中国人民大学试卷　　数学分析期末试题

考试时间:2015 年 1 月 21 日

我郑重承诺：在本次考试中，遵守考场纪律、自尊自爱、平等竞争，维护学校的荣誉和学生的尊严。　　　　　　　　　　承诺人签字：

专业__________　学号______________ 姓名______________

题号	一	二	合计
题分	65	35	100
得分			

得分	评卷人

一．计算题

1．求下列不定积分

（1），$\int \frac{xe^x}{\sqrt{e^x-2}}dx$；　　（2），$\int \frac{\arctan x}{x^2(1+x^2)}dx$；　　（3），$\int \frac{\cos x}{\sin x+\cos x}dx$

2．求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}-e}{\sin x}$

3．已知函数 $g(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上具有二阶连续导数，且 $g(0)=1, g''(0)=5$. 又知

$$f(x)=\begin{cases} g'(0), & x=0; \\ \dfrac{g(x)-\cos x}{x}, & x\neq 0 \end{cases}$$

求 $f'(0)$.

4．已知曲线 $\begin{cases} x=a(t-\sin t) \\ y=a(1-\cos t) \end{cases}$，其中 $0<t<2\pi$, $a>0$

求：(1) $\dfrac{dy}{dx}$；(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ （3）曲率与曲率半径；（4）讨论该曲线的凸性.

5． 设 $f(x)=\ln\dfrac{3+x}{2-x}$，其中 $-3<x<2$.　求 $f^{(n)}(0)$

得分	评卷人

二，证明题.　1.　求证：$\dfrac{\tan x}{x} > \dfrac{x}{\sin x}$，其中 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$.

2.　设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内可导，且 $f(b) > f(a)$，记 $c = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

证明：$f(x)$ 必具备下述两条性质之一，

（1）　对任意的 $x \in [a,b]$，$f(x) - f(a) = c(x-a)$

（2）　存在一点 $\xi \in (a,b)$，使得 $f'(\xi) > c$

3.　设 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上三阶可导，且 $f(-1) = f(0) = f'(0) = 0, f(1) = 1$.

求证：存在 $\xi \in (-1,1)$ 使得 $f'''(\xi) \geq 3$.