

## 高等数学练习题

### 一、填空题

- 1、 $\frac{d}{dx} \int_1^{x^4} \sec t dt =$ \_\_\_\_\_。
- 2、 $\int_1^9 \frac{2t^2 + t^2 \sqrt{t} - 1}{t^2} dt =$ \_\_\_\_\_。
- 3、 $\int_{1/2}^1 \frac{\cos(x^{-2})}{x^3} dx =$ \_\_\_\_\_。
- 4、 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^8 - 4^8}{x^{12} - 4^{12}} =$ \_\_\_\_\_。
- 5、 $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{4}{x^2 - 1} - \frac{2}{x - 1} \right) =$ \_\_\_\_\_。

### 二、选择题

- 1、设  $P(x) = x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ ，又设  $x = x_0$  是它的最大实根，则  $P'(x_0)$  满足：( )

A:  $> 0$ ;                  B:  $< 0$ ;                  C:  $\leq 0$ ;                  D:  $\geq 0$

- 2、 $I = \int_0^\pi \sin(\cos x) dx$                   ( )

A.  $I = 1$ ;                  B.  $I < 0$ ;                  C.  $0 < I < 1$ ;                  D.  $I = 0$

- 3、 $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ , 则  $\vec{a} \cdot \vec{b} =$  ( )

A. 7                  B. -7                  C. -1                  D. 0

- 4、方程  $x^2 - \frac{y^2}{4} - z^2 = 1$  所表示的曲面是 ( )

A. 单叶双曲面                  B. 双叶双曲面                  C. 椭圆抛物面                  D. 双曲抛物面

- 5、过点 (2, -3, -4) 且与平面  $3x + y - z + 1 = 0$  垂直的直线方程是 ( )

A.  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+4}{-1}$                   B.  $\frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{-1}$

C.  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+4}{1}$                   D.  $\frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+4}{1}$

- 6、若  $f(x)$  在  $(a, b)$  可导且  $f(a) = f(b)$ , 则 ( )

A 至少存在一点  $c \in (a, b)$ , 使  $f'(c) = 0$ ; B 一定不存在点  $c \in (a, b)$ , 使  $f'(c) = 0$ ;

C 恰存在一点  $c \in (a, b)$ , 使  $f'(c) = 0$ ; D 对任意的  $c \in (a, b)$ , 不一定能使  $f'(c) = 0$

- 7、如果  $f(x)$  在  $[a, b]$  连续, 在  $(a, b)$  可导,  $c$  为介于  $a, b$  之间的任一点, 那么在  $(a, b)$  是否找到两点

$\alpha, \beta$ , 使  $f(\beta) - f(\alpha) = (\beta - \alpha)f'(c)$  成立. ( )

A 必能;                  B 可能;                  C 不能;

- 8、若连续函数在闭区间上有唯一的极大值和极小值, 则 ( ) .

(A) 极大值一定是最大值, 且极小值一定是最小值;

(B) 极大值一定是最大值, 或极小值一定是最小值;

(C) 极大值不一定是最大值, 极小值也不一定是最小值;

(D) 极大值必大于极小值 .

- 9、设  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} F(x) = 0$ , 且在点  $a$  的某邻域中 (点  $a$  可除外),  $f(x)$  及  $F(x)$  都存在, 且

$F(x) \neq 0$ , 则  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{F(x)}$  存在是  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{F'(x)}$  存在的 ( ) .

(A) 充分条件;                  (B) 必要条件;

(C) 充分必要条件; (D) 既非充分也非必要条件

- 10、设  $F(x) = \frac{x^2}{x-a} \int_a^x f(t) dt$ , 其中  $f(x)$  为连续函数 ( $a \neq 0$ ), 则  $\lim_{x \rightarrow a} F(x) =$  ( )

(A)  $a^2$ ;                  (B)  $a^2 f(a)$ ;                  (C) 0;                  (D) 不存在

### 三、证明题

$f$  在  $[0, 1]$  内二阶可导, 且  $|f(x)| \leq a, |f''(x)| \leq b$  求证:  $|f'(x)| \leq 2a + \frac{b}{2}$

### 四、应用题

- 1、已知三个力  $F_1 = (1, 2, 3); F_2 = (-2, 3, -4); F_3 = (3, -4, 5)$

(1) 求合力的大小和方向角 (与坐标轴的夹角)

(2) 如果合力的作用点是  $A(1, -2, 1)$  求合力对  $B(2, 1, 1)$  的力矩

2、求通过直线  $L_1: \begin{cases} x+2z-4=0 \\ 3y-z+8=0 \end{cases}$  与直线  $L_2: \begin{cases} x=y+4 \\ z=y-6 \end{cases}$  平行的平面方程

## 五、计算题

(1) 求摆线  $\begin{cases} x=a(t-\sin t) \\ y=a(1-\cos t) \end{cases} (0 \leq t \leq 2\pi, a > 0)$  与横轴 ( $y=0$ ) 围成图形的面积  $S$

(2) 上述摆线与横轴 ( $y=0$ ) 所围成的图形，绕  $y=2a$  旋转体的体积  $V$

## 六、综合题

关于函数  $y = x + \frac{x}{x^2 - 1}$  按照如下要求完成

(1) 单调区间 (2) 极值 (3) 凹凸区间 (4) 拐点 (5) 渐近线 (6) 作出函数图