

我郑重承诺：

在本次考试中，遵守考场纪律、自觉自爱、平等竞争，维护学校的荣誉和学生的尊严。

签字：

2006—2007 学年第一学期

数学分析 (A) 期末试题

2007.1.15 (共 3 页)

第①页 专业 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总分
题分	8	8	10	10	10	10	10	12	10	12	100
得分											

1. (8 分) (数学班、经济学实验班做②，其他班做①) 得分   

①求数列极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n}{n-1} \right)^{2-n}$ .

②由方程  $e^{x^2+y} - xy^2 = 0$  确定  $y$  是  $x$  的函数，求  $dy$

线

订

装

1/2

2. (8分) 用罗必达法则求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (\cos x)^x}{x^3}$

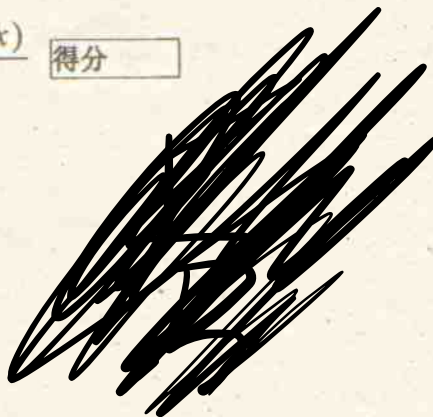
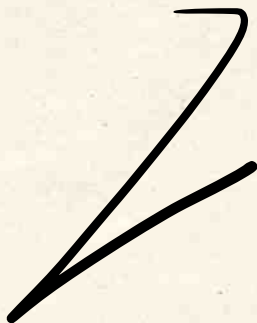
得分

$$\frac{1}{2}$$



3. (10分) 用泰勒公式求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x(1+x)}{x - \sin x}$

得分



第②页 专业\_\_\_\_\_

姓名\_\_\_\_\_

学号\_\_\_\_\_

4. (10 分) 设函数

得分

$$f(x) = \begin{cases} (1 - \cos x) \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}, \quad \text{求 } f'(x)$$

5. (10 分) 设函数  $y = y(x)$  可由参数方程表示为

得分

$$\begin{cases} x = at \cos t \\ y = at \sin t \end{cases}, \quad \text{求 } \frac{d^2 y}{dx^2}$$

线

订

装

6. (10 分) 求不定积分

得分

$$\int x \arcsin x \, dx$$

7. (10 分) 求不定积分

得分

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1+\sqrt[3]{x})}$$

第③页 专业\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_

8. (12分) (数学班、经济学实验班做②, 其他班做①) 得分   

①用定义证明两个极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+n}}{n} = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1}{x^2-9} = \infty$

②证明不等式  $\frac{2}{\pi}x < \sin x < x$  ( $0 < x < \frac{\pi}{2}$ )

9. (10分) 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 在  $(a, b)$  内二阶可导, 且  $f(a) = f(b) = 0$ ,

$f(c) > 0$ ,  $a < c < b$ , 证明至少存在一点  $\xi \in (a, b)$ , 使得

$f''(\xi) < 0$ .

得分   

线

订

装

10. (12分) 设  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内有定义, 且满足

$$|f(x) - f(y)| < |x - y|, \quad \forall x, y \in (-\infty, +\infty)$$

(1) 证明  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内一致连续;

(2) 若数列  $\{x_n\}$  满足

$$x_{n+1} = 1 + qf(x_n), \quad n \geq 0, \quad 0 < q < 1,$$

证明数列  $\{x_n\}$  收敛, 且其极限  $\alpha$  为方程  $x = 1 + qf(x)$  的

解.

得分